Les évaluations en Mathématiques, en premier cycle de licence

Claire David

Les évaluations en Mathématiques, en premier cycle de licence

Claire David

19 juin 2016

Université Pierre et Marie Curie-Paris 6
Laboratoire Jacques-Louis Lions - UMR 7598
Boîte courrier 187, 4 place Jussieu, F-75252 Paris cedex 05, France

Introduction

Comment évaluer, de façon juste, un grand nombre d'étudiants de premier cycle de licence, en Mathématiques ? L'emploi de questionnaires à choix multiples est-il légitime et souhaitable ? Existe-t-il d'autres alternatives ?

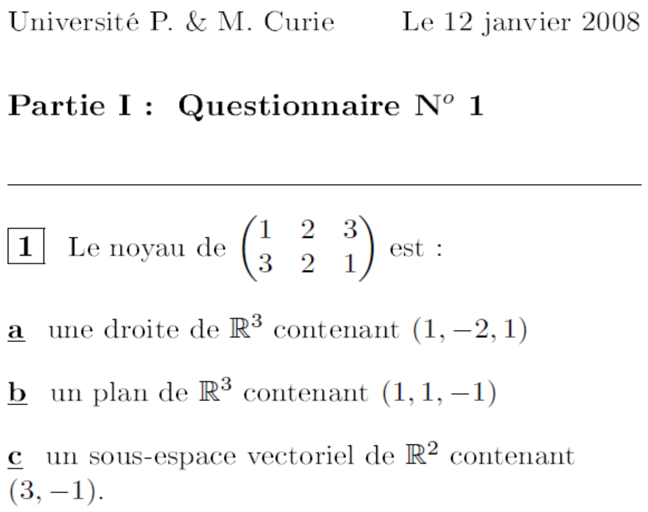
Notre étude, qui se veut non exhaustive, présente, dans un premier temps, un aperçu d'évaluations automatisées, par l'intermédiaire de questionnaires à choix multiples. Nous nous interrogeons, également, sur l'aptitude de tels questionnaires à évaluer les capacités d'un étudiant à formuler un raisonnement. Nous proposons, ensuite, une alternative, mettant en jeu des exercices interactifs. Enfin, nous terminons par un exemple qui nous a semblé instructif, sur une population nombreuse et a priori rétive aux Mathématiques.

1 Un aperçu d'évaluations automatisées, par des questionnaires à choix multiples

En 2008-2009, 2009-2010, et 2010-2011, à l'Université Pierre et Marie Curie-Paris 6, en première année de licence scientifique, une évaluation mixte, comportant une première partie de rédaction, raisonnement, et une seconde partie, en questionnaire à choix multiples, a été mise en place dans une UE de Mathématiques de calcul vectoriel, suivie par un nombre élevé d'étudiants : environ 800 au semestre 1, et 500 au semestre 2. Cette évaluation mixte avait été mise en place pour, d'une part, proposer aux étudiants une évaluation correspondant à des questions calculatoires, sans difficulté ni piège, et, d'autre part, faciliter la correction. Les QCM étaient rédigés à l'aide du package « alterqcm », disponible sous LaTeX [1]. Le traitement s'effectuait après un scan des feuilles rendues par les étudiants.

Si, comparativement à des méthodes plus « classiques », les résultats se sont avérés, dans un premier temps, meilleurs, les enseignants se sont, rapidement, rendus compte que cette évaluation n'était pas souhaitable. En effet, l'étudiant est souvent déstabilisé devant ce type d'évaluation. Ne sachant que répondre, il coche une case au hasard, malgré des décomptes de points négatifs en cas de mauvaise

1. https ://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/alterqcm


Université P. & M. Curie Le 12 janvier 2008

Partie I : Questionnaire N^o 1

$\boxed{1}$ Le noyau de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ est :

a une droite de $\mathbb{R}^3$ contenant $(1, -2, 1)$

b un plan de $\mathbb{R}^3$ contenant $(1, 1, -1)$

c un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$ contenant $(3, -1)$.

FIGURE 1 – Extrait de la partie QCM du sujet de Calcul vectoriel donné à l'UPMC en Janvier 2008.

réponse.

