



HAL
open science

ENREGISTREMENT DES TEMPS D'IMMERSION A DIFFÉRENTS NIVEAUX, DUS AUX NAPPES D'EAU INDUITES PAR LES VAGUES SE BRISANT SUR UNE PAROI ROCHEUSE

Jean Claude Bremond

► **To cite this version:**

Jean Claude Bremond. ENREGISTREMENT DES TEMPS D'IMMERSION A DIFFÉRENTS NIVEAUX, DUS AUX NAPPES D'EAU INDUITES PAR LES VAGUES SE BRISANT SUR UNE PAROI ROCHEUSE. *Vie et Milieu*, 1958, pp.257-277. hal-02880415

HAL Id: hal-02880415

<https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-02880415>

Submitted on 25 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ENREGISTREMENT DES TEMPS D'IMMERSION
A DIFFÉRENTS NIVEAUX,
DUS AUX NAPPES D'EAU INDUITES
PAR LES VAGUES
SE BRISANT SUR UNE PAROI ROCHEUSE (1)

par Jean Claude BREMOND

Dans le cadre de recherches sur l'écologie des Crustacés Cirripèdes, *Chthamalus stellatus* et *Chthamalus depressus*, nous avons décidé d'étudier avec précision le comportement des nappes d'eau induites par les vagues au-dessus du niveau moyen. La présente publication est destinée à exposer plus particulièrement ces résultats. Les problèmes biologiques feront l'objet d'une autre note.

De nombreux travaux ont été effectués sur les composantes et le comportement des houles et des vagues en pleine mer. Le problème devient plus complexe si l'on cherche à l'analyser dans le détail lorsque la vague arrive à la côte et s'y brise en provoquant une oscillation locale du niveau de l'eau. Ce déferlement côtier joue cependant un rôle éthologique et écologique important pour les organismes vivant au voisinage du niveau de la mer, particulièrement dans les mers sans marées. Il était donc naturel de chercher à compter les oscillations ayant mouillé la côte sur une hauteur déterminée, puis de tâcher d'en dégager la ou les lois générales régissant l'humectation de la zone côtière. Ce comptage peut être fait à vue, par un observateur, mais la méthode est critiquable car l'on ignore la part d'interprétation due à l'observateur. De plus, on ne peut surveiller qu'un nombre restreint de niveaux. C'est pourquoi nous avons entrepris, au Laboratoire Arago, à Banyuls, la construction de l'appareil décrit ci-dessous, nous permettant de mesurer simultanément avec précision les fréquences et les temps d'immersion de différents niveaux le long d'une paroi rocheuse.

Je remercie M. le professeur PETIT qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire où j'ai bénéficié d'excellentes conditions de travail. Je tiens à exprimer ma gratitude à M. Claude DELAMARE DEBOUTTEVILLE, sous-directeur du Laboratoire Arago, qui m'a proposé le sujet de ces recherches et m'a constamment aidé de ses conseils.

(1) Reçu en décembre 1957.

M. BOUGIS, alors Chef de Travaux au Laboratoire, et M. PARIS, n'ont jamais ménagé leur temps pour me rendre service et m'ont également fait bénéficier de leurs amicaux conseils. Je remercie également tout le personnel du Laboratoire.

Enfin je tiens à dire que ce travail n'aurait pu être mené à bien sans la coopération technique de l'excellent constructeur qu'est M. ISAMBERT, de Perpignan. Cet ingénieur a réalisé d'une façon parfaite l'appareil dont nous avons mis au point le principe.

PRINCIPE DE L'APPAREIL

Nous sommes partis du fait que l'eau de mer conduit assez bien l'électricité. Sa résistivité est à Banyuls de l'ordre de 20 ohms/cm.

A chacun des niveaux choisis nous avons disposé un circuit électrique interrompu à ce niveau par deux lames situées face à face, mais isolées l'une de l'autre. Ces circuits sont maintenus en permanence sous tension. L'eau de mer, en submergeant les deux plots, ferme le circuit qui est alors parcouru par un courant électrique qui persiste jusqu'au retrait de l'eau; ce retrait amenant à nouveau l'interruption du circuit. Le passage du courant provoque sur un appareil enregistreur un trait sur papier métallisé. La longueur du trait obtenu est proportionnelle au temps de passage du courant, donc au temps d'immersion du niveau où le circuit a été placé.

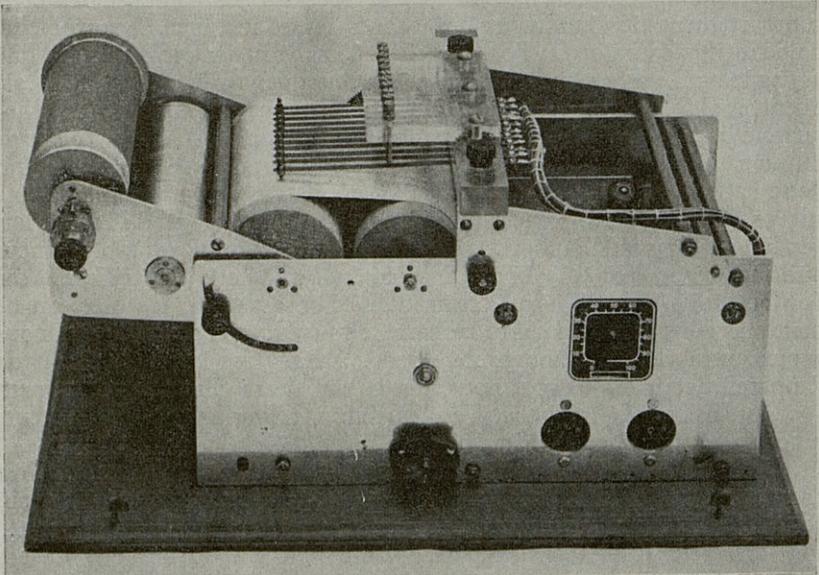
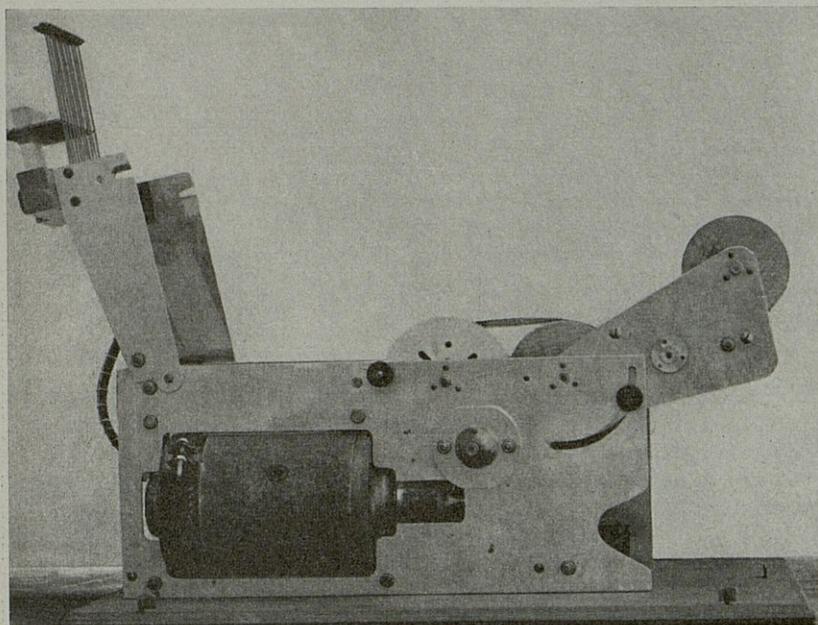


Fig. 1. Vue générale de l'appareil en état de marche (face antérieure). Cliché Dumazert



Cliché Dumazert

Fig. 2. Vue générale de l'appareil (face postérieure), styles relevés.

