

Atomisation sous un champ d'accélération Roger Prud'Homme

▶ To cite this version:

Roger Prud'Homme. Atomisation sous un champ d'accélération. Thermodynamique des interfaces et mécanique des fluides, 2017, 17 (1), 10.21494/ISTE.OP.2017.0191. hal-01983291

HAL Id: hal-01983291 https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-01983291v1

Submitted on 16 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ATOMISATION SOUS UN CHAMP D'ACCELERATION

Roger Prud'homme Institut ∂ 'Alembert, Paris, France

Nota : Cet article est une mise en forme actualisée d'une communication orale faite par l'auteur dans le cadre du Groupement de recherche Micropesanteur Fondamentale et Appliquée, intitulée : Atomisation sous champ d'accélération. Colloque du GDR MFA – Belgodère – 11/14 octobre 2016.

Liste des symboles

symbole	signification	symbole	signification
a	accélération à la crête d'une vague	α	rapport b/λ_{axi}
$a_m(t)$	coefficient	eta	angle de la plaque de séparation
b	épaisseur de la crête	δ_G	épaisseur de vorticité du jet gazeux
C_{axi}	constante de proportionnalité	ϕ	potentiel de vitesse
C_D	coefficient de trainée	λ_{axi}	longueur d'onde de Kelvin-Helmholtz
D, d	diamètre d'une goutte	λ_{RT}	longueur d'onde de Rayleigh-Raylor
$D_{p,q}$	diamètre moyen associé aux indices p, q	μ	coefficient de viscosité de cisaillement
$D_{3,2}$	diamètre de Sauter	$\mu(p_m,q_m)$	coefficient de l'équation de Mathieu-Hill
е	épaisseur de séparation en sortie d'injecteur	ν	viscosité cinématique $v = \mu / \rho$
E_*	énergie mise en jeu dans un feu d'artifice	ρ	masse volumique
E * C'	énergie critique	σ	tension superficielle
J	accélération maximum d'une oscillation	ω	pulsation
ľ	vecteur force agissant sur l'unité de volume	$\zeta(x, y, t)$	côte d'une surface perturbée en 2D
g 1	accélération de la pesanteur		
п	épaisseur de liquide		
тт тт	épaisseur des jets de gaz, respectivement de		
п _G , п _L ;	liquide, en sortie d'injecteur		
l Ir	fluide (liquide L ou gaz G)		
К 1-*	nombre d'onde		
κ · M	valeur propre du laplacien de surface		
n n	rapport des énergies cinétiques gaz/liquide		
p n a	pression		
p_m, q_m	fréquence, amplitude dans l'équation de		
P _a	Mathieu-Hill		
re S	nombre de Reynolds		
Sm t	fonction propre du laplacien de surface		
ι T	temps		
1 [].	temps réduit		
U_i	vitesse du fluide <i>i</i>		
\mathbf{V}_{c}	vitesse de convection de vague		
We	vecteur vitesse		
rv	nombre de Weber		
л, у	coordonnées		

1. Introduction

1.1. Deux instabilités classiques

Le mouvement des corps résulte de la loi de Newton donnant localement l'égalité entre la force appliquée et la quantité d'accélération qui en résulte. Le mouvement d'un liquide dépend des champs de force qui lui sont appliqués par contact local – par exemple sous l'effet du frottement – ou à distance - comme sous l'effet de la pesanteur, d'un champ électrique, magnétique ou d'accélération d'entrainement. Une structure liquide en équilibre ou en mouvement régulier peut être déstabilisée sous l'effet de tels champs.

On connait bien l'instabilité de Rayleigh-Taylor entre deux couches liquides horizontales superposées, initialement au repos. Si la couche liquide supérieure est la plus dense, il pourra se former spontanément des digitations de ce liquide le plus dense à l'intérieur du fluide le moins dense (Figure 1A). L'analyse linéarisée du phénomène donne une courbe de croissance des petites perturbations et permet de déterminer le domaine d'instabilité en présence ou non de tension superficielle σ dans le plan (k, ω_i) du nombre d'onde en fonction de la fréquenceⁱ.



