

Colloque du GDR MFA. Octobre 2016

# ATOMISATION SOUS CHAMP D'ACCÉLÉRATION

par Roger Prud'homme

Institut  $\partial'$  Alembert - Université  
Paris 6 / CNRS

[roger.prud\\_homme@upmc.fr](mailto:roger.prud_homme@upmc.fr)

# Sommaire

L'atomisation d'un liquide peut se faire sous de multiples formes. Il y a généralement plusieurs étapes. Nous nous intéressons ici aux situations conduisant à la formation de gouttes avec les caractéristiques suivantes :

- 1) Champ d'accélération d'origine mécanique en présence ou non de la pesanteur,
- 2) Processus comprenant la formation de ligaments (ou filaments). Nous donnerons deux exemples de génération de gouttelettes consécutives à :
  - l'instabilité **paramétrique** obtenue par vibrations normales à la couche liquide et
  - l'instabilité de **Rayleigh-Taylor** en crête d'une onde axiale.

# 1. Génération de gouttelettes par vibrations normales à la couche liquide

- Dans ce premier exemple, le champ d'accélération étudié est dû à *vibration forcée d'un récipient*.
- On se propose de générer des gouttelettes par vibrations ultrasoniques d'un récipient normales à la couche liquide d'épaisseur  $h$ . L'instabilité résultante est appelée **instabilité paramétrique** ou *instabilité de Faraday*. Le traitement résumé ci-dessous est celui de Benjamin et Ursell, repris par Marie Lalo. On considère la situation, schématisée sur la figure 1, d'une couche liquide dans un récipient horizontal soumis à une oscillation forcée verticale.

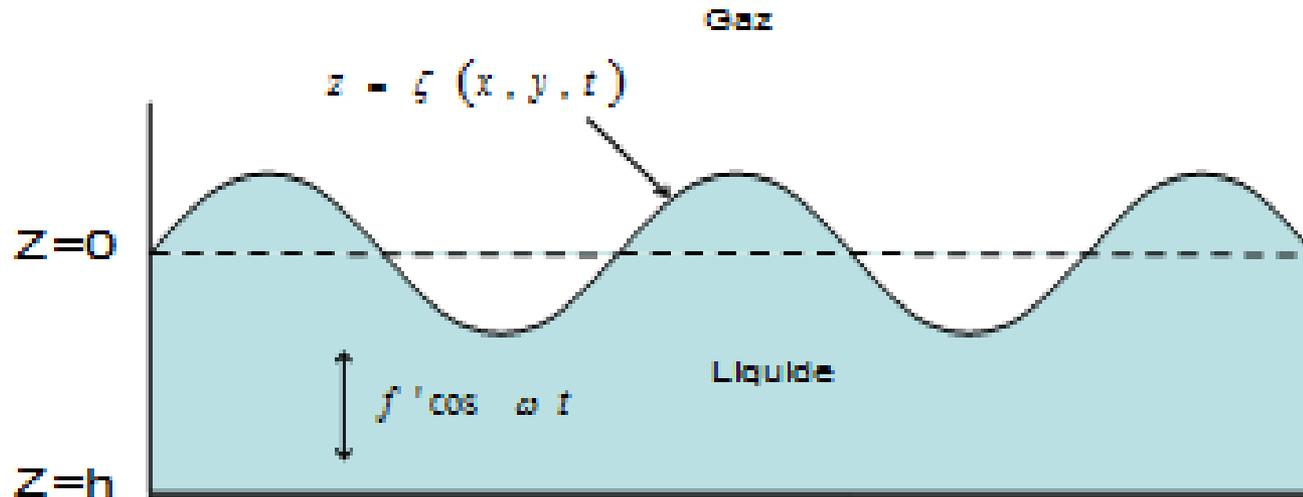
- Lang R. J., *The Journal of the acoustical Society of America*, vol. 34 (1), 1962.

- Boukra M., Cartellier A., Ducasse E. *et al.*, *C. R. Meca.*, vol. 337, p. 492–503, 2009.

- Parker S.H., Suh H.K, Lee C.S., *Energy and Fuels*, vol. 22, p.605-613, 2008.

- Benjamin T.B., Ursell F., *Proc. of the Roy. Soc. of London*, vol. A 255, p. 505-515, 1954

# 1. Vibrations normales à la couche liquide



**Figure 1.** Masse liquide excitée par une oscillation ultrasonique. L'axe  $Oz$  est orienté suivant la verticale descendante. Le plan  $xOy$  est horizontal.