DESCRIPTION ET FONCTIONNEMENT DE L'APPAREIL

A. — STYLES D'INSCRIPTION

Chaque style inscripteur est constitué par une lame élastique conductrice, dont l'extrémité libre est munie d'une fine pointe métallique. Les styles, au nombre de dix, sont montés sur un châssis en matière plastique isolante. Chacun d'eux est muni d'une vis permettant de régler sa pression sur le papier où se fait l'inscription. Une charnière sur le châssis permet de relever, en même temps, tous les styles afin de permettre de disposer le papier. De plus le châssis qui les porte peut se déplacer perpendiculairement au cheminement du papier, ce qui permet de tracer plusieurs groupes de pistes, parallèles entre eux, sur une même bande d'inscription.

B. — CHEMINEMENT DU PAPIER

Le papier recevant l'inscription est une longue bande dont la face supérieure métallisée est conductrice.

Il est enroulé sur une bobine magasin A dont l'axe est libre, mais légèrement serré par un frein. Il quitte cette bobine et se dirige sous le cylindre B, en laiton, dont l'axe est libre. Sa surface métallisée est appliquée sur le quart de

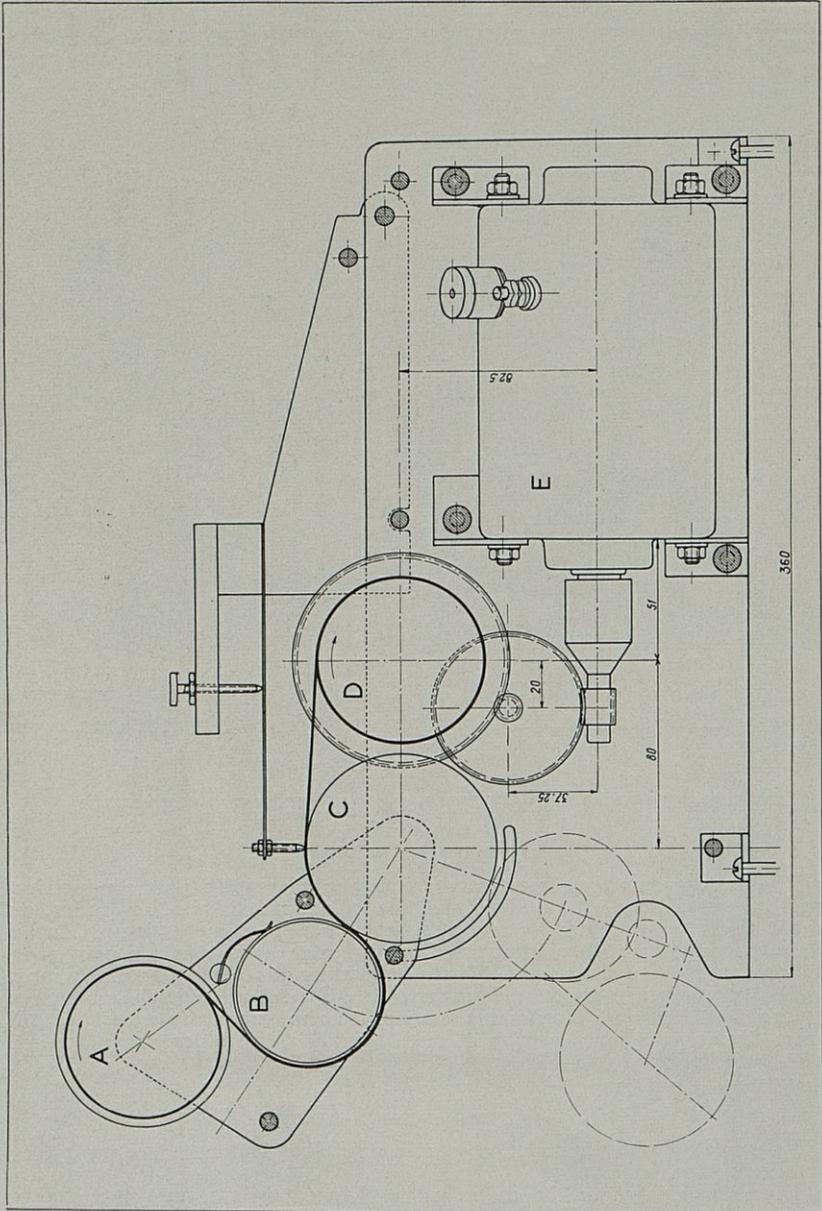


Fig. 3. Cheminement du papier et mécanisme d'entraînement.

la surface du cylindre en laiton. Le papier passe ensuite entre le cylindre C et les styles inscripteurs qui viennent au contact de sa face supérieure métallisée. Il s'enroule et s'accumule sur la bobine motrice D qui, par traction, en a assuré la marche et la tension régulière.

C. — MÉCANISME D'ENTRAÎNEMENT

Une dynamo E, de 12 volts, à vitesse de rotation élevée et constante est utilisée comme moteur. Elle transmet son mouvement à la bobine d'entraînement D par l'intermédiaire d'un embrayage et d'un démultiplicateur et assure ainsi une rotation régulière de la bobine motrice dont la vitesse tangentielle est de 3,5 mm par seconde.

D. — CIRCUITS ÉLECTRIQUES

L'appareil comprend deux groupes de circuits. Le premier assure l'alimentation du moteur qui peut être mis en marche et entraîner le papier, même si l'on ne met pas en service les styles inscripteurs. Le second groupe de circuits assure l'inscription mais il ne peut être mis en service que lorsque le papier se déplace car, si le papier était maintenu à l'arrêt, l'intensité augmenterait dangereusement et détruirait les styles.