Figure 1. A) Instabilité Rayleigh-Taylor produite en injectant soigneusement de l'eau colorée chaude dans un verre d'eau froide. Initialement, cette configuration est stable mais comme l'eau colorée se refroidit et devient plus dense que l'eau en-dessous, elle devient instable. Les « champignons» tombant sont caractéristiques de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, d'après Jens Niemeyerⁱⁱ. B) Double Kelvin-Helmholtz en aval d'un injecteur O2-H2 alluméⁱⁱⁱ (Tiré de la vidéo aimablement fournie par les auteurs).

Si les deux liquides superposés sont dans des mouvements de vitesses différentes (U_1, U_2) , l'on a affaire à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz^{iv}, caractérisée par des enroulements des fluides le long de l'interface, qui se propagent avec une vitesse de convection U_c . Si les vitesses sont élevées et $U_1 > U_2$, on trouve :

$$U_{c} = U_{1} \left(1 - U_{2} / U_{1} \left(\sqrt{\rho_{2} / \rho_{1}} \right) \right) \left(1 + \sqrt{\rho_{2} / \rho_{1}} \right)^{-1}$$
[1]

où (ρ_1, ρ_2) sont les masses volumiques respectives des fluides.

La figure 1B montre de tels enroulements dans le cas d'une injection d'oxygène liquide dans de l'hydrogène gazeux avec combustion.

1.2.L'atomisation

L'atomisation d'un liquide est la transformation d'une quantité compacte de celui-ci en gouttelettes. Elle peut se faire sous de multiples formes et le processus généralement plusieurs étapes^v.

Azzopardi^{vi} a étudié la formation des gouttelettes dans une conduite. Certaines d'entre elles se forment par arrachement au niveau d'un film liquide présent sur la paroi interne. Le processus est complexifié par les échanges thermiques en lien avec le phénomène d'évaporation. Les gouttes formées de diverses manières sont susceptibles de se transformer en poches liquides et d'éclater en se dispersant en fines gouttelettes – avec éventuellement une étape intermédiaire ligamenteuse.

Marmottant et Villermaux^{vii} ont obtenu expérimentalement des ligaments (ou fibres) en retirant plus ou moins rapidement un tube vertical plongé initialement dans un liquide Les études qu'ils ont menées tendent à montrer que la structure interne en boulettes des ligaments liquides étirés est gouvernée par des lois statistiques tout comme celle des ensembles moléculaires en thermodynamique statistique.

Antkowiak *et al.* ^{viii} ont étudié expérimentalement la formation d'une fibre obtenue par choc d'une éprouvette sur une surface solide. Ils ont montré – entre autres- le rôle de la courbure de l'interface liquide-gaz dans l'obtention du ligament.

Plus récemment, Inoue *et al.* ont étudié le difficile problème de la fragmentation en cascade dans les feux d'artifice^{ix}. A ce titre ils ont examiné en particulier l'évolution d'une gouttelette perturbée par l'éclatement d'une cavité gazeuse interne. Ils montrent ainsi que la goutte peut osciller autour de sa forme sphéroïdale initiale lorsque l'énergie E_* mise en jeu est plus petite qu'une certaine valeur

critique E_*^c . Lorsque E_* est suffisamment élevée, la goutte peut aussi se déformer en un ligament assez allongé pour se fragmenter.

Nous nous intéressons dans ce qui suit à des situations conduisant à la formation de gouttes avec les caractéristiques suivantes :

1) Champ d'accélération d'origine mécanique en présence ou non de la pesanteur,

2) Processus comprenant la formation de ligaments (ou fibres, ou filaments).

L'atomisation résulte du développement d'instabilités. Nous donnerons deux exemples de génération de gouttelettes consécutives à :

- l'instabilité paramétrique obtenue par vibrations normales à la couche liquide et

- l'instabilité de Rayleigh-Taylor en crête d'une onde axiale.