On retrouve de nouvelles occurences d'évaluation par QCM en seconde année de licence de Mathématiques, dans une grande université française, en 2014-2015 et 2015-2016.
Ces évaluations font apparaître de nombreux problèmes. Des étudiants sérieux, avec un niveau très correct par ailleurs, bon, voire très bon, ne valident pas les UE concernées, ayant obtenu des résultats catastrophiques aux QCM. Au contraire, d'autres obtiennent des résultats étonnants par rapport à leurs notes dans d'autres UE.

2 Formuler un raisonnement : quel sens donner à une évaluation automatisée ?

On peut comprendre que le recours à des processus automatisés de correction soit motivé par le nombre élevé d'étudiants à évaluer, même si, intrinsèquement, la correction des copies et de la rédaction afférente aux résultats fait partie de la mission de l'enseignant ou de l'enseignant-chercheur.

Comme cela est très justement rappelé dans l'étude de S. Bravard (2005), les questionnaires à choix multiples mesurent la connaissance, la compréhension. Mais on ne peut que souligner le fait qu'une évaluation par questionnaire à choix multiples ne peut évaluer les capacités des étudiants à raisonner correctement, à rédiger, à argumenter, à comprendre.

Donnons un exemple portant, précisément, sur la compréhension des développements limités. Effectuer un développement limité, en un point, d'une fonction donnée, consiste à approcher cette fonction, localement, par une fonction polynomiale. Mais la fonction initiale, et celle de l'approximation polynomiale, ne sont pas égales, il y a un terme de reste. C'est ce terme de reste sur lequel, souvent, les étudiants bloquent et font des erreurs, erreurs qui s'ajoutent à celles du calcul proprement dit. Une question avec des réponses pré-programmées ne permettra pas de savoir si l'étudiant a vraiment compris ce point précis, car ce n'est pas lui qui va écrire, SEUL, le développement limité demandé.

Profitons-en pour souligner la difficulté de mettre en place un QCM pertinent et sans erreur. Si les sujets de QCM donnés dans l'UE de calcul vectoriel de l'UPMC étaient impeccables, les évaluations par QCM en L2 de Mathématiques comportaient des erreurs, avec, notamment, sur un sujet totalisant sept questions, trois comportant deux réponses correctes au lieu d'une seule. D'autre part, certaines réponses étaient, mathématiquement, incorrectes, ce qui ne correspond pas à l'esprit d'un QCM. Cela va à l'encontre des règles élémentaires d'élaboration des QCM qui, rappelons-le, préconisent (Leclercq, 1986 ; Puget, 2010 ; Missaoui, 2013 ; Lison, 2014) :

- ⇝ d'utiliser un langage simple, clair et concis ;
- ⇝ d'éviter les termes absolus comme « toujours », « jamais », « tous », « aucun », « systématiquement », ou « uniquement » ;
- ⇝ de préférer la forme positive.

Comment, dans ces conditions, peut-on évaluer justement des étudiants ?

L'évaluation par QCM se rélève alors nocive. Psychologiquement, déjà, l'étudiant est déstabilisé par ce type d'épreuve. D'aucuns répondront que les étudiants ne sont pas plus, ou mieux préparés à un sujet « classique ». Cet argument ne tient pas. La culture française de l'enseignement est à des années-lumières de ce format d'évaluation.

En outre, le risque est grand d'imprimer, dans l'esprit des étudiants, des solutions fausses. Citons, comme S. Bravard (2005), Skinner :

« Toute solution fausse, dans un test à choix multiple, augmente la probabilité qu'un étudiant extraie un jour de sa mémoire défaillante la réponse incorrecte au lieu de la réponse correcte. »

En outre, les QCM contribuent, comme le souligne très justement encore S. Bravard (2005), à contracter le champ cognitif des étudiants.

Enfin, on mentionnera, pour mémoire, les risques d'erreur de lecture des lecteurs optiques. Ces risques font préconiser des corrections manuelles, et non automatisées. Le recours à des questionnaires à choix multiples perd, ainsi, une partie de son utilité.

3 Une alternative : Wims

Si l'on tient absolument à recourir à un processus d'évaluation automatisée, WIMS (Web Interactive Multipurpose Server), créé en 1998 par le mathématicien Xiao Gang [2], chercheur en Mathématiques à l'Université de Nice, l'un des outils actuellement les plus utilisés pour mettre en place des exercices interactifs, apparaît comme une alternative porteuse d'espoir.