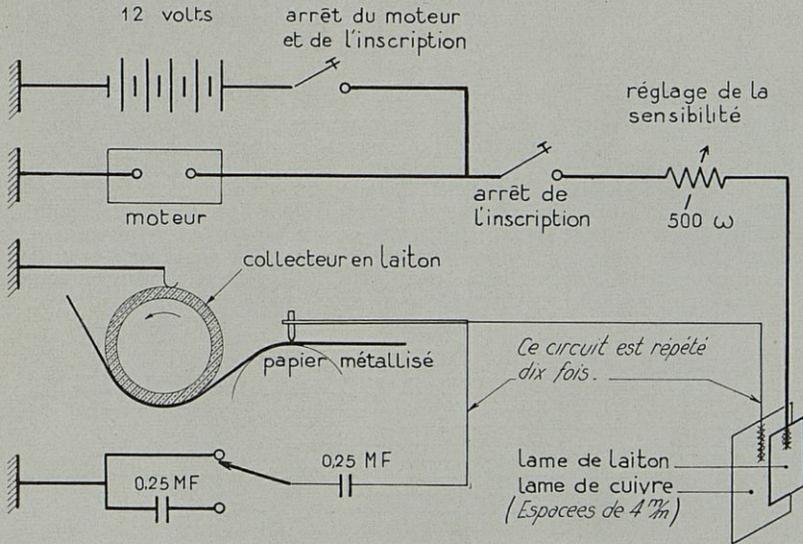


Fig. 4. Circuits électriques.

a) Alimentation du moteur.

L'appareil comporte deux bornes pour l'entrée et la sortie du courant fourni par une batterie d'accumulateurs de 12 volts. La borne négative est reliée au chassis métallique de l'appareil. La borne positive est reliée à l'une des bornes de la dynamo. Un interrupteur est inséré dans ce circuit. La borne de sortie de la dynamo est reliée à la masse de l'appareil.

b) *Alimentation des styles.*

Le courant est pris à la borne positive de la dynamo, traverse un interrupteur, puis un rhéostat de 500 ohms permettant de régler son intensité. Il est ensuite amené par un seul câble à toutes les lames de laiton placées à différents niveaux sur la roche. Vis-à-vis de chaque lame de laiton et isolée électriquement de ces dernières se trouve une lame de cuivre. L'eau de mer assure le passage du courant de la lame de laiton vers la lame de cuivre. La polarisation de ces lames se trouve réduite du fait que l'eau qui les relie est constamment renouvelée et en balaye la surface. Chacune des dix lames de cuivre sont reliées respectivement aux dix styles inscripteurs par dix circuits indépendants et identiques. Le courant sort par la pointe de ces styles et se répand dans la surface métallisée du papier. La surface de la pointe de chaque style étant très petite il y a à son voisinage immédiat une grande densité de courant qui provoque la fusion et la volatilisation de la mince couche métallisée.

Le courant est ensuite collecté à la surface métallisée du papier par le cylindre en laiton. Ce dernier ne laisse pas de trace sur le papier car, sa surface de contact étant grande, la densité électrique y est faible et insuffisante pour provoquer la fusion du métal. De ce collecteur en laiton le courant se rend à la masse de l'appareil, puis à la batterie d'accumulateurs.

Afin d'éviter la formation d'un arc et l'encrassement des styles par charbonnage du papier il a été placé, en parallèle des contacts style-papier, dix condensateurs de 0,25 M.F. chacun. Un commutateur permet de ramener le cas échéant ces capacités à 0,12 M. F. De plus ces condensateurs augmentent la netteté du trait et leur faible capacité ne donne pas au circuit d'inertie électrique appréciable.

CONDITIONS RÉALISÉES POUR L'ENREGISTREMENT

Les niveaux où ont été placées les électrodes sont au nombre de dix environ. Elles sont équidistantes et situées verticalement sur une même droite, au contact de la paroi rocheuse qui a été choisie verticale ou sensiblement verticale, plane, dépourvue d'anfractuosités et parallèle à la ligne générale de la côte.

De plus les plots ont été disposés de telle sorte que l'un d'entre eux coïncide avec le niveau de repos de la mer. Ce dernier nous est fourni par le niveau atteint par l'eau dans un tube transparent de large section, placé verticalement et dont l'extrémité inférieure, munie d'un très petit orifice, est toujours immergée.

Nous obtenons dans ces conditions un enregistrement dont la figure 5 nous donne un exemple.

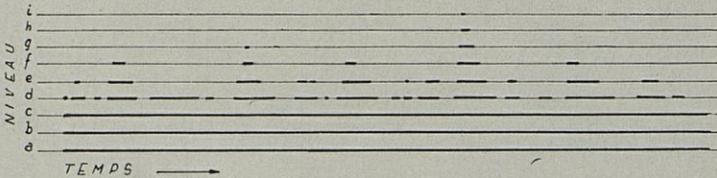


Fig. 5. Type de tracé donné par l'appareil.

ÉTUDE DES ENREGISTREMENTS DES TEMPS DE MOUILLAGE A DIFFÉRENTS NIVEAUX D'UNE PAROI VERTICALE EXPOSÉE AUX VAGUES

Un enregistrement tel que celui de la figure 5 nous donne une image exacte des temps d'immersion de chaque niveau. Ces immersions sont dues aux masses d'eau mises en mouvement par les vagues. Les niveaux a b c donnent un trait

continu. Ils sont toujours immergés. Les traits discontinus des autres altitudes ont une longueur qui est une fonction linéaire des temps d'immersion. Ces figures ne représentent pas les profils des masses d'eau. Pour obtenir ces profils il nous faudrait considérer l'oscillation durant un temps très court dans un espace à deux dimensions (hauteur et largeur). Ici, nous n'en avons qu'une seule, l'échelle des altitudes atteintes par l'eau au temps considéré. La courbe (ou le polygone) enveloppant l'extrémité de tous les traits ne nous donne que l'évolution du profil de la nappe, en fonction du temps. Une tangente à cette courbe à l'instant T a une pente qui est une fonction de la vitesse de déplacement du sommet de cette nappe à l'instant T . Cette pente est d'autant plus forte que le sommet de la nappe se déplace rapidement. Nous pouvons également remarquer sur ce graphique que l'eau arrive plus rapidement sur l'obstacle qu'elle ne s'en retire. Ceci met en évidence un ruissellement lors du retrait de l'eau. Ce phénomène aura d'autant plus d'importance que les surfaces envisagées s'éloigneront de la verticale.

Un tel graphique semblerait permettre de compter une à une les nappes atteignant un niveau déterminé. Plusieurs phénomènes viennent compliquer ce comptage. Par exemple, une masse d'eau retombant d'une altitude élevée provoquera une oscillation locale du niveau de la mer. Ces oscillations seront de périodes différentes des vagues véritables venant du large et plus ou moins déphasées par rapport à elles.

Plusieurs cas pourront se produire :

— La vague est en phase avec cette oscillation; l'effet résultant sera un accroissement de la hauteur atteinte par l'eau. Nous compterons une oscillation.