D'autres exemples d'atomisation seront sommairement présentés ensuite.

2. Génération de gouttelettes par vibrations normales à la couche liquide

Dans ce premier exemple cité, le champ d'accélération étudié est donné et dû à la *vibration forcée d'un récipient* ^{x xi xii}.

On se propose de générer des gouttelettes par vibrations ultrasoniques d'un récipient normales à la couche liquide d'épaisseur *h*. L'instabilité résultante est appelée instabilité paramétrique ou *instabilité de Faraday*. Pour certaines fréquences et amplitudes d'oscillation, la surface liquide est fortement déformée et laisse voir des structures non linéaires en fibres plus ou moins enchevêtrées donnant naissance à des gouttelettes en gouttelettes comme le montre la figure 2.



Figure 2. Atomisation d'une solution d'eau distillée 80% de glycérine, à la fréquence de 20 Hz, d'après Goodridge^{xiii}. On observe une surface extrêmement perturbée avec des fibres donnant naissance à des gouttelettes.

Le traitement résumé ci-dessous est celui de Benjamin et Ursell^{xiv}, repris par Marie Lalo^{xv}. On considère la situation, schématisée sur la figure 3, d'une couche liquide dans un récipient horizontal soumis à une oscillation forcée verticale.

Ecrivons les équations du mouvement dans le référentiel lié au récipient :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \ \mathbf{F} = \rho \left(g - f' \cos \omega t \right) \mathbf{e}_{z}, \ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \otimes \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} = \mathbf{0} \ [2]$$

On fait l'hypothèse d'un potentiel de vitesse ϕ .

Les conditions aux limites après linéarisation sont les suivantes, en z=0 :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}\Big|_{z=0} + \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) - \left(g - f' \cos \omega t \right) z = 0 , \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$
[3]

Soient k_m^2 les valeurs propres du laplacien de surface $\nabla_{y}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$



Figure 3. *Masse liquide excitée par une oscillation ultrasonique. L'axe Oz est orienté suivant la verticale descendante. Le plan xOy est horizontal.*

Les fonctions propres indépendantes $S_m(x, y)$ sont telles que

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_m^2\right) S_m(x, y) = 0$$

On décompose alors sur la base des S_m , ce qui donne :

$$\zeta(x, y, t) = \sum_{0}^{\infty} a_{m(t)} S_m(x, y)$$

On obtient :

$$\frac{d^2 a_m}{dt^2} + k_m \operatorname{th}(k_m h) \left(\frac{k_m^2 \sigma}{\rho} + g - f' \cos \omega t\right) a_m = 0$$

En posant : $T = \omega t/2$ et

$$\begin{cases} p_{m=} \frac{4k_m \text{th}(k_m h)}{\omega^2} \left(\frac{k_m^2 \sigma}{\rho} + g\right) \approx \text{fréquence} \\ q_m = \frac{2k_m f' \text{th}(k_m h)}{\omega^2} \approx \text{amplitude d'oscillation} \end{cases}$$

on déduit l'équation de Mathieu-Hill xvi :





Figure 4. *Diagramme de stabilité d'une couche liquide soumise à une oscillation forcée : on observe des zones d'instabilité séparées.*

On trouve finalement : $a_m(T) = e^{i\mu T} \Theta(T)$, $\mu = \mu(p_m, q_m)$, avec Θ fonction périodique de T.

Le diagramme de stabilité est reporté sur la figure 4.

La stabilité de la surface libre d'un liquide soumis à une oscillation forcée dépend de l'excitation

imposée (amplitude d'accélération f' et pulsation ω) et des propriétés du liquide (tension de surface et masse volumique).

3. Instabilité de Rayleigh-Taylor en crête d'une onde axiale

Dans ce second exemple, le champ d'accélération étudié provient des forces de frottement exercées par l'écoulement d'un jet gazeux sur une vague liquide créée initialement par ce même écoulement sur la surface du liquide, plane dans l'état de référence. Il s'agit d'une *étude phénoménologique*.

