



**HAL**  
open science

# VERS UNE GENÈSE ASUBJECTIVE DES IDÉALITÉS MATHÉMATIQUES : CAVAILLÈS CRITIQUE DE HUSSERL

Dominique Pradelle

► **To cite this version:**

Dominique Pradelle. VERS UNE GENÈSE ASUBJECTIVE DES IDÉALITÉS MATHÉMATIQUES : CAVAILLÈS CRITIQUE DE HUSSERL. Archives de Philosophie, 2013. hal-02987878

**HAL Id: hal-02987878**

**<https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-02987878>**

Submitted on 4 Nov 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**DOMINIQUE PRADELLE**

**VERS UNE GENÈSE ASUBJECTIVE DES IDÉALITÉS  
MATHÉMATIQUES : CAVAILLÈS CRITIQUE DE HUSSERL**

On connaît la formule tout à fait husserlienne par laquelle Cavailleès achève le court texte intitulé « Mathématiques et formalisme » : « L'activité mathématique est objet d'analyse et possède une essence : mais comme une odeur ou un son, elle est elle-même. »<sup>1</sup> Il semble donc que les objets mathématiques renvoient à une activité constituante de la conscience qui les instaure, et qu'une activité possède des formes eidétiques invariantes et susceptibles d'être atteintes par la réflexion. Mais on connaît également la déclaration qu'il fit à dans sa lettre du 4 novembre 1942 à A. Lautman : « C'est en fonction de Husserl, un peu contre lui que j'essaie de me définir... »<sup>2</sup>. Et surtout, célèbres sont devenues les formules finales de ce même texte où il semble prendre définitivement congé de la phénoménologie constitutive, et de sa thèse de l'engendrement des objets idéaux de la mathématique par les opérations constituantes du sujet transcendantal :

Il n'y a pas une conscience génératrice de ses produits, ou simplement immanente à elle, mais elle est chaque fois dans l'immédiat de l'idée, perdue en elle et se perdant avec elle [...]. Le progrès est matériel ou entre essences singulières, son moteur l'exigence de dépassement de chacune d'elles. Ce n'est pas une philosophie de la conscience mais une philosophie du concept qui peut donner une doctrine de la science. La nécessité génératrice n'est pas celle d'une activité, mais d'une dialectique<sup>3</sup>.

Enfin, on se rappellera que, dans une lettre adressée à Léon Brunschvicg, Cavailleès reprochait au Husserl de la *Krisis* « une utilisation exorbitante du *cogito* »<sup>4</sup>.

---

<sup>1</sup> J. CAVAILLÈS, « Mathématiques et formalisme » in *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris, Hermann, 1994, p. 664 (cité par la suite *O. C.*).

<sup>2</sup> G. FERRIÈRES, *Jean Cavailleès. Un philosophe dans la guerre 1903-1944*, Paris, Seuil, 1982, puis Quimper, Calligrammes, 1996, p. 164. De même dans la lettre à Brunschvicg (*loc. cit.*, 158) : « j'aurais voulu essayer une vieille querelle contre la logique transcendantale, spécialement celle de Husserl ».

<sup>3</sup> *Sur la logique*, 78 (*O. C.*, 560).

<sup>4</sup> G. FERRIÈRES, *Jean Cavailleès*, 158 (cité par CANGUILHEM, « Inauguration de l'amphithéâtre