— La vague arrive au pied de l'obstacle alors que l'oscillation du niveau de la mer a déjà atteint une certaine altitude. Si la vitesse ascensionnelle de la vague est supérieure à celle de l'oscillation, cette dernière passera inaperçue et nous compterons une oscillation. Si l'effet ascensionnel de la vague a un retard tel qu'il puisse n'être perçu qu'après le début du retrait de l'onde d'oscillation nous compterons deux oscillations. Si l'énergie apportée par la vague dans ces conditions est insuffisante pour provoquer une remontée du niveau de l'eau, nous aurons l'impression d'une oscillation se retirant plus lentement, cet accroissement de la durée du mouillage pouvant être abusivement attribué au ruissellement.

Ces considérations nous amènent à abandonner notre projet primitif, qui était de compter les oscillations individuellement puis de les totaliser afin de rechercher la loi régissant leur distribution, car nous risquerions ainsi de voir cette distribution très déformée par la somme de toutes les erreurs commises sur chaque oscillation individuellement.

Ces difficultés apparentes peuvent être résolues par l'étude de la répartition des temps de mouillage en fonction des altitudes, sans chercher à considérer chaque oscillation individuellement, ce que nous sommes autorisés à faire étant donné que les calculs portent sur un grand nombre d'oscillations.

Faisons la somme des longueurs des traits obtenus lors de l'enregistrement, et ceci pour chaque niveau étudié. Les mesures ont été effectuées pendant le même temps pour tous les niveaux. La longueur du trait est proportionnelle à la durée d'immersion. L'effet de ruissellement est réduit au minimum car nous opérons sur des surfaces verticales. Nous aurons ainsi une répartition du total des temps de mouillage durant l'enregistrement.

La distribution ainsi obtenue représente les temps cumulés (le temps total) d'immersion de chaque niveau. C'est une cumulative inverse (figure 6). La masse d'eau qui a mouillé le niveau $n + 1$ durant le temps t_{n+1} a également mouillé le niveau n , immédiatement inférieur, durant ce même temps, t_{n+1} . Le temps t_n est supérieur au temps t_{n+1} . La différence $t_n - t_{n+1}$ représente le temps durant lequel des oscillations d'amplitude supérieure ou égale à n et inférieure à $n + 1$ ont mouillé ce niveau.

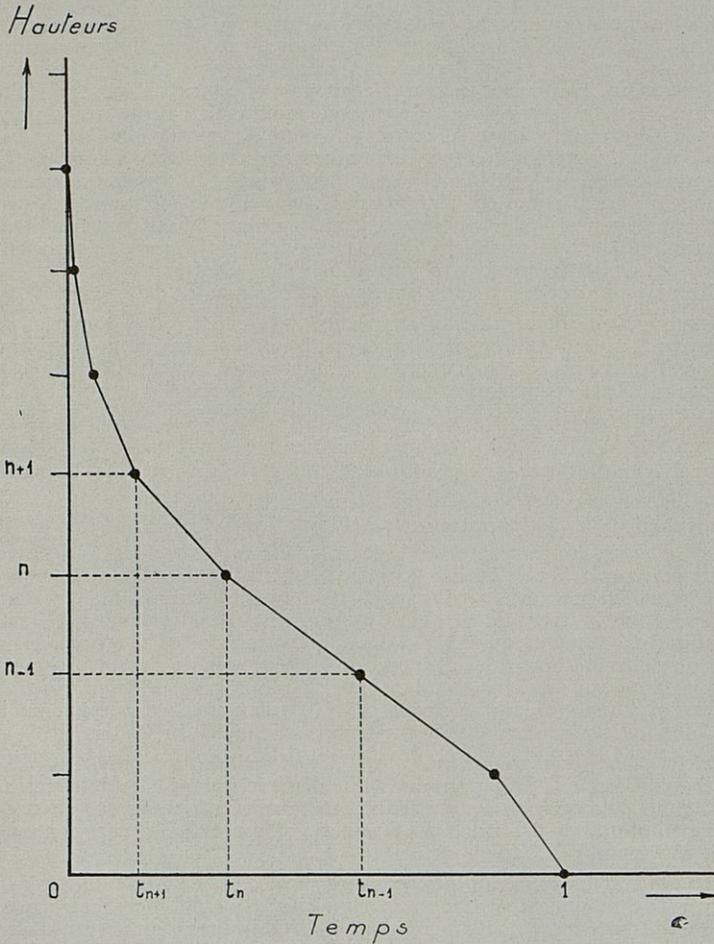


Fig. 6. Durée des immersions à différents niveaux.

Un raisonnement analogue nous conduit à écrire que la différence $t_{n-1} - t_n$ représente le temps durant lequel la nappe d'eau a atteint le niveau $n-1$ (ou l'a dépassé d'une hauteur inférieure à la dimension d'une classe).

Nous pourrions ainsi, de proche en proche, calculer une distribution de mouillage.

Prise telle qu'elle, cette distribution n'est que le résultat d'un calcul. Nous allons chercher quelle est sa signification physique.

Il est à remarquer que la distribution ainsi calculée, se rapportant aux temps de mouillage propres à chaque niveau, équivaut à celle de la répartition des masses d'eau à leur altitude maximale, animées de leur vitesse minimum.

Ces masses d'eau portées à leur altitude maximale ne sont pas autre chose que les sommets des nappes.

En définitive l'on aura bien obtenu par cette voie indirecte la répartition des amplitudes des nappes au long de l'échelle d'altitude choisie.

ÉTUDE STATISTIQUE DES HAUTEURS DES NAPPES D'EAU RÉSULTANT DE VAGUES SE BRISANT SUR UNE PAROI ROCHEUSE

La hauteur atteinte par une nappe résulte d'un grand nombre d'effets fortuits, mais beaucoup ne sont pas indépendants entre eux. Par exemple, la hauteur atteinte par une nappe est influencée par les oscillations produites par les vagues précédentes, il peut y avoir résonnance, déphasage entre les divers mouvements d'oscillations, composition entre des oscillations de périodes différentes. Ces dernières ne sont pas toujours incommensurables entre elles (cas des ondes réfléchies par l'obstacle),

Ces liaisons entre les effets responsables de la forme de la distribution nous expliquent pourquoi la distribution expérimentale s'éloigne de celle de GAUSS et nous incitent à essayer de la comparer à une autre distribution classique, telle que celle de POISSON qui est de la forme :

$$P_k = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

où :

k représente l'altitude de la classe envisagée.

λ représente l'altitude moyenne atteinte par les nappes.

P_k est le facteur de probabilité du nombre de nappes atteignant l'altitude k .

Après ajustement de la distribution expérimentale à l'aide de la formule de POISSON nous appliquerons le test χ^2 de PEARSON afin de savoir dans quelle mesure notre échantillon est compatible avec cette hypothèse.

Exemples.