La structure d'écoulement étudiée est représentée sur la figure 5.

L'injection superposée des fluides est telle que le *rapport des quantités de mouvement* du gaz et du liquide soit grand

Thermodynamique des interfaces et Mécanique des Fluides. ISTE OpenScience. 2017

$$M = \rho_G U_G^{2} / \rho_L U_L^{2} >> 1$$

Selon Ben Rayana, Cartellier et Hopfinger, les choses se passent comme suit :

En premier lieu il se forme des ondes axiales (les vagues alignées perpendiculairement à la direction de l'écoulement) suivant un processus linéaire de Kelvin-Helmholtz. On montre que la longueur d'onde de la vague est :



Figure 5. Schéma du dispositif utilisé par Ben Rayana, Cartellier et Hopfinger $(2006)^{xvii}$. δ_G est l'épaisseur de vorticité.

Ces ondes s'amplifient de manière non linéaire et subissent un champ d'accélération à leur crête.

Ce champ d'accélération n'était pas pris en compte dans l'étude linéarisée des ondes axiales. Pour étudier cette nouvelle instabilité, il faut partir de la crête de l'onde axiale soumise à l'accélération due à l'action du gaz extérieur (Figure 6) et égale à :

$$a = \left(C_D \rho_G / 2b \rho_L\right) \left(U_G - U_C\right)^2$$

où *b* est l'épaisseur de la crête (une fraction définie de la longueur d'onde λ_{axi}) et C_D le coefficient de traînée.

A ce niveau il se produit une instabilité de type Rayleigh-Taylor entre deux fluides superposés^{xviii}. On aura simplement à remplacer l'accélération g de la pesanteur par l'accélération a.



Figure 6. Ce qui se passe en crête de l'onde axiale résultant de l'instabilité convective de Kelvin-Helmholtz. La vitesse de convection est ^{xix}

$$U_{c} = U_{G} \left(1 - U_{L} / U_{G} \sqrt{\rho_{L} / \rho_{G}} \right) / \left(1 + \sqrt{\rho_{L} / \rho_{G}} \right)$$

On trouve donc :

$$\lambda_{\rm RT} = 2\pi \sqrt{3\sigma/a\rho_L}$$

et l'on obtient finalement, en utilisant les relations précédentes :

$$\lambda_{RT} = 2\pi \sqrt{\frac{3\alpha C_{axi}}{C_D}} \delta_G \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/4} \left[\frac{\rho_G (U_G - U_C)^2 \delta_G}{\sigma}\right]^{-1/2}$$

Avec l'hypothèse admise M >> 1, et en posant :

$$Wec_0 = \frac{\rho_G (U_G - U_C)^2 \delta_G}{\sigma}$$

il vient :

$$\lambda_{RT} = 2\pi \sqrt{\frac{3\alpha C_{axi}}{C_D}} \delta_G \left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/4} We c_0^{-1/2}$$

La figure 7 montre les fibres attachées à la crète de l'onde de Kelvin-Helmholtz dues à l'instabilité de Rayleigh-Taylor. On observe aussi des gouttelettes qui s'en détachent.



Figure 7. Ondes transverses de longueur d'onde $\lambda_{TR} \propto U_G^{-1/4} (U_G - U_C)^{-1}$ (vue de dessus, d'après Ben Rayana et al., 2006)

Distribution en taille des gouttes

On vérifie expérimentalement que la taille moyenne des gouttes est proportionnelle à $\lambda_{\rm \scriptscriptstyle RT}$.

Rappel^{xx}

Distribution continue : les tailles statistiques de gouttes se définissent à partir de la fonction de distribution continue f(D).

$$D_{pq} = \left(\int_0^\infty D^p f(D) dD \middle/ \int_0^\infty D^q f(D) dD \right)^{1/p-1}$$

Distribution discrète (nombre fini de gouttes) :

$$D_{pq} = \left(\sum_{1}^{N} d_{i}^{p} / \sum_{1}^{N} d_{i}^{q}\right)^{1/p-q}$$

On considère généralement le diamètre moyen D_{10} et le diamètre de Sauter D_{32} égal à la somme des volumes divisé par la somme des aires.