- Equations du mouvement dans le référentiel lié au récipient :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{F} = \rho (g - f' \cos \omega t) \mathbf{e}_z, \quad \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \otimes \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{1}{\rho} \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

- Lalo M., Thèse ENSAE-ONERA, Toulouse, 21-12-2006.
- R, Prud'homme, Hermes-Science Lavoisier, Paris, 2014

# 1. Vibrations normales à la couche liquide

- On fait l'hypothèse d'un potentiel de vitesse  $\phi$ .
- Conditions aux limites après **linéarisation**, en  $z=0$  :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=0} + \frac{\sigma}{\rho} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) - (g - f' \cos \omega t) z = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

- $k_m^2$  valeurs propres du laplacien de surface  $\nabla_{//}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$
- fonctions propres indépendantes  $S_m(x, y)$  telles que

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_m^2 \right) S_m(x, y) = 0$$

- On décompose sur la base des  $S_m \rightarrow \zeta(x, y, t) = \sum_0^{\infty} a_m(t) S_m(x, y)$

$$\frac{d^2 a_m}{dt^2} + k_m \operatorname{th}(k_m h) \left( \frac{k_m^2 \sigma}{\rho} + g - f' \cos \omega t \right) a_m = 0$$

- On obtient

## 1. Vibrations normales à la couche liquide

- En posant :  $T = \omega t/2$  et

$$p_m = \frac{4k_m \operatorname{th}(k_m h)}{\omega^2} \left( \frac{k_m^2 \sigma}{\rho} + g \right) \approx \text{fréquence}$$

$$q_m = \frac{2k_m f \operatorname{th}(k_m h)}{\omega^2} \approx \text{amplitude d'oscillation}$$

- On obtient l'équation de Mathieu-Hill

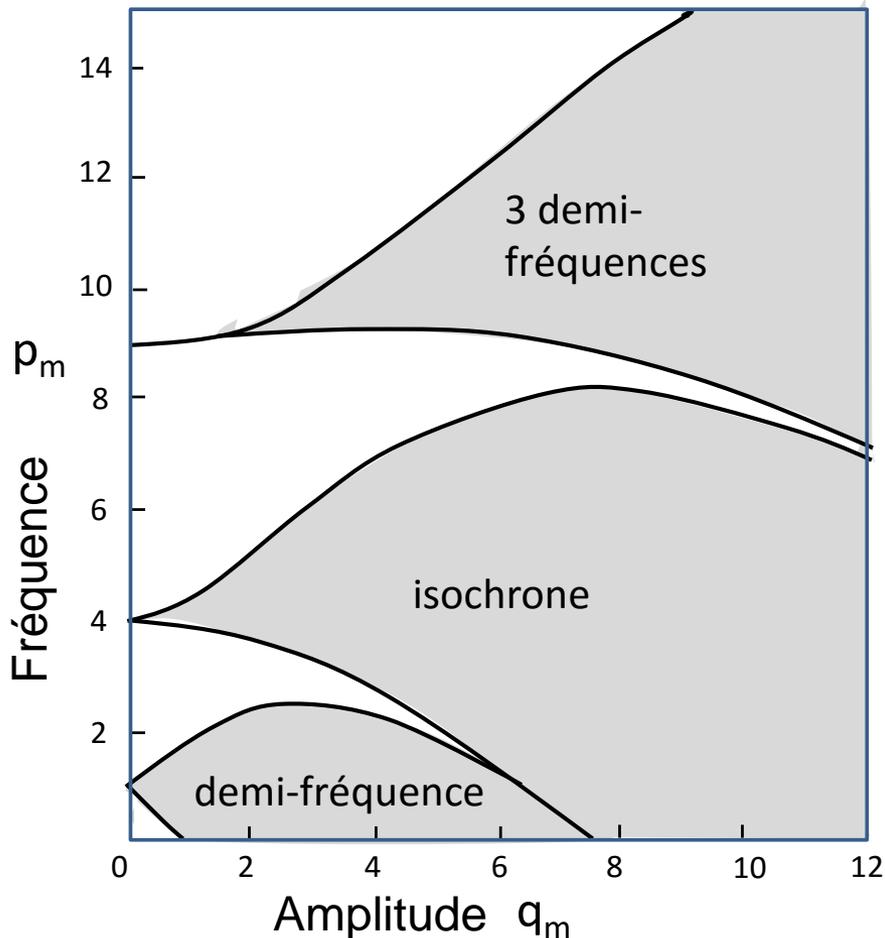
$$\frac{d^2 a_m}{dT^2} + (p_m - 2q_m \cos 2T) a_m = 0$$

- On trouve finalement avec  $\Theta$  fonction périodique de  $T$ .