Le 27 mai 1956, sur la face nord de la jetée de Banyuls nous avons disposé verticalement une série de huit circuits électriques distants de 10 centimètres, dont la fermeture était assurée par l'eau de mer.

Trois enregistrements d'une durée de 4 minutes chacun ont été effectués à une heure d'intervalle et reportés dans les trois tableaux ci après où :

x = altitude du niveau (ou numéro d'ordre).

F_x = \sum des longueurs des traits enregistrés par chaque niveau (distribution cumulative).

$f_x = F_x - F_{x+1}$ représente la distribution des nappes d'eau en fonction de l'altitude.

f_x' est la valeur de la distribution théorique ajustée avec les valeurs expérimentales f_x dont le $\lambda \neq \bar{x}$ (\bar{x} niveau moyen). $N = \sum f_x$.

ENREGISTREMENT N° 1.

x	F _x	f _x	f _x '	$\frac{(fx^2 - f_x^2)^2}{f_x'}$
5	24			
4	34	10	17	2,88
3	109	75	61,8	2,81
2	267	158	168,8	0,69
1	572	305	306,9	0,01
0	838	266	279	0,60
	838	0		
				6,99

Le niveau moyen $\bar{x} = \frac{\sum xf_x}{N} = 1,08 = 1,1$.

La distribution sera donc ajustée en prenant une valeur de $\lambda = \bar{x} = 1,1$. $\chi^2 = 6,99$ d'où pour $n = 5-2 = 3$ degrés de liberté la table de Fisher donne $P = 0,08$.

En répétant un grand nombre de fois l'expérience faite on trouverait dans 8 % des cas des écarts donnant lieu à un χ^2 égal ou supérieur à 6,99. Il n'y a donc pas de désaccord significatif entre la distribution envisagée

à priori et la distribution expérimentale observée puisque nous trouvons pour P une valeur qui est supérieure à 5 % (Cette valeur P = 0,05 est habituellement considérée comme étant le seuil de probabilité au delà duquel les désaccords observés ont de fortes chances d'être significatifs).

ENREGISTREMENT N° 2.

x	F _x	f _x	f _x '	$\frac{(\sum x^2 f_x - (\sum x f_x)^2)}{f_x'}$
5	26			
4	39	13	17	0,94
3	100	61	61,8	0,01
2	261	161	168,8	0,36
1	574	313	306,9	0,12
0	838	264	279	0,80
	838			
				2,23

Le niveau moyen est :

$$\bar{x} = \frac{\sum x f_x}{N} = 1,08 = 1,1 = \lambda$$

Le test de Pearson donne :

$$\chi^2 = 2,23$$

Pour $n = 3$ d. d. l. nous trouvons $P = 0,56$.

La valeur trouvée pour P se situe très au delà du seuil $P = 0,05$. Il n'y a pas de désaccord significatif entre l'hypothèse et les valeurs expérimentales.

On est en droit de considérer que les différences observés entre la distribution expérimentale et la loi théorique sont des « erreurs d'échantillonnage » dues au fait qu'on a simplement étudié un échantillon réduit d'une population théoriquement infinie.

ENREGISTREMENT N° 3.

x	F _x	f _x	f _x '	$\frac{(fx^2 - f_x^2)^2}{f_x'}$
5	24			
4	34	10	12,8	0,61
3	98	64	51,4	3,08
2	233	135	154	2,34
1	558	325	308	0,90
0	838	280	308	2,59
	838			
				9,52

Le niveau moyen est :

$$\bar{x} = \frac{\sum xf_x}{N} = 1,01 = 1 = \lambda$$

Le test de PEARSON donne pour $\chi^2 = 9,52$ et $n = 3$ d. d. l.

$$P = 0,02$$

Le désaccord observé ici est important.

Il ne peut cependant pas, à lui seul, nous amener à rejeter définitivement l'hypothèse.

RELEVÉ DU 13 DÉCEMBRE 1955.

Ce relevé a été effectué à vue, c'est-à-dire sans aucune interprétation initiale.

Durant 35 minutes il a été noté, à vue, les hauteurs atteintes par 471 nappes d'eau sur un rocher vertical comportant un repère tous les 50 centimètres.

Le repère n° 1, n'est jamais découvert

—	0	est atteint ou légèrement dépassé par	198	nappes
—	1	—	—	—
—	2	—	—	—
—	3	—	—	—
—	4	—	—	—
—	5	—	—	—

La hauteur moyenne calculée est :

$$\bar{x} = \lambda = 0,9$$

La distribution expérimentale ci-dessus, supposée être du type POISSON, après ajustement, donne lieu à un $\chi^2 = 4,67$. Pour $n = 6-2 = 4$ d. d. l. la table des χ^2 nous donne :

$$P = 0,30$$

L'on est donc autorisé à penser que l'hypothèse envisagée peut être exacte.

RELEVÉ DU 20 DÉCEMBRE 1955.

Ce relevé a été effectué au même lieu et dans les mêmes conditions que le précédent. La mer étant plus calme, les classes d'altitude ont été prises de 25 centimètres seulement.

Il porte sur 163 oscillations et a duré 13 minutes.

Le repère coté — 1 n'est jamais découvert

—	0	est atteint par.....	68	oscillations
—	1	—	64	—
—	2	—	24	—
—	3	—	5	—
—	4	—	2	—
Total			163	

On en déduit $\bar{x} = \lambda = 0,8$.

La distribution ainsi ajustée donne lieu, avec les valeurs expérimentales à des écarts dont le $\chi^2 = 1,96$. Pour $n = 3$ d. d. l. on a :

$$P = 0,74$$

L'hypothèse envisagée a donc de fortes chances d'être exacte.

CONCLUSIONS

1° L'hypothèse que la *distribution des amplitudes des nappes d'eau résultant du choc des vagues* le long d'une paroi verticale est une *distribution du type Poisson* se vérifie donc expérimentalement avec une bonne approximation, aussi bien dans les relevés calculés à partir des enregistrements donnés par l'appareil que dans ceux fournis par l'observation directe du phénomène. L'avantage de l'appareil est qu'il permet des observations faites avec des échelles d'altitude très réduites.

2° La distribution des *durées cumulées d'immersion* à chaque niveau de rang k est une distribution cumulée de POISSON, depuis le rang k inclus, jusqu'au rang maximum k_m atteint par les plus hautes nappes.

ACTION DU PARAMÈTRE λ SUR LA FORME DE LA DISTRIBUTION DE POISSON

1^o Envisageons le cas où $\lambda < 1$

- La distribution débute brusquement, pour $k = 0$ par sa valeur maximum.
- Les valeurs de P_k décroissent très rapidement quand k croît.

2^o Envisageons le cas où $\lambda > 1$.

— Si λ est petit (inférieur à 3) la distribution débute assez brusquement, croît rapidement puis décroît.

— Les valeurs de P_k décroissent moins rapidement que dans le cas précédent lorsque k croît. La distribution est plus étalée et comporte des termes de part et d'autre du maximum.