Remarque

Notons que Lasheras et Hopfinger^{xxi} ont présenté la topologie des mécanismes d'atomisation de jets liquides. Le régime typique d'injecteur coaxial LPRE (Liquid Propellant

Rocket Engine) est le régime en fibres (fiber type atomisation) que nous avons présenté ici. Ce régime est rencontré lorsque le nombre de Weber des gouttes de liquide $We(D_L)$ est supérieur à un seuil compris entre 100 et 1000 dépendant du Re liquide (voir la figure 7). Il occupe un petit domaine dans le diagramme de stabilité, où :

$$We = \rho_G U_G D_L / \sigma, \ \text{Re}_L = U_L D_L / v_L, \ M = \rho_G U_G^2 / \rho_L U_L^2$$



Figure 8. Régimes de rupture dans l'espace des paramètres Re_L / We. Les lignes à M constant sont calculées pour eau-air et D_L =7mm,

4. Travaux récents

Des modèles stochastiques ont été proposés par Gorokhovski et al. xxii.

Des investigations sont en cours à l'ONERA avec une installation et des diagnostics spécifiques afin de déterminer des lois correctes pour les diamètres moyens et la distribution en taille des gouttelettes. En particulier il est crucial d'avoir des formules correctes pour le rôle du rapport des densités lorsque celles-ci sont très différentes^{xxiii}. Des travaux ont été publiés en 2015 ^{xxiv}, en 2016 ^{xxv} et en 2017 ^{xxvi}

5. Conclusion

Les fluides en mouvement présentent des instabilités interfaciales qu'il n'est pas toujours possible de faire apparaître par l'étude en petites perturbations linéarisées. Ainsi entre deux jets parallèles de vitesses très différentes, si l'étude linéaire fait apparaître une instabilité de Kelvin-Helmholtz, il faut considérer le développement ultérieur de cette instabilité primaire pour expliquer l'apparition d'une autre instabilité. La prise en compte séparée du champ d'accélération créé en crête de l'onde primaire permet d'expliquer cette nouvelle instabilité qui est de type de Rayleigh-Taylor.

Il est probable qu'un calcul non linéarisé en 3D ferait apparaître d'emblée les deux instabilités, mais aucun n'a été publié pour le moment à notre connaissance^{xxvii}.

La résolution numérique a été faite en 2D par Fuster et *al.*, qui ont comparé avec l'analytique et les expériences. Les codes DNS existant à l'heure actuelle devraient permettre la résolution en 3D.

L'enjeu est important car les structures liquides qui apparaissent sont une étape de l'atomisation en gouttelettes^{xxviii}. Or *la taille des gouttelettes* est un point essentiel de l'efficacité de la combustion ultérieure dans les moteurs. De nouvelles expériences sont en préparation à l'ONERA à ce sujet^{xxix}. Il est capital de vérifier expérimentalement les formules de la littérature proposées pour la taille moyenne et pour la distribution des tailles des gouttelettes. On peut observer en effet des écarts entre les diverses formules théoriques, empiriques ou semi-empiriques.

Références

^{iv} Chandrasekhar S., Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Clarendon Press, Oxford, 1961.

- ^{xi} Boukra M., Cartellier A., Ducasse E. *et al., C. R. Meca.*, vol. 337, p. 492–503, 2009.
- ^{xii} Parker S.H., Suh H.K, Lee C.S., *Energy and Fuels*, vol. 22, p.605-613, 2008.