Mathématicien de génie, mais très soucieux de l'enseignement, Xiao Gang avait à cœur, à côté de son activité de recherche, de mettre en place un outil pédagogique facilitant l'assimilation des connaissances, à tous les niveaux, du primaire au supérieur. Wims a été développé sous licence GNU [3] GPL [4], en langage OEF [5]. Le code source est disponible, modifiable, distribuable. Des plate-formes WIMS ont ainsi été installées, en local, dans de nombreuses universités [6]. Les établissements ne disposant pas de leur propre serveur WIMS choisissent l'un des serveurs existant. A la mort de Xiao Gang, en 2014,

2. Malheureusement décédé en 2014.
3. Acronyme récursif qui signifie « GNU's Not Unix ». GNU est un projet de système d'exploitation libre (au contraire des systèmes développés par Microsoft), lancé par l'informaticien de génie Richard Stallman en 1983. De son passé de « hacker », Stallman a gardé une volonté féroce de développer et promouvoir les logiciels libres.
4. L'acronyme vient de « General Public Licence ».
5. Open Exercise Format.
6. Orsay-Paris XI, Paris 1, Paris 6, Paris 7, Paris 12, Paris 13, Caen, Rennes, Marseille, Bordeaux, Lyon, Grenoble, Lille, Université de Savoie, Université du Littoral, ...
Source : http ://downloadcenter.wimsedu.info/download/map/map.html

WIMS est repris par Bernadette Perrin-Riou, professeur à l'Université Paris-Sud (Orsay), spécialiste de théorie des nombres [7].

Les ressources proposées par WIMS sont les suivantes [8] :

- des exercices qui peuvent être décomposés étape par étape, avec la possibilité d'obtenir des indications ;
- des exercices avec plusieurs réponses possibles (les réponses données sont ensuite analysées par des logiciels de calcul formel) ;
- des exercices où il faut donner un contre-exemple ;
- des exercices à données aléatoires permettant de travailler autant de fois que nécessaire, pour faire mieux ;
- des exercices notés [9] ;
- des outils de calcul ;
- des outils graphiques ;
- des documents de cours, enrichis par des exemples, et reliés aux exercices ;
- d'un point de vue plus technique, une interface avec des logiciels de calcul (Pari, maxima, gap, octave, mupad).

Du point de vue de l'organisation pédagogique, WIMS offre la possibilité de créer des classes virtuelles permettant [10] :

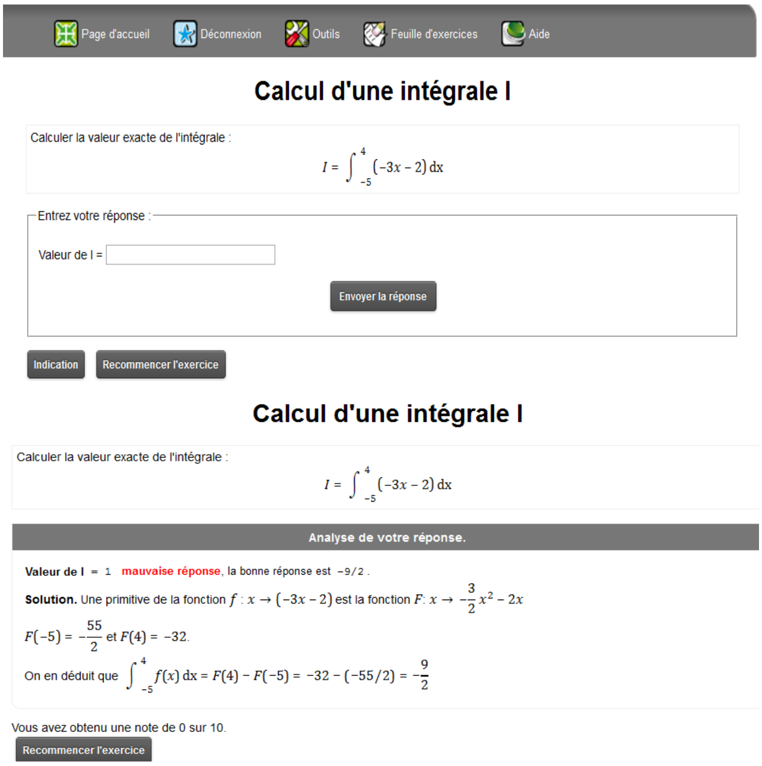
- l'encadrement du travail des élèves/étudiants ;
- la prise en compte d'évaluations. Les résultats obtenus par les élèves/étudiants sont enregistrés, ce qui permet, pour l'enseignant, de suivre la progression pédagogique, et, pour l'apprenant, de savoir où il en est. Dans une perspective d'analyse des apprentissages, l'enseignant dispose donc d'une possiblité de traçabilité de l'activité effective de l'apprenant.