$$a_m(T) = e^{i\mu T} \Theta(T), \quad \mu = \mu(p_m, q_m)$$

Sindayihebura D., PH. D. Thesis, Université Catholique de Louvain, 1995

# 1. Vibrations normales à la couche liquide

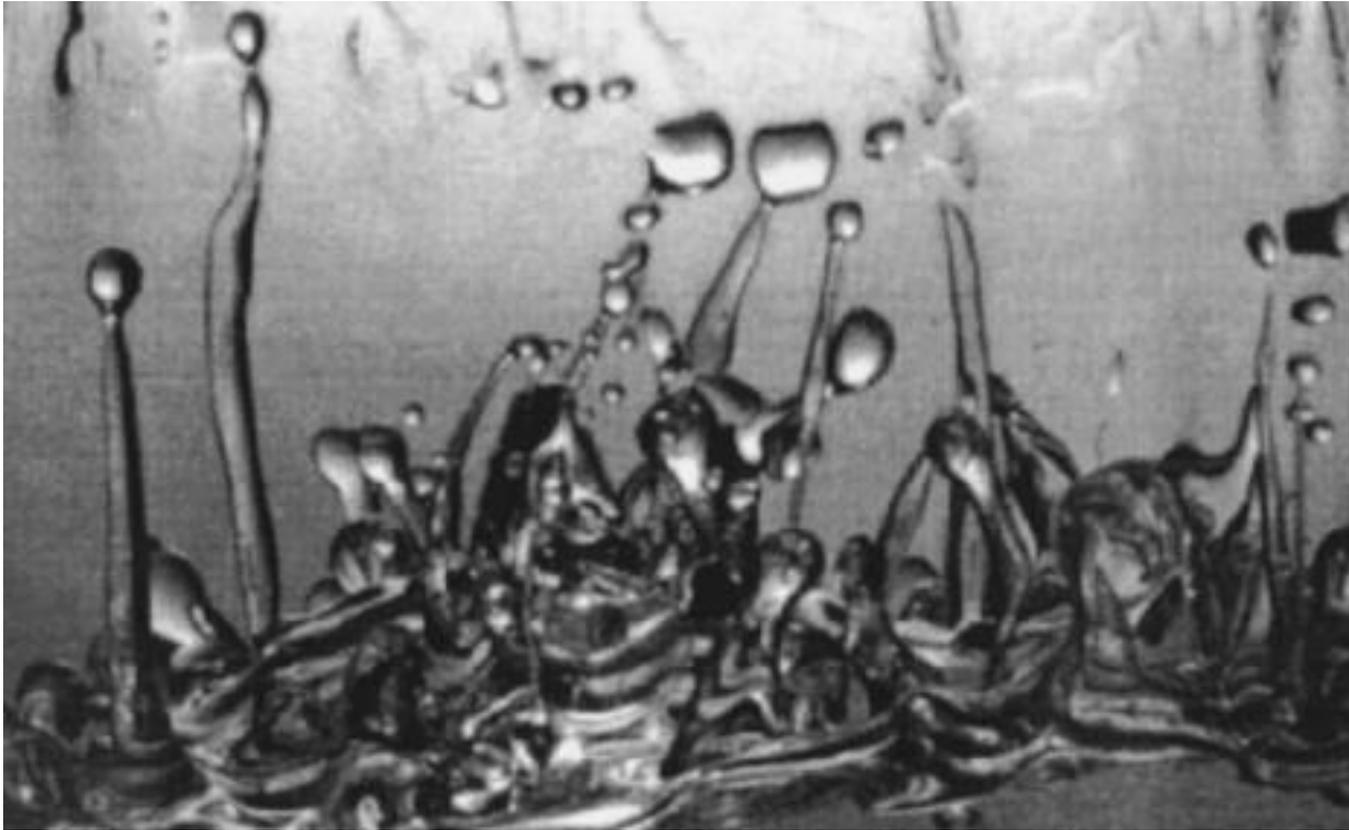


La stabilité de la surface libre d'un liquide soumis à une oscillation forcée dépend de l'excitation imposée (amplitude d'accélération  $f'$  et pulsation  $\omega$ ) et des propriétés du liquide (tension de surface et masse volumique).

**Figure 2.** *Diagramme de stabilité d'une couche liquide soumise à une oscillation forcée : on observe des zones d'instabilité séparées.*

Benjamin T.B., Ursell F., *Proc. of the Roy. Soc. of London*, vol. A 255, p. 505-515, 1954

## 1. Vibrations normales à la couche liquide



**Figure 3.** *Atomisation d'une solution d'eau distillée 80% de glycérine, à la fréquence de 20 Hz, d'après Goodridge.*

Goodridge C.L., Tao Shi W., Hentschel H.E., Lathrop D.P., *Physical Review E*, Vol, 56, p.472-475, 1997

## 1. Vibrations normales à la couche liquide

- Les structures en fibres de la figure 3 se situent hors du domaine de l'étude linéarisée.
- L'atomisation se fait par rupture capillaire des fibres.
- Mais d'autres théories existent, mettant en jeu le collapse de bulles apparues au voisinage de la surface de la nappe liquide (Sollner 1936)