- xiv Benjamin T.B., Ursell F., Proc. of the Roy. Soc. of London, vol. A 255, p. 505-515, 1954
- ^{xv} Lalo M., Thèse ENSAE-ONERA, Toulouse, 21-12-2006.
- ^{xvi} Sindayihebura D., PH. D. Thesis, Université Catholique de Louvain, 1995.
- ^{xvii} F. Ben Rayana, A. Cartellier and E. Hopfinger, iclass06-190, Aug.27-Sept.1, 2006, Kyoto, Japan ^{xviii} CM. Varga, JC. Lasheras & EJ. Hopfinger, JFM, vol 497, pp. 424-426, 2003.
- ^{xix} Dimotakis, P. E.1986 Two-dimensional shear-layer entrainment. AIAA J . 24, 1791-1796.

^{xxi} J. C. Lasheras and E. J. Hopfinger, Annual Review of Fluid Mechanics, 32:275–308, 2000

^{xxii} M Gorokhovski, J Jouanguy, A Chtab-Desportes, Stochastic model of the near-to-injector spray formation assisted by a high-speed coaxial gas jet, Fluid Dyn. Res. 41 (2009) 035509 (15pp) doi:10.1088/0169-5983/41/3/035509

^{xxiii} E. Porcheron, J. L. Carreau, L. Prevost, D. Le Visage, F. Roger, Effect of injection gas density on coaxial liquid jet atomization, Atomization and Spray, vol. 12, pp. 209-227, 2002.

^{xxiv} N. Fdida, Y. Mauriot, L. Vingert, A. Ristori, M. Théron, Visualization coupled with Phase Doppler Interferometry for investigation of cryogenic LOX/nitrogen and LOX/helium sprays, 7th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS), 2015.

^{xxvi} N. Fdida, Y. Mauriot, L. Vingert, M. Nugue, Granulométrie par imagerie d'un écoulement

diphasique cryogénique, Instrumentation, Mesure, Métrologie – n° 1-2/2017, 9-27.

^{xxvii} D. Fuster, JP Matas S Marty *et al., JFM*, vol. 736. 2013, pp 150-176.

xxviii E. Villermaux, Ph. Marmottant, J. Duplat, Physical Review Letters, vol. 92, 2004.

^{xxix} Y. Mauriot, L. Vingert, L.-H. Dorey, REST Workshop – Atomisation ONERA 09/06/2015 .

ⁱ Lamb H., Hydrodynamics, Cambridge University Press, Cambridge, 1945.

ⁱⁱ Jens Niemeyer, https://youtu.be/yabqo7VFTYs

iii Nicoli C., Haldenwang P., Double Kelvin-Helmholtz en aval d'un injecteur O2-H2 allumé, 2002.

 ^v R, Prud'homme, Ecoulements et réactions chimiques 3 ; applications aux mélanges réactifs, Hermès-Science Lavoisier, Paris, 2014. ISBN 978-2-7462-4586-0

^{vi} Azzopardi, Japanese J. Multiphase Flow, vol. 2 N°1 pp. 15-35 (1988)

^{vii} Marmottant P., Villermaux E., *Physics of fluids*, vol. 16, (8), p. 2732-2741, 2004

^{viii} Antkowiak A., Bremond N., Le Dizès S., Villermaux E., Short-term dynamics of a density interface following an impact, *J. Fluid Mech.*, vol. **577**, pp. 241-250 (2007).

^{ix} C. Inoue, Y. Izato, A. Miyake, and E. Villermaux, Direct Self-Sustained Fragmentation Cascade of Reactive Droplets, Phys. Rev. Lett. 118, 074502 (2017).

^x Lang R. J., *The Journal of the acoustical Society of America*, vol. 34 (1), 1962

^{xiii} Goodridge C.L., Tao Shi W., Hentschel H.E., Lathrop D.P., *Physical Review E*, Vol, 56, p.472-475, 1997.

^{xx} R. Prud'homme. Flows and chemical reactions in heterogeneous mixtures, ISTE Wiley, 2014.

^{XXV} N. Fdida, Y. Mauriot, L. Vingert, A. Ristori, S. Godel, M. Théron, Caractérisation de l'atomisation d'un jet d'oxygène liquide assisté par azote gazeux au moyen de diagnostics optique, Congrès Francophone des Techniques Laser (CFTL), Toulouse, France, 13-16 septembre 2016.