WIMS évolue constamment, grâce à une communauté d'utilisateurs très actifs, qui se retrouvent régulièrement pour échanger à travers, notamment, les « Cafés WIMS », où chacun apporte ses idées. A l'origine dédié aux Mathématiques, il est maintenant utilisé dans de nombreuses autres disciplines scientifiques : Physique, Chimie, Sciences de la Vie, ... De façon intéressante, on note l'apparition d'exercices dans des disciplines non scientifiques : Français (exercices de grammaire), Géographie. Des applications interdisciplinaires sont attendues. Il est intéressant de noter que les exercices peuvent être conçus soit en les programmant intégralement, soit en utilisant des modèles préparés, ce qui permet à des enseignants non familiers du langage OEF d'apporter facilement leur pierre à l'édifice WIMS. Du point de vue de la mobilité, une application WIMS Books pour smartphones est en cours de développement [11], ainsi qu'une autre, spécifique pour tablettes [12].

On commence à avoir des retours sur l'apport de ressources de type WIMS, i.e. des bases d'exercices d'accès libres, enrichies d'aides, d'outils de calcul et d'outils graphiques. On note une forte augmentation de la motivation des apprenants, qui se traduit par une plus forte activité [7], [4], dans la lignée de ce qui avait déjà été noté par H. Ruthven (2002). Ces études sont corroborées par les nombreux témoignages d'enseignants travaillant quotidiennement avec de telles ressources.

---

7. Sa spécialité concerne l'étude des fonctions $p-$adiques.
8. Source : http ://wims.unice.fr/description.xhtml
9. Wims attribue une note, de 1 à 10.
10. Source : http ://wims.unice.fr/description.xhtml
11. http ://ticewims.unice.fr/mobile/index.html
12. http ://ticewims.unice.fr/mobile/index-large.html



Enoncé et corrigé d'un exercice interactif de Mathématiques Wims (Calcul intégral).

Si l'évaluation doit être - partiellement ou complètement automatisée, WIMS apparaît donc comme une très bonne alternative. C'est un outil (gratuit, contrairement aux QCM, qui représentent une dépense en termes de correction par lecteur optique), beaucoup plus adaptée à l'offre de formation en Mathématiques, fournissant, en outre, une correction permettant à l'étudiant de comprendre ses erreurs et de progresser. L'interactivité agit, très positivement, dans la consolidation des connaissances. WIMS semble en accord parfait avec les quatre piliers de l'apprentissage tels que rappelés par S. Dehaene (Dehaene, 2012) :

- L'attention, qui est à la source de la connaissance et de l'action.
- L'engagement actif : l'étudiant ne peut ingérer « passivement » des connaissances.
- Le retour d'information : signaux d'erreurs et valorisation individuelle. L'apport des exercices interactifs s'avère ici essentiel ; la rétroaction s'apparente, pour l'apprenant, à un retour d'expérience dont il tirera profit. En parallèle, la prise en compte de la progression de chacun s'avère indispensable dans un processus de valorisation et d'encouragement.
- La consolidation des connaissances, via une automatisation des pratiques, qui se fait grâce au transfert du conscient au non conscient, et permet ainsi une libération de ressources. La maîtrise de la trigonométrie de base, ou encore, des développements limités, sont des cas exemplaires d'application : après l'apprentissage initial, la pratique régulière sur des exemples simples permet à l'étudiant d'acquérir, dans ces domaines, les « automatismes » requis pour résoudre des problèmes plus complexes : problèmes d'équilibre ou de dynamique en mécanique du point ou des solides ; étude du comportement asymptotique de fonctions ; etc ...