— Lorsque λ augmente, la distribution tend à devenir symétrique de part et d'autre de son maximum.

RELATION ENTRE LE PARAMÈTRE λ ET L'AGITATION DE LA MER

Le paramètre λ détermine les valeurs numériques de la fonction P_k . Nous avons constaté qu'il est égal (ou peu différent) à l'altitude moyenne atteinte par l'eau lorsqu'il est inférieur ou égal à 4. (Il serait rigoureusement égal à l'altitude moyenne atteinte par les nappes d'eau si leur distribution expérimentale se superposait rigoureusement à leur distribution théorique).

Nous avons constaté expérimentalement que *ce paramètre croît dans le même sens que l'agitation de la mer*. Il serait nul dans le cas d'une mer rigoureusement immobile pour laquelle P_k serait évidemment égal à 1. Il peut prendre toutes les valeurs positives, entières ou fractionnaires. Pour des valeurs de λ supérieures à 4 la loi tend à devenir symétrique par rapport à sa moyenne et rend moins bien compte du phénomène. En fait les états de mer représentés par un paramètre λ inférieur à 4 sont les plus fréquents, cette valeur n'étant que rarement dépassée.

Si la mer est relativement calme, la distribution des hauteurs des nappes d'eau débute presque immédiatement par sa valeur maximale. En raison de de l'état calme envisagé les nappes n'atteignent que des altitudes faibles. La distribution est peu étalée. La valeur du paramètre λ est petite.

Si la mer est plus agitée les creux sont plus importants. La distribution comporte de nombreux termes de part et d'autre de son maximum et est plus étalée. La valeur du paramètre λ est plus forte que dans le cas précédent.

ÉTUDE THÉORIQUE DE LA RÉPARTITION DES VITESSES VERTICALES DES MASSES D'EAU LE LONG D'UNE PAROI EN FONCTION DE L'ALTITUDE

Soit l'échelle d'altitude représentée par la figure 7 schématisant une face de rocher, plane, verticale, où ont été marqués à intervalles égaux des repères d'altitude.

Supposons que la mer batte ce rocher et que les vagues atteignent les diverses altitudes considérées.

Cette échelle est cotée de 0 à n . Prenons pour fixer les idées $n = 12$ par exemple ce qui signifie que les oscillations ne dépassent pas la cote 12, ou que nous négligeons la fraction d'entre elles dépassant cette cote. Les repères auront été disposés de façon telle que l'un d'entre eux coïncide avec le niveau de repos de la mer.

Nous avons vu antérieurement que les nappes d'eau se répartissent en altitude suivant une distribution de POISSON dont le λ représente le facteur d'agitation de l'état de mer envisagé.

En dessous du niveau de repos de la mer la distribution représente les fréquences des émergences. Au-dessus de ce niveau nous avons les immersions dues aux masses d'eau résultant du choc des vagues.

Il résulte des faits ci-dessus que le zéro (arbitraire) de notre échelle peut ne pas correspondre au niveau de repos de la mer, mais on peut le choisir comme étant le niveau atteint par le creux le plus profond. Le zéro ainsi défini est donc d'autant plus éloigné du niveau de repos que la mer est plus agitée (λ grand).

Étudions, successivement, la répartition des vitesses verticales aux différents niveaux.

Cette étude n'envisagera que les valeurs absolues des vitesses, c'est-à-dire qu'elle ne tiendra pas compte de leurs sens.

Remarque.— Les surfaces étudiées étant planes, verticales, lisses et étendues, les amortissements dus aux frottements et tourbillons seront négligés. De plus nous supposons que les masses d'eau envisagées ne sont affectées que de mouvements verticaux.

a) Niveau zéro.

Au niveau zéro, une nappe, qui ira jusqu'à la cote 12, passe avec une vitesse $V = \sqrt{12 \cdot 2 \text{ g}} = \sqrt{2 \text{ g}} \sqrt{12}$. Cette éventualité a P_{12} chances de se produire, P_{12} étant la probabilité qu'ont les nappes de monter jusqu'à la cote 12. La nappe ayant atteint la cote 12, elle en redescend. Son sommet repasse devant le niveau 0 avec la même vitesse V et avec la même probabilité P_{12} . Donc en zéro :

$$\begin{aligned} \text{Vitesse maximum observée : } & V = \sqrt{2 \text{ g}} \sqrt{12} \\ \text{Probabilité correspondante : } & 2 P_{12}. \end{aligned}$$

La masse d'eau rebroussant chemin lorsque son sommet atteint la cote 12, sa vitesse passe par une valeur nulle. Cela implique que le niveau zéro est mouillé par de l'eau dont les vitesses prennent successivement toutes les valeurs comprises entre $\sqrt{2 \text{ g}} \sqrt{12}$ et 0, telles que $\sqrt{2 \text{ g}} \sqrt{11}$; $\sqrt{2 \text{ g}} \sqrt{10}$ etc... jusqu'à $\sqrt{2 \text{ g}} \sqrt{0} = 0$.

Chacune de ces vitesses est affectée du coefficient de probabilité de la nappe qui leur a donné naissance, soit $2 P_{12}$ puisque cette nappe atteint la cote 12.

Remarque. — $\sqrt{2 \text{ g}}$ étant une constante, elle n'affecte pas la nature de la distribution. De même pour le coefficient 2 qui accompagne les probabilités. Nous ne les écrirons pas afin de simplifier cet exposé. Nous sommes en droit de procéder à cette simplification puisque nous nous proposons d'étudier seulement la forme de la répartition et non la répartition elle-même, c'est-à-dire sans nous soucier des valeurs réelles qui pourront être retrouvées en multipliant chacun de ses termes par la constante $2 \sqrt{2 \text{ g}}$.

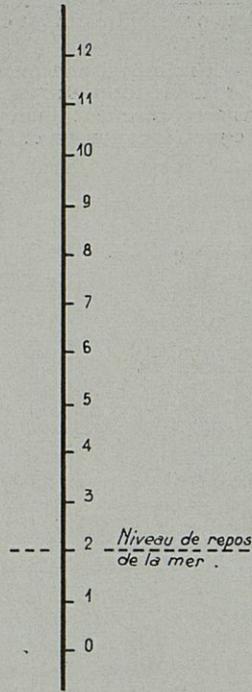


Fig. 7. Echelle d'altitude.

A ce même niveau zéro passent des nappes d'eau venant de l'altitude 11 avec une vitesse $\sqrt{11}$ plus des masses d'eau animées de toutes les vitesses intermédiaires, depuis $\sqrt{10}$ jusqu'à 0. Toutes ces vitesses sont affectées de la même probabilité qui est celle de la « nappe mère », soit P_{11} puisqu'elle a atteint la cote 11.