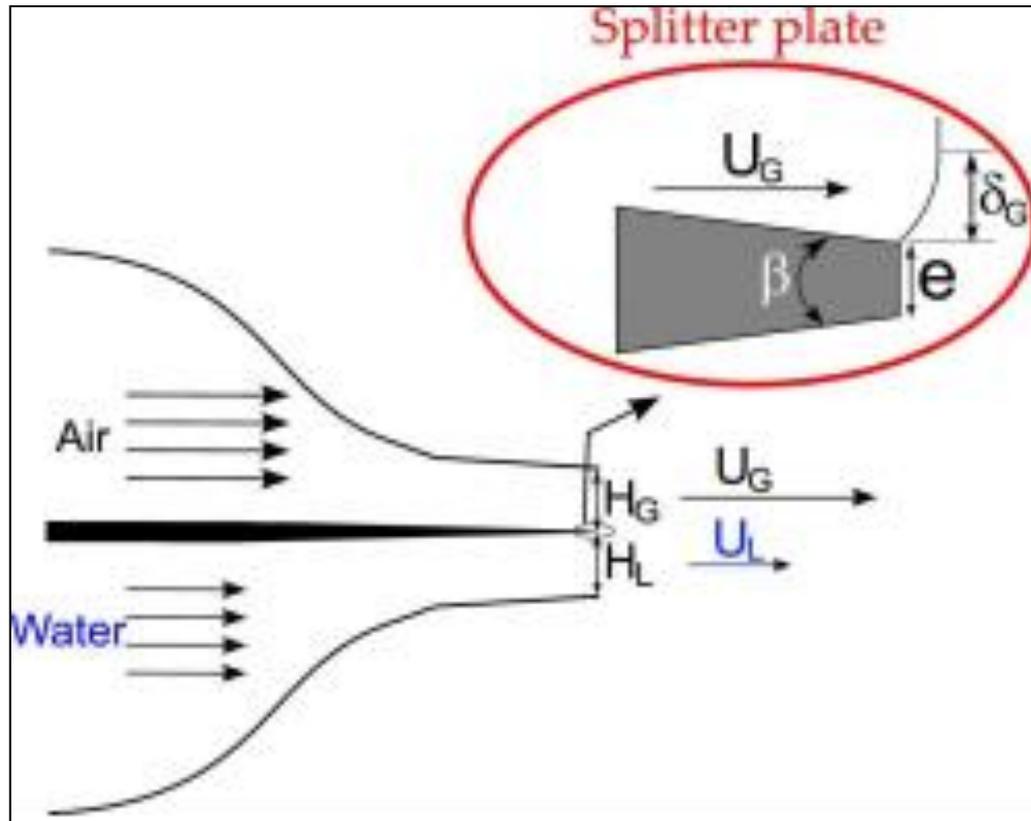
Lalo M., Thèse ENSAE-ONERA, Toulouse, 21-12-2006

## 2. Instabilité de Rayleigh-Taylor en crête d'une onde axiale

Dans ce second exemple, le champ d'accélération étudié provient des forces de frottement exercées par l'écoulement d'un jet gazeux sur une vague liquide créée initialement par ce même écoulement sur la surface du liquide, plane dans l'état de référence. Il s'agit d'une *étude phénoménologique*.

F. Ben Rayana, A. Cartellier and E. Hopfinger,  
iclass06-190, Aug.27-Sept.1, 2006, Kyoto, Japan.

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz



**Figure 4.** Schéma du dispositif utilisé par Ben Rayana, Cartellier et Hopfinger (2006).  $\delta_G$  est l'épaisseur de vorticité.

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz

- L'injection superposée des fluides est telle que le **rapport des quantités de mouvement** du gaz et du liquide soit grand

$$M = \rho_G U_G^2 / \rho_L U_L^2 \gg 1$$

- Selon Ben Rayana, Cartellier et Hopfinger, les choses se passent comme suit :

- **En premier lieu il se forme des ondes axiales (les vagues alignées perpendiculairement à la direction de l'écoulement) suivant un processus linéaire de Kelvin-Helmholtz.** On montre que:

$$\lambda_{axi} = C_{axi} \sqrt{\rho_L / \rho_G} \delta_G$$

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz



Nicoli\_Haldenwang\_2002\_Double Kelvin-Helmholtz en aval d'un injecteur O2-H2 allumé-1.avi

- Ces ondes s'amplifient de manière non linéaire et subissent un **champ d'accélération** à leur crête.
- Ce champ d'accélération n'était pas pris en compte dans l'étude linéarisée des ondes axiales. Pour étudier cette nouvelle instabilité, il faut partir de la crête de l'onde axiale soumise à l'accélération due au frottement du gaz extérieur et égale à :

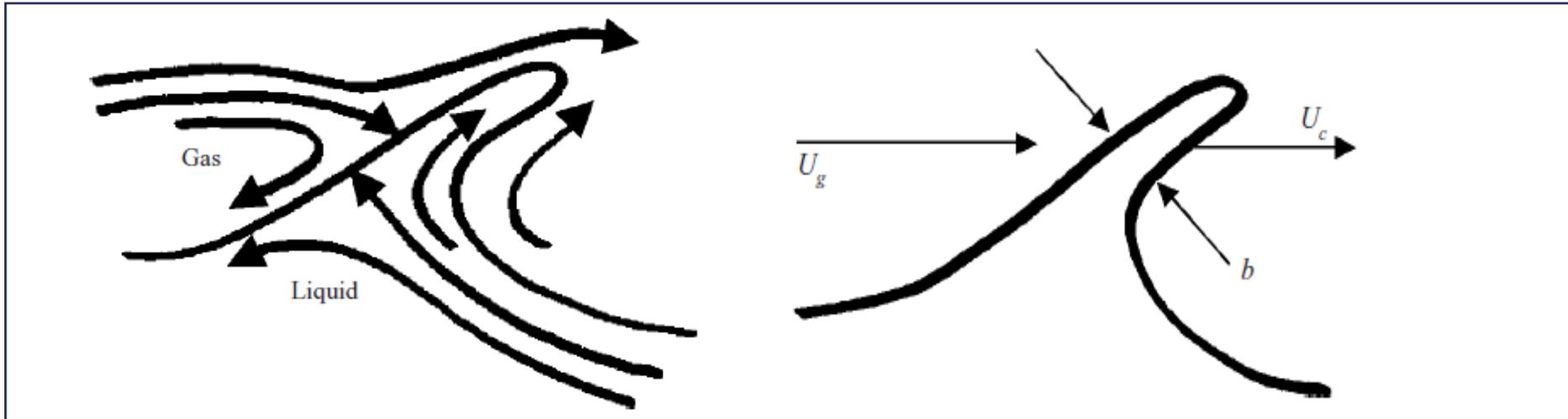
$$a = (C_D \rho_G / 2b \rho_L) (U_G - U_C)^2$$