4 Une étude pratique : l'enseignement des mathématiques en première année de licence de physique

4.1 Contexte et panorama

Le phénomène est récent, mais révélateur : depuis septembre 2013, on note, dans la population étudiante du premier cycle universitaire, en spécialité « Sciences Physiques, Chimie », une évolution très notable en termes de socle de connaissances, aptitude à aborder de nouveaux concepts, capacité à raisonner, logique, erreurs de compréhension.

Ce public étudiant nous paraît comme d'un très grand intérêt pédagogique, c'est, pour cette raison, que nous avons choisi de nous y intéresser de façon approfondie. Notre population de référence représente un échantillon de 519 étudiants. La majeure partie, hormis 12.9 %, est issue d'un bac général, filière S.

Point numéro 1 : cette population n'aime pas, a priori, les mathématiques, et a choisi cette filière pour ne pas en faire. Leurre, manque d'information ? Ces étudiants ne semblent pas être conscients que les sciences de la matière requièrent un minimum de bagage mathématique, et que, si l'on ambitionne de poursuivre à un niveau élevé - la recherche en astrophysique, par exemple, objectif de beaucoup d'entre eux - il est indispensable de posséder un très bon niveau de mathématiques.

Point numéro 2 : cette population ne semble pas avoir de formation mathématique. Parmi les points qui posent problème en début d'année : la résolution d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues ; la connaissance de la notion de sinus, de cosinus ; etc ...

La tâche est difficile pour les enseignants. En un semestre réduit à douze semaines (et non de $6 \times 4 = 24$ semaines), il faut apporter, à ces étudiants, le bagage mathématique leur donnant les connaissances essentielles d'analyse.

Pour remédier aux difficultés évoquées dans le point numéro 1, i.e., un manque de goût « a priori » pour les mathématiques, et dans un but pédagogique, pour retisser des liens avec la physique et la chimie, les différentes parties du programme ont été agencées dans un ordre permettant une synchronisation avec les enseignements de sciences dures en regard : après une première partie consacrée à l'étude des fonctions numériques, on introduit les équations différentielles, en s'appuyant sur de nombreux exemples issus de la physique : étude de circuits électriques, problèmes de chute libre, oscillations libres de systèmes masse-ressort, fabrication du savon (saponification d'un ester en milieu basique, ...). Volontairement, l'accent est mis sur la manipulation des paramètres, saut informationnel tel que décrit par G. Brousseau (1974) :

« Le saut informationnel consiste, après avoir trouvé une situation fondamentale faisant "fonctionner" une notion, à choisir d'abord les valeurs de ses variables de telle manière que les connaissances antérieures des élèves permettent d'élaborer des stratégies efficaces (...) puis, sans modifier les règles du jeu, à changer les valeurs des variables de façon à rendre beaucoup plus grande la complexité de la tâche à accomplir. »

Ainsi, les variables s'appellent, suivant les cas, x, t, m, I, ... et les fonctions, t, x, W, v, U, c, ... L'exercice se révèle difficile : si les étudiants ont, au cours de leur scolarité antérieure, rencontré beaucoup de notions mathématiques ou physiques, hormis un souvenir trop souvent imparfait, il ne semble pas leur en rester plus. Comme l'écrivait Jean Piaget (Piaget, & Inhelder, 1968) :

« Tout participe de la mémoire (...) en dehors de laquelle il ne saurait y avoir ni compréhension du présent ni même invention. »

Alain Lieury (2011) rappelle que la mémorisation est nécessaire aux raisonnements par inférence, qui « participe à la création du sens ». La mémoire sémantique requiert, pour fonctionner de façon optimale, une multiplication des épisodes, sur un thème donné. La récurrence favorise l'absorption cognitive, et la rétention de l'information.

L'apprentissage des mathématiques peut être comparé à celui d'une langue étrangère. La maîtrise des outils de base, comme, d'ailleurs, celle de plus sophistiqués, se fait d'autant plus aisément que l'on pratique régulièrement la discipline. La levée des incompréhensions trop souvent inhérentes à cette matière, se fera d'autant plus facilement que l'apprenant est familiarisé au maniement des techniques requises. D'un point de vue cognitif, l'exposition, trop superficielle, des élèves à de multiples notions durant leur scolarité, n'a pas atteint l'intensité minimale requise, infirmant la capacité d'absorption.