Le même raisonnement est étendu aux masses d'eau dont le sommet a atteint les altitudes 10; 9; 8; 7 etc... 0. (Pour une vitesse rigoureusement nulle au niveau considéré, résultant d'une oscillation ne dépassant pas ce niveau, la probabilité est égale à P et non à 2 P. Cette erreur est négligeable).

Tableau 1

<i>Niveau 0</i>	P_{12}	$\sqrt{12}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_{11}		$\sqrt{11}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_{10}			$\sqrt{10}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_9				$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_8					$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_7						$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_6							$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_5								$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_4									$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_3										$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_2											$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_1												$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_0													$\sqrt{0}$
<i>Niveau 1</i>	P_{12}		$\sqrt{11}$	$\sqrt{10}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_{11}			$\sqrt{10}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_{10}				$\sqrt{9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_9					$\sqrt{8}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_8						$\sqrt{7}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_7							$\sqrt{6}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_6								$\sqrt{5}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_5									$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_4										$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_3											$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_2												$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
	P_1													$\sqrt{0}$

Il a été disposé de telle sorte que, dans chaque niveau, une ligne horizontale se rapporte à toutes les vitesses engendrées par une même oscillation. Elles sont donc affectées d'une même probabilité P . Chacune des colonnes verticales, communes aux différents niveaux, contient les vitesses ayant même valeur absolue.

e) *Etude de la répartition, en fonction du niveau, d'une vitesse quelconque* (pour une valeur de λ constante).

Étudions à l'aide du tableau 1, la répartition de la vitesse qui correspond à la valeur $\sqrt{5}$, par exemple.

Nous aurons :

Niveau 0	Probabilité de voir cette vitesse réalisée :	$P_5 + P_6 + \dots + P_{12}$
Niveau 1	— — —	$P_6 + P_7 + \dots + P_{12}$
Niveau 2	— — —	$P_7 + P_8 + \dots + P_{12}$
.....	
Niveau 7	— — —	P_{12}

Prenons comme autre exemple une vitesse plus élevée, telle que celle qui correspond à la valeur $\sqrt{6}$

Nous aurons :

Niveau 0. Probabilité	$P_6 + P_7 + \dots + P_{12}$
Niveau 1. Probabilité.....	$P_7 + P_8 + \dots + P_{12}$
.....
Niveau 6. Probabilité	P_{12}

f) *Conclusions.*

1° Si parmi les vitesses réalisables dans les conditions envisagées l'on en choisit plusieurs, au hasard, leurs répartitions tout au long de l'échelle verticale seront des fragments plus ou moins complets d'une cumulative inverse d'une distribution de Poisson.

2° Le fragment de cumulative inverse est d'autant plus incomplet que la vitesse envisagée est plus grande, car une vitesse déterminée ne peut pas être représentée au-dessus d'une certaine altitude (La vitesse $V = \sqrt{2g} \sqrt{n}$ n'est pas représentée au-dessus de l'altitude : altitude maximum moins altitude n).

3° Toutes les vitesses ont leur fréquence maximum au niveau zéro.

4° Ces fréquences ont des valeurs d'autant plus fortes que la vitesse envisagée est plus faible.

Le graphique de la figure 8 illustre ces résultats pour la valeur arbitraire $\lambda = 2$.

ÉTUDE THÉORIQUE DE LA RÉPARTITION DES VITESSES DES NAPPES AUX DIVERSES ALTITUDES

Dans le chapitre précédent nous avons étudié les répartitions, en fonction de l'altitude, des vitesses animant l'eau se déplaçant au contact de la roche.

Nous ne considérerons maintenant que les nappes, c'est-à-dire seulement les sommets de ces masses d'eau. Nous ferons donc ainsi l'étude de la répartition verticale des immersions (et des émergences) produites par de l'eau animée d'une vitesse déterminée.

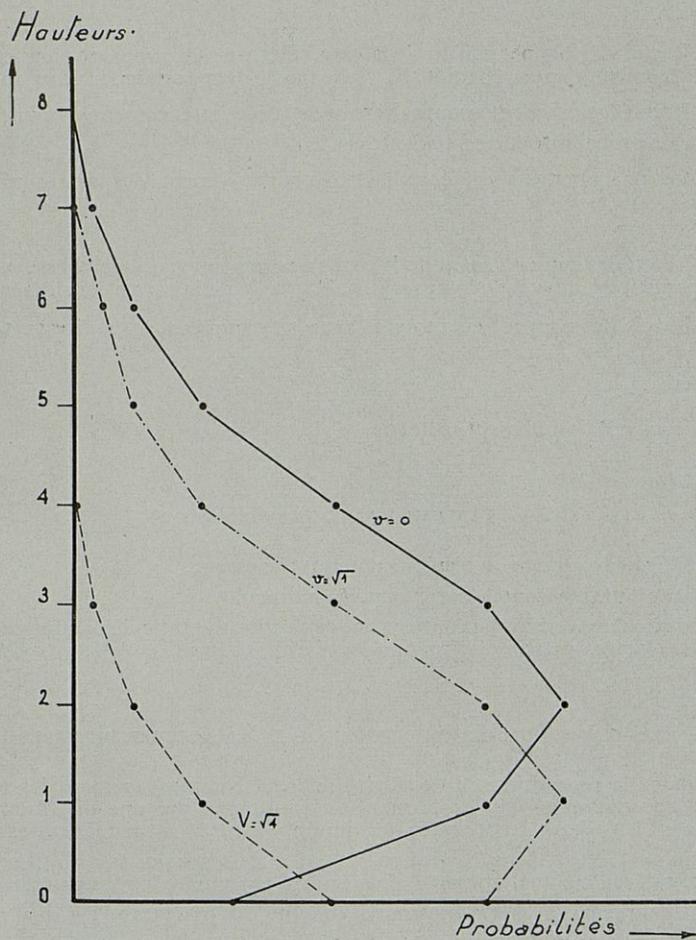


Fig. 8. Distribution, en fonction de l'altitude, de deux des vitesses atteintes par les masses d'eau (exemple : $\sqrt{5}$ et $\sqrt{6}$) pour un $\lambda = 2$. (Il est entendu que les fonctions de probabilité considérées sont discontinues, mais leurs valeurs successives ont été réunies par des droites pour faciliter la lecture de la figure).

Le raisonnement suivi sera analogue à celui du chapitre précédent. Nous ferons les mêmes conventions et les exemples numériques porteront sur des valeurs qui, rappelons-le ici, ont été choisies au hasard.

A. — ETUDE DE CHAQUE NIVEAU (voir fig. 7 et Tableau 1)

Le niveau 0.

— Reçoit des nappes venant de la cote 12 et passant avec une vitesse $\sqrt{12}$. Un tel évènement a une probabilité P_{12} (telle que la nappe atteigne la cote 12).

— Reçoit également des nappes venant de la cote 11 et passant avec une vitesse $\sqrt{11}$. La probabilité correspondante est P_{11} .