où  $b$  est une fraction de  $\alpha$  et  $C_D$  le coefficient de traînée.

- **A ce niveau il se produit une instabilité de type Rayleigh-Taylor entre deux fluides superposés . On aura simplement à remplacer l'accélération  $g$  de la pesanteur par l'accélération  $a$ .**

- CM. Varga, JC. Lasheras & EJ. Hopfinger,  
JFM, vol 497, pp. 424-426, 2003.

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz



**Figure 5.** *Ce qui se passe en crête de l'onde axiale résultant de l'instabilité convective de Kelvin-Helmholtz. La vitesse de convection est*

$$U_C = U_G \left( 1 - \frac{U_L}{U_G} \sqrt{\rho_L / \rho_G} \right) / \left( 1 + \sqrt{\rho_L / \rho_G} \right)$$

Dimotakis, P. E. 1986 Two-dimensional shear-layer entrainment. AIAA J . 24, 1791-1796.

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz

• On trouve donc :  $\lambda_{RT} = 2\pi\sqrt{3\sigma/a\rho_L}$

et l'on obtient finalement, en utilisant les relations précédentes :

$$\lambda_{RT} = 2\pi\sqrt{\frac{3\alpha C_{axi}}{C_D}}\delta_G\left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/4}\left[\frac{\rho_G(U_G - U_C)^2\delta_G}{\sigma}\right]^{-1/2}$$

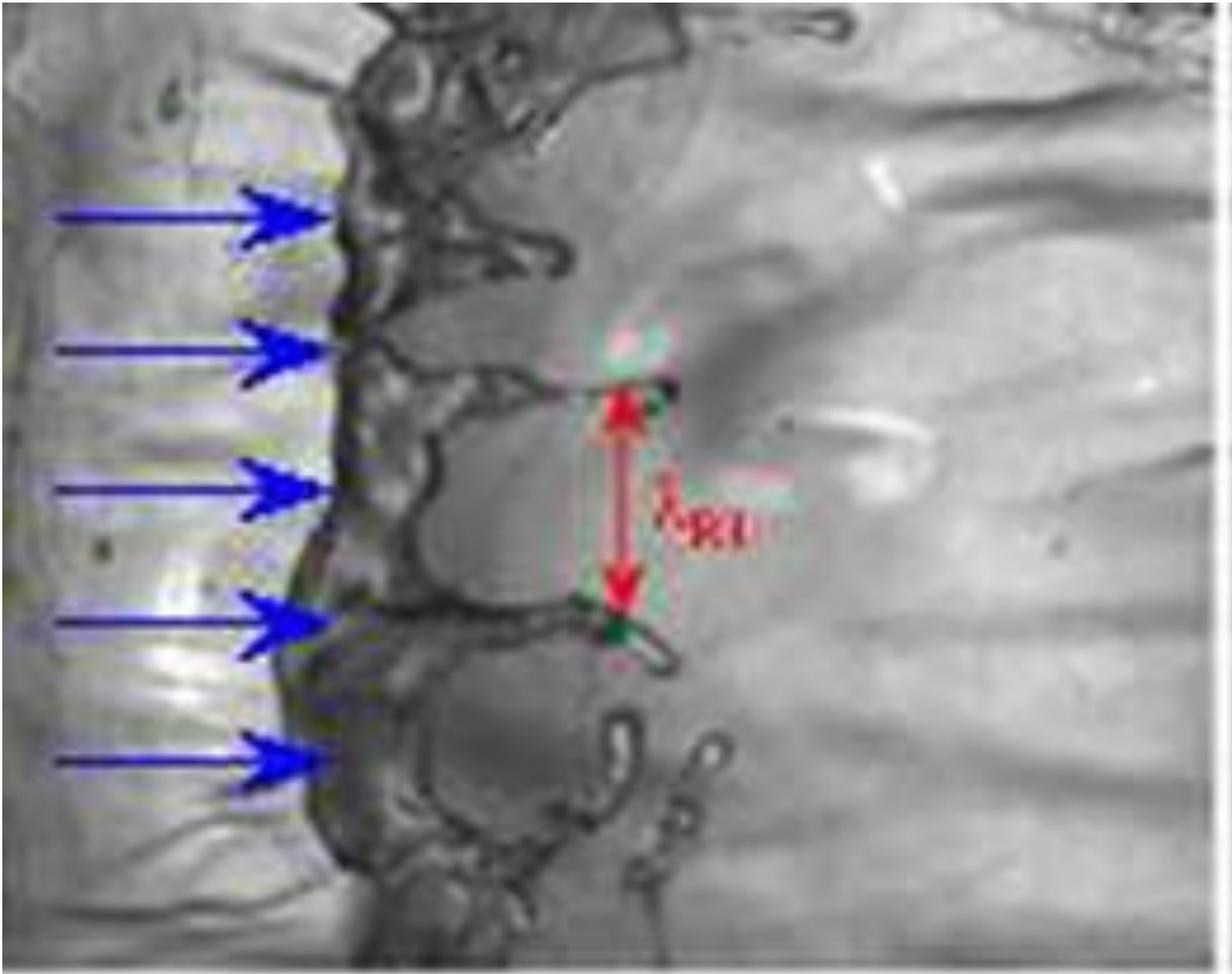
• Avec l'hypothèse admise  $M \gg 1$ , et en posant:  $We_{c0} = \frac{\rho_G(U_G - U_C)^2\delta_G}{\sigma}$