Les théories « Learning Set » rappellent, elles aussi, que l'apprentissage requiert une pratique continue et régulière, avec un grand nombre d'essais, jusqu'à une automatisation quasi-inconsciente des process en jeu. On peut citer, comme dans (Van Hée, 2008), l'exemple de Hyundai : entreprise artisanale à l'origine, avec un très faible bagage de compétences techniques, la firme japonaise a gravi, un à un, les échelons de la production en mettant en œuvre, déjà, un énorme travail de collecte d'informations formelles auprès des grands groupes étrangers (Ford notamment) ; dans un second temps, les ouvriers se sont entraînés, et ont refait, autant de fois que nécessaire, les opérations de montage et démontage permettant d'arriver, avec un minimum d'erreurs, voiture ou camion. La comparaison ne s'arrête pas nécessairement là : les calculateurs prodiges, as du calcul mental, s'avèrent, de fait, suivre un entraînement régulier et intense, faute de quoi leur aptitude de prodige se déperd très vite (Dehaene, 2010). Corroboré cognitivement, on retrouve, pour un apprenant en phase d'acquisition des savoirs, la nécessité de faire suffisamment d'exercices, de devoirs, dont la rétroaction, au retour de la copie corrigée, de l'exercice revu, lui permettra d'accéder à la phase de métacognition lui donnant la clé d'accès à la maîtrise des techniques requises.

D'autre part, le passage d'un enseignement scolaire à un enseignement universitaire représente, désormais, une transition extrêmement brutale pour l'impétrant étudiant. Il faudrait, vraiment, se placer dans la ligne de pensée du pédagogue Jerome S. Bruner, qui insiste sur la nécessité d'une continuité de l'apprentissage. Même si celle-ci apparaît comme une des intentions des nouveaux programmes de lycée (voir le document « Rapprochements didactiques entre trois disciplines scientifiques dans la continuité [bac -3 ; bac $+3$] », établi par l'Inspection Générale, et disponible sur eduscol), elle semble, en réalité, cruellement faire défaut. Trop souvent, l'étudiant se trouve dans une situation très déstabilisante : désapprendre ce qui lui a été enseigné en lycée, et l'apprendre sous une autre forme. Prenons l'exemple du théorème des valeurs intermédiaires. L'énoncé, en terminale, se présente sous la forme suivante :

« Si une fonction f est continue et strictement croissante sur un intervalle $]a, b[$, alors f prend une et une seule fois toute valeur comprise entre $f(a)$ et $f(b)$. »

En première année d'études supérieures, l'énoncé n'est plus le même, l'hypothèse - extrêmement restrictive - de la croissance stricte est supprimée (David, 2014) :

« Soit f une fonction définie et continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, et a et b deux réels de I. Alors, tout réel compris entre $f(a)$ et $f(b)$ possède au moins un antécédent par la fonction f. »

Sur notre population de 519 étudiants, un tel changement, dans la formulation, est source d'énormes difficultés. Déjà, l'énoncé de lycée n'est pas bien compris. Le fait qu'il soit restrictif n'est quasiment pas perçu. La rétention cognitive du nouvel énoncé ne prend pas, ou très mal (pour plus des deux tiers).

On note, en parallèle, une très grande difficulté, chez les étudiants, à gérer les changements de notation. En termes de capacité d'absorption (cognitive), on touche au problème de l'élargissement des catégories mentales de représentation ; la possession, par l'apprenant, d'un répertoire étendu, facilite le maniement de notations à première vue différentes, mais appartenant finalement au même corpus. C'est la capacité à apprendre, à emmagasinner de nouvelles connaissances, qui rendra l'apprenant à même d'appréhender, sereinement, de nouveaux domaines.

Enfin, le raisonnement, la logique, semblent, trop souvent absents. On rencontre, dans les copies, de très nombreuses aberrations.