Qu'est-ce à dire ? Si, une fois reconnue l'idéalité et l'historicité des entités mathématiques, la tâche de la philosophie des mathématiques demeure d'explicitier le statut de la nécessité génératrice qui les produit dans un type d'historicité *sui generis*, comment faut-il interpréter cette récusation de la phénoménologie transcendantale husserlienne et cette substitution d'une philosophie du concept à une philosophie de la conscience ? Est-ce simplement à dire que la structure des enchaînements démonstratifs prime sur l'immédiateté de la conscience vécue, comme le suggère Canguilhem<sup>5</sup> ? Est-ce si simple, et ces oppositions tranchées n'apportent-elles pas une intelligibilité illusoire ? D'une part, Husserl n'est-il pas le premier à avoir reconnu sous le terme de fondation (*Begründung*) – et ce dès le tome introductif aux *Recherches logiques* – le caractère fondamental et l'objectivité idéale des structures déductives, dont il reconnaît l'irréductibilité de principe à des actes de la conscience<sup>6</sup> ? N'a-t-il donc pas d'emblée écarté tout recours à l'immédiateté de la conscience vécue, pour reconnaître la nécessité de l'intériorisation par la conscience d'enchaînements idéaux et médiats ? D'autre part, les termes de *structure* et de *système* suffisent-ils dès qu'il s'agit de penser, non simplement l'architecture démonstrative d'un système déductif, mais l'*historicité des mathématiques*, c'est-à-dire le mouvement par lequel on passe d'une situation conceptuelle à une autre ? Peut-on encore se réclamer de la rigidité du système lorsqu'il faut prendre acte de l'évolution de la *praxis* mathématicienne et du procès des idéalités ?

Quel est donc le nerf effectif des objections adressées par Cavailles à Husserl ? Renversent-elles *toute* doctrine de la conscience pure, toute explicitation des actes subjectifs où s'instaure l'évidence de contenus intelligibles ou d'enchaînements déductifs ? ou seulement *une* interprétation spécifique du sujet transcendantal husserlien ? Écartent-elles *toute* idée de constitution transcendantale des idéalités, ou seulement *une* interprétation de l'acte constituant, qui ne coïncide peut-être pas avec son sens husserlien ? Conduisent-elles vers un *spinozisme mathématique* qui reconnaît le mouvement processuel qui fait passer de mode en mode de la pensée, d'essence singulière en essence singulière ? ou vers un *hégélianisme mathématique* qui reconnaît, jusque dans les idéalités, un noyau dialectique de négativité et d'auto-dépassement ?

---

Jean-Cavaillès », *O. C.*, 674).

<sup>5</sup> *Ibid.*

<sup>6</sup> *Logische Untersuchungen*, Prolegomena zur reinen Logik, § 7, Hua XVIII, 32-34 (trad. fr. Élie-Kelkel-Schéerer, *Recherches logiques*, I, Paris, Puf, 1969, pp. 17-20).

DIFFICULTÉS DU KANTISME : RÉFÉRENCE À LA CONSCIENCE, AUX FACULTÉS ET À  
UNE LOGIQUE CONSTITUÉE

Cavaillès reconnaît à la phénoménologie husserlienne une vertu cardinale : bien qu'à l'instar de la pensée kantienne il s'agisse d'une pensée de la subjectivité absolue, elle ne pose en revanche à son fondement aucune nature pré-constituée de la subjectivité transcendante, aucune doctrine des facultés conçues autant d'invariants définissant la subjectivité finie.

Pour le comprendre, il faut revenir à la première partie de *Sur la logique* où, pour mettre en évidence les difficultés d'une philosophie transcendante de type kantien, Cavaillès part du cours de logique de Kant pour pointer un cercle et un problème.

D'abord un cercle : tout dans la nature se produisant selon des règles et l'entendement étant la faculté de penser, c'est ce dernier qui est la source des règles du penser ; la production de la science est donc arrimée à l'exercice de facultés (entendement et raison), et la théorie de la science (en particulier des mathématiques) repose sur la présupposition d'une constitution du sujet fini articulée en facultés pré-données<sup>7</sup> ; or, les règles étant censées normer l'exercice de l'entendement et de la raison, peut-on se contenter d'admettre qu'elles sont inscrites dans la nature de ces facultés ? De là s'ensuit le problème de la provenance des règles dans une philosophie transcendante de type kantien : d'où proviennent, à la fois, les règles de la logique formelle – relatives au mode de formation des énoncés et aux modes de raisonnement déductif – et celles de la logique transcendante – relatives à la construction de l'objet dans l'intuition ? Et comment s'articulent-elles les unes aux autres ?