Il vient :

$$\lambda_{RT} = 2\pi\sqrt{\frac{3\alpha C_{axi}}{C_D}}\delta_G\left(\frac{\rho_L}{\rho_G}\right)^{1/4} We_{c0}^{-1/2}$$

R. Prud'homme Flows of Reactive Fluids, Springer, 2010.

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz



**Figure 6.** Ondes transverses de longueur d'onde  $\lambda_{TR} \propto U_G^{-1/4} (U_G - U_C)^{-1}$

F. Ben Rayana, A. Cartellier and E. Hopfinger, iclass06-190, Aug.27-Sept.1, 2006, Kyoto, Japan.

## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz

- **Distribution en taille des gouttes**

On vérifie expérimentalement que la taille moyenne des gouttes est proportionnelle à  $\lambda_{RT}$ .

### Rappel

- *Distribution continue* : les tailles statistiques de gouttes se définissent à partir de la fonction de distribution continue  $f(D)$ .

$$D_{pq} = \left( \int_0^\infty D^p f(D) dD / \int_0^\infty D^q f(D) dD \right)^{1/p-q}$$

- *Distribution discrète* (nombre fini de gouttes) : 
$$D_{pq} = \left( \frac{\sum_1^N d_i^p}{\sum_1^N d_i^q} \right)^{1/p-q}$$
- On considère généralement le diamètre moyen  $D_{10}$  et le diamètre de Sauter  $D_{32}$  égal à la somme des volumes divisé par la somme des aires.

R. Prud'homme. Flows and chemical reactions in heterogeneous mixtures, ISTE Wiley, 2014

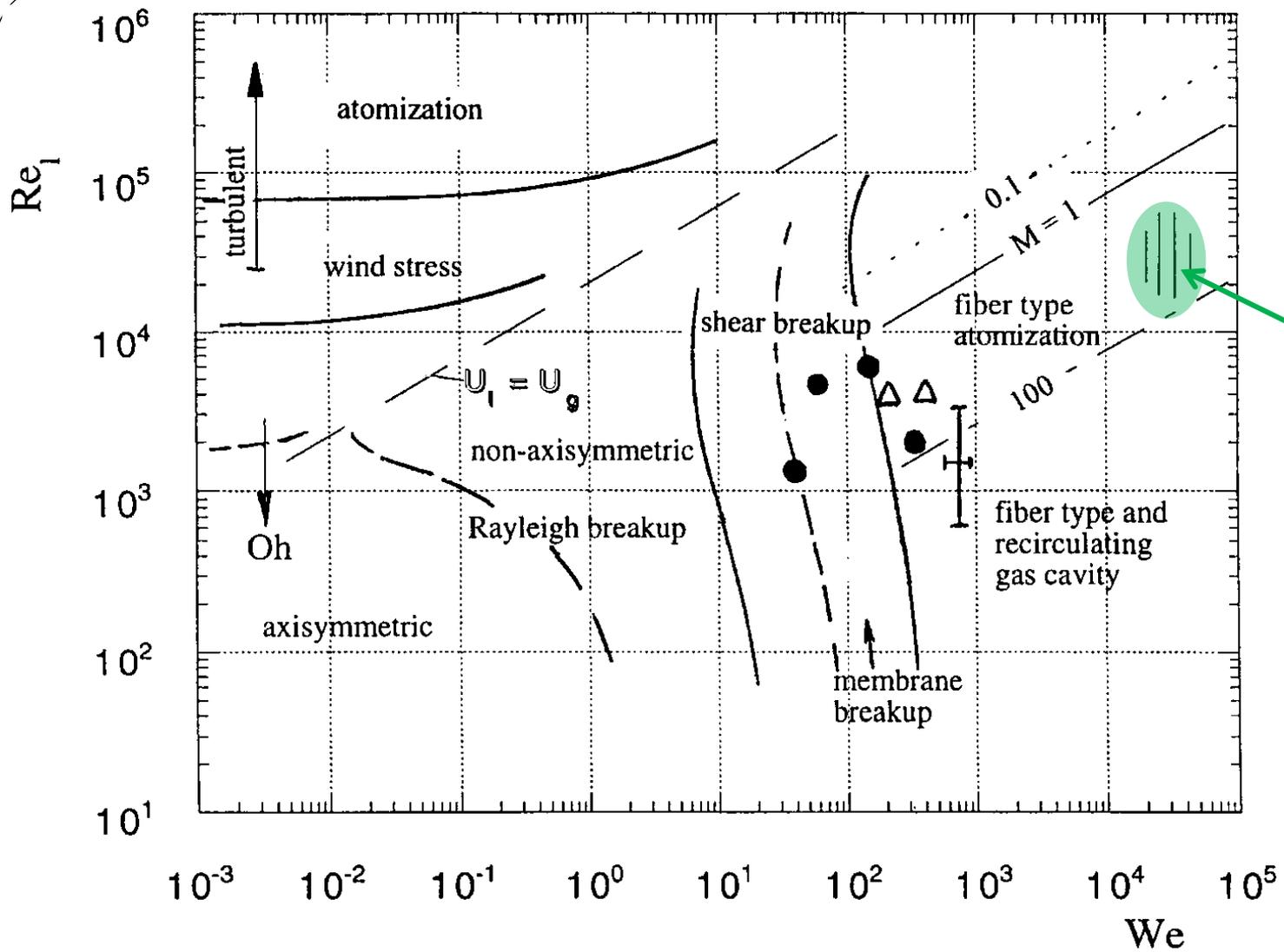
## 2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz

- **Remarque**

Notons que Lasheras et Hopfinger ont présenté la topologie des mécanismes d'atomisation de jets liquides. Le régime typique d'injecteur coaxial LPRE (Liquid Propellant Rocket Engine) est le **régime en fibres** (fiber type atomisation) que nous avons présenté ici. Ce régime est rencontré lorsque  $We(D_L)$  est supérieur à un seuil compris entre 100 et 1000 dépendant du  $Re$  liquide (voir la figure). **Il occupe un petit domaine** dans le diagramme de stabilité, où :

$$We = \rho_g U_g D_l / \sigma, \quad Re_l = U_l D_l / \nu_l, \quad M = \rho_g U_g^2 / \rho_l U_l^2$$

J. C. Lasheras and E. J. Hopfinger, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32:275–308, 2000.



2. Injection superposée d'un liquide et d'un gaz

Régime des moteurs de fusées

Figure 7. Régimes de rupture dans l'espace des paramètres  $Re_1 / We$ . Les lignes à  $M$  constant sont calculées pour eau-air et  $D_f = 7\text{mm}$ ,

### 3. Conclusion

Les fluides en mouvement présentent des instabilités interfaciales qu'il n'est pas toujours possible de faire apparaître par l'étude en petites perturbations linéarisées. Ainsi entre deux jets parallèles de vitesses très différentes, si **l'étude linéaire fait apparaître une instabilité de Kelvin-Helmholtz**, il faut considérer le développement ultérieur de cette instabilité primaire pour expliquer l'apparition d'une autre instabilité. La prise en compte séparée du champ d'accélération créé en crête de l'onde primaire permet d'expliquer cette nouvelle instabilité qui est de type de **Rayleigh-Taylor**.

- Il est probable qu'un **calcul non linéarisé en 3D** ferait apparaître d'emblée les deux instabilités, mais aucun n'a été publié pour le moment à notre connaissance.
- La **résolution numérique a été faite en 2D** par Fuster et *al.* , qui ont comparé avec l'analytique et les expériences. Les codes DNS existant à l'heure actuelle devraient permettre la résolution en 3D.
- **L'enjeu** est important car les structures liquides qui apparaissent sont une étape de l'atomisation en gouttelettes . Or **la taille des gouttelettes** est un point essentiel de l'efficacité de la combustion ultérieure dans les moteurs. De nouvelles expériences sont en préparation à l'ONERA à ce sujet.

- D. Fuster, JP Matas S Marty *et al.*, *JFM*, vol. 736. 2013, pp 150-176

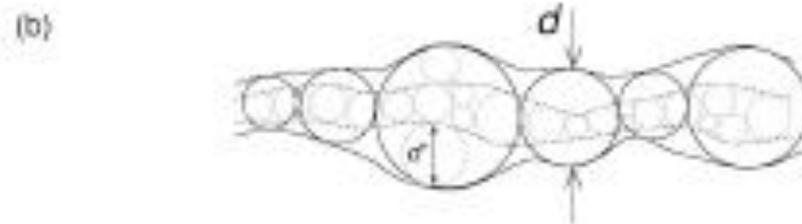
- E. Villiermaux, Ph. Marmottant, J. Duplat, *Physical Review Letters*, vol. 92, 2004

- Y. Mauriot , L. Vingert, L.-H. Dorey, REST Workshop – Atomisation ONERA 09/06/2015