4.2 Evaluations

Face à des publics hétérogènes, afin de permettre une validation des acquis accessible à tous, et reconnaissant les aptitudes des uns et des autres, l'évaluation se décompose en deux parties : une partie, axée sur les compétences à maîtriser : résolution d'équations différentielles simples ; calculs de limites ; de dérivées ; ... sous forme non pas d'un questionnaire à choix multiples, source d'erreurs et propice aux réponses « au hasard », mais d'un document-réponse où on demande de donner la solution de calculs basiques, sans justification : seule prime la capacité de l'étudiant à maîtriser une technique donnée. Une seconde partie est plus axée sur le raisonnement, et la restitution de connaissances formelles. Des réponses correctes à la partie « compétences », permettent de valider l'UE. La partie plus formelle, plus difficile pour beaucoup, permet un échelonnement des notes, et une gratification, pour ceux qui en font l'effort. Il est à noter que les questions permettant de valider les compétences de base ont été faites, sous une forme légèrement différente, si ce n'est la même, en cours ou en séance de travaux dirigés ; les connaissances formelles exigibles ont été listées au préalable ; les raisonnements ont été faits, dans des applications très proches.

Ces évaluations « par compétences » , associées à une pondération, en termes de points, au sein de la notation de l'UE, ont été mises en place par l'auteur en 2011-2012, dans le cadre d'un enseignement de calcul matriciel, en première année de licence scientifique. Il s'agissait de trouver un mode d'évaluation permettant une adaptation à un public nombreux (entre 800 et 900 étudiants), très hétérogène, se destinant à une seconde année en physique, chimie, ingénierie, électronique, ou en mathématiques. Dès la première itération (Janvier 2012), ce type d'évaluation s'est révélé efficace, tant du point de vue des enseignants, que du public étudiant, qui, quelle que soit son origine, percevait exactement ce que l'on attendait de lui : résoudre un système linéaire d'ordre deux, inverser une matrice d'ordre deux, calculer un déterminant, ...

Nous mettons en garde contre les évaluations où l'on demande aux apprenants de « montrer que ... », et où le résultat est donné de façon systématique. Certes, cela évite qu'un étudiant ne puisse avancer dans un sujet. Trop souvent, il ne résulte, sur les copies, qu'un recopiage - parfois inexact - des énoncés ; les étudiants ne savent pas toujours ce qu'ils doivent faire. Dans certains cas, ils se lancent dans une méthode, qui n'a rien à voir avec ce que l'on attend d'eux. Une évaluation mixte, avec une composante « par compétences », permet de briser la barrière sociale d'un vécu qui obstrue la compréhension. Un retour d'information, inducteur d'une valorisation individuelle (Dehaene, 2012), conforte l'apprenant dans sa phase d'acquisation des savoirs, et l'encourage à dépasser le stade simple de connaissances trop basiques.

I. Première partie (sur environ la moitié des points)

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

1. **Questions de cours**

   (a) Enoncer le théorème concernant le changement de variable pour une intégrale.

   (b) Soit n un entier naturel non nul. Rappeler le développement limité à l'ordre n au voisinage de 0 de la fonction qui, à tout réel $x \neq -1$, associe $\dfrac{1}{1+x}$.

   (c) Soit n un entier naturel. Rappeler le développement limité à l'ordre $2\,n$ au voisinage de 0 de la fonction qui, à tout réel x, associe $\cos x$.

   (d) Soit n un entier naturel. Rappeler le développement limité à l'ordre $2\,n+1$ au voisinage de 0 de la fonction qui, à tout réel x, associe $\sin x$.

FIGURE 2 – Extrait de la partie « Rédaction » du sujet de l'UE « Calculs » donné à l'UPMC en Juin 2015.