— Ce raisonnement est étendu aux nappes venant des autres niveaux.

Le niveau 1.

— Reçoit des nappes venant de la cote 12 et passant avec une vitesse $\sqrt{12-1}$. Cet évènement est affecté de la probabilité P_{12} (celle de la nappe considérée).

— Reçoit des nappes venant de la cote 11, animées de la vitesse $\sqrt{11-1}$. Probabilité P_{11} .

— etc...

Autres niveaux. Raisonnement analogue.

B. — TABLEAU D'ENSEMBLE (tableau 2)

Ce tableau exprimera les résultats obtenus ci-dessus.

Chaque ligne horizontale correspond à un niveau.

Chaque colonne verticale contient une seule vitesse particulière affectée d'une probabilité. Cette dernière est fonction du niveau envisagé.

C. — EXEMPLE : APPLICATION NUMÉRIQUE DE LA LECTURE DU TABLEAU 2

Étudions la répartition de deux vitesses (quelconques) animant les nappes d'eau. Supposons que l'état de la mer soit représenté par une distribution de Poisson dont le $\lambda = 2,5$. Le terme P_k maximum y est P_2 . La première vitesse sera par exemple $v = \sqrt{1}$. La seconde sera $V = \sqrt{4}$. Nous avons $v < V$. Cherchons à l'aide du tableau 2 à quel niveau la vitesse v sera rencontrée le plus grand nombre de fois. Cela revient à chercher dans la colonne des vitesses $\sqrt{1}$ à quel niveau d'altitude correspond le terme $\sqrt{1}$ affecté du terme P maximum. Ici dans l'exemple choisi (puisque $P_{\max} = P_2$) nous trouvons comme numéro de classe cherché : 1.

La répartition de v en fonction du niveau pour le λ choisi sera donc :

Niveau	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité de la vitesse $v = \sqrt{1} = 1$	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	—

Tableau 2

Niveaux

12	o
	P ₁₂
11	o I
	P ₁₁ P ₁₂
10	o I $\sqrt{2}$
	P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
9	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$
	P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
8	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$
	P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
7	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$
	P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
6	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$
	P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
5	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$
	P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
4	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$
	P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
3	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{9}$
	P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
2	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{10}$
	P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
1	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{11}$
	P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂
o	o I $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{11}$ $\sqrt{12}$
	P ₀ P ₁ P ₂ P ₃ P ₄ P ₅ P ₆ P ₇ P ₈ P ₉ P ₁₀ P ₁₁ P ₁₂

Faisons la même opération par la vitesse $V = \sqrt{4}$. Cherchons quelle est la classe d'altitude qui contient $\sqrt{4}$ affectée du coefficient de probabilité P_2 . Nous n'en trouvons aucune. La classe 0 qui contient $\sqrt{4}$ affectée de la probabilité P_4 renfermera le maximum de fois la vitesse V car P_4 est le terme de valeur maximum qui soit réalisé. La distribution de V débutera donc brusquement par la valeur maximum réalisable P_4 puis ira en décroissant.

Niveau	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité de vitesse $V = \sqrt{4}$	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	—	—	—	—

La figure 9 illustre ces résultats. Nous voyons 3 maxima distincts.

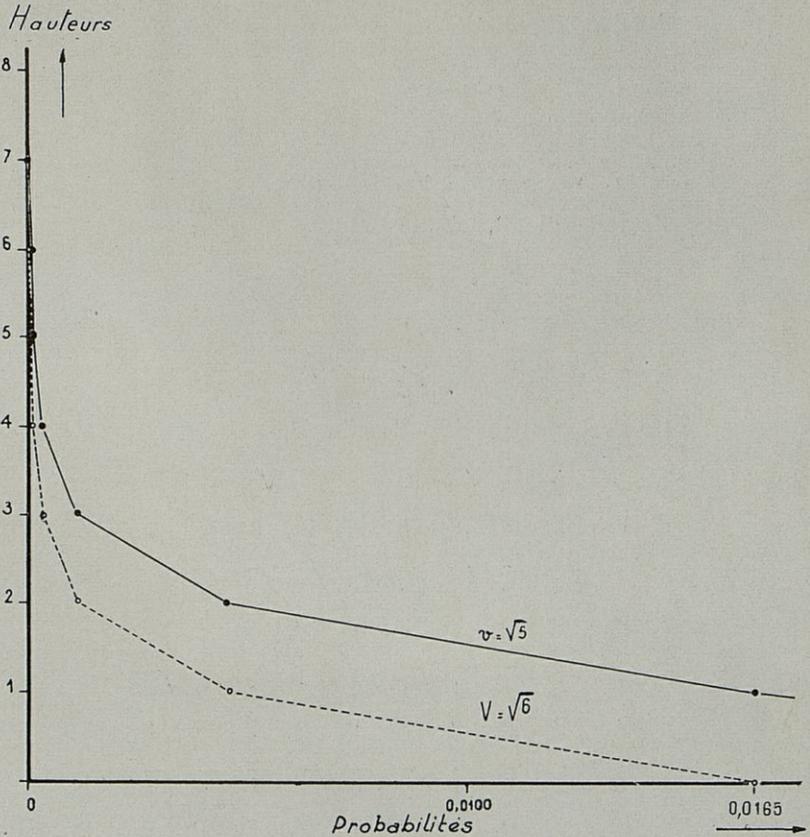


Fig. 9. Distribution en fonction de l'altitude de trois nappes d'eau animées de vitesses respectives égales à : \circ ; $\sqrt{1}$; $\sqrt{4}$

D. — CONCLUSION

Les nappes d'eau atteignant une *vitesse verticale déterminée* se répartissent verticalement selon une distribution de POISSON.

Pour un même relevé les différentes vitesses des nappes d'eau considérées ont des maxima de fréquence décalés en altitude; plus la vitesse envisagée est grande, plus la zone de fréquences maximales est située à basse altitude.

Si dans *plusieurs ensembles* de mesures, correspondant à des états différents d'agitation de la mer, l'on compare les distributions de fréquences des altitudes maxima atteintes par des nappes animées d'une *vitesse choisie* quelconque, mais élevée, on constate que ces distributions se font selon des lois de POISSON dont les premiers termes ne sont pas représentés. Les distributions sont d'autant plus incomplètes que la vitesse choisie est élevée et que le facteur λ est petit. Cette remarque peut également s'exprimer ainsi : dans *une seule* et même expérience, *toutes les vitesses* que l'on peut envisager sont représentées par la même loi, mais les vitesses élevées sont moins fréquentes, car elles ne sont représentées que par des distributions incomplètes dont les premiers termes font défaut. Ceci résulte du fait que des vitesses élevées sont fréquentes aux niveaux inférieurs et peuvent ne pas être représentées au voisinage de l'altitude maximum atteinte par les nappes d'eau les plus élevées.