### 3. Conclusion

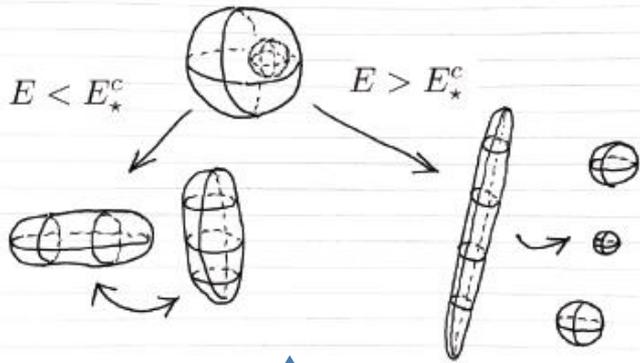
- **Atomisation en micropesanteur**, est-ce un thème pertinent?

Il peut être intéressant d'étudier le comportement de fibres (ou ligaments) liquides en micropesanteur. Celles-ci peuvent être générées par étirement ou encore par le choc d'une éprouvette sur une surface solide, etc.

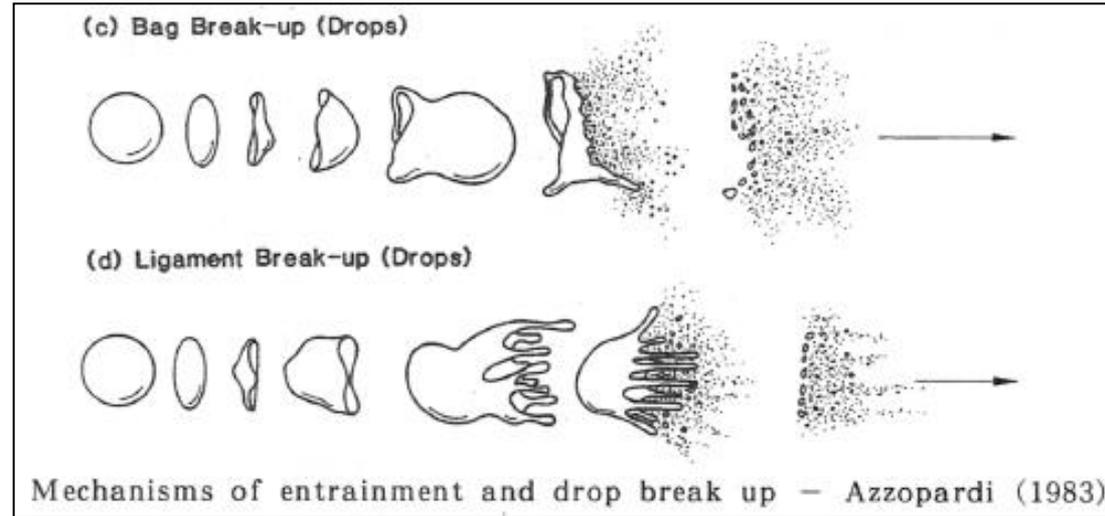


- Marmottant P., Villermaux E., *Physics of fluids*, vol. 16, (8), p. 2732-2741, 2004.
- Antkowiak et al., *J. Fluid Mech.*, vol. 577, pp. 241-250 (2007)

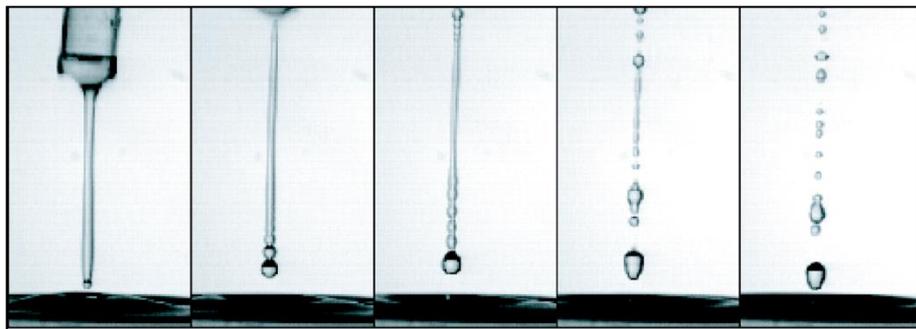
### 3. Conclusion



The fate of a droplet as it is perturbed by a bursting cavity. The drop may oscillate around its initial spheroidal shape when  $E^*$  is smaller than critical  $E^*_{c}$ , or may deform into a ligament sufficiently elongated to fragment when  $E^*$  is large enough.- Inoue (2013)



Arrachement de gouttes en écoulement annulaire



Fast elongation of a liquid water ligament, capillary tube of diameter  $D=7$  mm, time intervals  $t=4.5$  ms. Marmottant & Villermaux (2004)

- C. Inoue *et al.*, Physical Letters, 2016.

- Azzopardi, Japanese J. Multiphase Flow, vol. 2 N°1 pp. 15-35 (1988)

*Merci pour votre attention*



*Institut Jean Le Rond d'Alembert UMR 7190*