2. **Guirlande de Noël**

   On s'intéresse, dans ce qui suit, au mouvement d'une guirlande de Noël, constituée de petites billes dorées, posée en partie sur le rebord d'une table, soumise à une force de frottement d'intensité $f > 1$. On désigne par $L > 0$ la longueur totale de la guirlande, par $m > 0$ sa masse. Par rapport à un axe vertical (Ox) dirigé vers le bas, et prenant son origine sur la table, la longueur pendante de la guirlande, x, qui est une fonction du temps $t > 0$, vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (1+f)\,\frac{x}{\tau^2} = f\,g$$

   où $g > 0$ est l'intensité de la pesanteur, et où $\tau = \sqrt{\dfrac{L}{g}}$.
   Donner, lorsque $\tau = 1$, la solution générale, sur $\mathbb{R}^+$, de cette équation différentielle, puis la solution particulière, dans le cas des conditions initiales :

$$x(0) = \frac{f\,g}{2\,(1+f)} \in \mathbb{R}_+^\star \quad , \quad \frac{dx}{dt}(0) = 0$$

FIGURE 3 – Extrait de la partie « Rédaction » du sujet de l'UE « Calculs » donné à l'UPMC en Juin 2015.

Conclusion

Les questionnaires à choix multiples apparaissent, incontestablement, comme totalement inadaptés à des évaluations mathématiques, autres que mécaniques ou purement calculatoires, pour lesquelles, de toute façon, des outils de type « WIMS » sont bien mieux indiqués. Les sujets classiques, où l'on évalue les capacités de raisonnement, rédaction, des étudiants, comportant, ou non, une partie questionnaire à réponses courtes, sont, encore et toujours, d'une actualité brûlante. Eux seuls sont les plus à même d'évaluer correctement, et de façon juste, les étudiants. Certes, des moyens humains sont mobilisés. Cela fait partie du métier d'enseignant. Et, que l'on sache, les concours scientifiques d'entrée aux grandes écoles, que ce soit le concours commun polytechnique, les Mines, Centrale, l'École Polytechnique et les écoles normales, sont toujours

Donner les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^3 = -8$:

Donner la solution générale de l'équation différentielle $y' + 4y = 0$:

FIGURE 4 – Extrait de la partie « Questionnaire » du sujet de l'UE « Calculs » donné à l'UPMC en Juin 2015.

sur ce format d'évaluation. Il n'y a pas de secret.

Références

[1] Argyris, C., 1993. Education for Leading-Learning, *Organizational Dynamics*, winter, **21**(3), 5-17.

[2] Bravard, S., Usages pédagogiques des QCM, Un guide pour la mise en place d'un questionnaire à choix multiple, Université de Poitiers - UFR Lettres et Langues, 2004-2005.

[3] Brousseau, Guy, 1974. L'enseignement du calcul numérique et les stratégies dans l'enseignement. Etudes sur l'enseignement élémentaire des mathématiques, Publications de l'IREMde Bordeaux.

[4] Cazes, C., Gueudet, G., Hersant, M., Vandebrouck, F. (2006) Using E-Exercise Bases in mathematics : case studies at university, International Journal of Computers for Mathematical Learning, Vol. 11(3), pages 327-350.

[5] David, C., Mustapha, S. (2014). Mathématiques L1, Tout le cours en fiches, Paris : Dunod, 2014.

[6] Dehaene S. Les grands principes de l'apprentissage, Collège de France, 2012.

[7] Hersant, M., Vandebrouck, F. (2006). Bases d'exercices en ligne et phénomènes d'enseignement - apprentissage, Repère IREM, numéro 62, Janvier 2006, pages 71-84.

[8] Leclercq, D. (1986). La conception des QCM. Bruxelles : Labor.

[9] Lieury, A. (2011). Une Mémoire d'Eléphant : Vrais trucs et Fausses astuces, Paris : Dunod.

[10] Lison, C. (2014). Enseigner à des grands groupes, et l'apprentissage dans tout ça. Exposé pour université Lyon1, 25 février 2014, en ligne : https ://www.youtube.com/watch ?v=PiV8SgjGapI&feature=em-upload_owner

[11] El Khir Missaoui, O (2013). Thot Cursus Construire des QCM de qualité : http ://cursus.edu/article/19667/construire-des-qcm-qualite/#.VjNyrqLQVxg

[12] Piaget, Jean, Inhelder, Bärbel, 1968. Mémoire et intelligence, Paris, PUF, page 476.

[13] Revue au service de l'enseignement et de l'apprentissage à l'université (2009), Le questionnaire à choix multiple https ://pure.fundp.ac.be/ws/files/5572849/67449.pdf

[14] Ruthven, H. (2002). A practitionner model of the use of computer- based tools and resources to support mathematics teaching and learning, ESM 49(2-3), pages 7-86.