Tout d'abord, l'entendement se définit comme pouvoir de penser ou de juger, et celui-ci, comme l'action d'unifier des représentations multiples sous une représentation unique<sup>8</sup>. Aussi, en toute science, la nécessité des règles – qu'il s'agisse des règles de l'acte de juger et raisonner en logique, ou de construire et démontrer en mathématiques – se réfère-t-elle à un acte ou pouvoir de la conscience, donc à une *conscience absolue* qui ne se caractérise que par l'évidence interne de ses propres actes, mais par aucune structure

---

<sup>7</sup> *Sur la logique*, 1 : « la science est le produit de certaines facultés, l'entendement et la raison ; la Logique ne peut être définie que postérieurement à la position de ces facultés, bien qu'elle prétende les diriger. » (O. C., 483).

<sup>8</sup> *Kritik der reinen Vernunft [KrV]*, A 50/B 74, A 68/B 93 et A 69/B 94. Cf. *Sur la logique*, 1-2 (O. C., 483-484).

normative ; cette évidence réflexive ne saurait livrer les règles nécessaires des actes de juger, déduire, construire, etc<sup>9</sup>. Par conséquent, la détermination de ces règles s'effectue autrement : à savoir par un double procès de réduction – de l'empirique à l'*a priori*, et de la matière à la *forme*. C'est ce double procès de réduction qui permet de mettre en évidence les difficultés fondamentales du kantisme.

La réduction à l'*a priori* a lieu en mathématiques : celles-ci étant préalables à toute connaissance d'objet et fondatrices pour cette dernière (la mathématique étant la condition de toute connaissance physique), les règles de la construction mathématique sont celles de l'exposition d'objets *possibles* dans les intuitions pures de l'espace (pour la géométrie) et du temps (pour l'arithmétique) ; les règles *a priori* de construction sont celles de la représentabilité par la conscience au moyen de procédures constructives élémentaires – tracé à la règle ou au compas en géométrie, actes temporels élémentaires d'addition ou de soustraction en arithmétique.

La difficulté est donc double.

Premièrement, l'arrimage de la production des idéalités à la possibilité de représentation intuitive contribue à la borner dans les limites de la faculté d'imagination figurative : le domaine du possible mathématique est ainsi défini *sub specie aeternitatis* par les pouvoirs subjectifs de cette faculté, ce qui limite *a priori* l'extension de la conceptualité mathématique à une *zone de sécurité et de constructibilité intuitive pré-déterminée par la nature du sujet* ; en témoignent le rejet du nombre infini, inaccessible à une construction additive temporelle<sup>10</sup>, ainsi que les arguments ultérieurs de type kantien par lesquels les finitistes ont tenté d'interdire la considération de l'infini actuel ; la structure pré-définie du sujet transcendantal marque un coup d'arrêt pour l'historicité des objectités mathématiques.

Deuxièmement, le recours au possible implique en négatif le rejet de l'expérience effective de la nature, c'est-à-dire une « position négative de l'empirique » permettant d'obtenir la conscience pure ; or il se pourrait que cet empirique absolu ne se laisse pas subsumer sous les règles pures de la synthèse, autrement dit que le cours effectif des phénomènes naturels soit si anarchique qu'il soit rebelle à toute mathématisation<sup>11</sup> ; par cette opposition radicale entre pur et empirique, Kant s'interdirait de penser rigoureusement l'articulation du mathématique et de la physique, c'est-à-dire de « distinguer

---

<sup>9</sup> *Sur la logique*, 2 (O. C., 484).

<sup>10</sup> « Transfini et continu » in *Philosophie mathématique*, 272 (O. C., 470).

<sup>11</sup> *KrV*, A 88-89/B 122, A 100-101 et A 121-122. Cf. *Sur la logique*, 3-4 (O. C., 485-486).

en soi des degrés d'absolu ou de nécessité »<sup>12</sup> ; or, pour effectuer de telles distinctions, la seule possibilité est de considérer non les actes de la conscience pure, mais l'*enchaînement des contenus idéaux* – c'est-à-dire les rapports entre niveaux de la théorie mathématique (arithmétique, algèbre, analyse, géométrie, mathématiques formelles et appliquées) et leur applicabilité à la physique. On est ainsi reconduit à « l'enchaînement intelligible des contenus mêmes » et au « dynamisme autonome qu'ils révèlent »<sup>13</sup> : à savoir l'articulation structurelle des différentes théories, ainsi que l'historicité *sui generis* de la production des idéalités ; l'une comme l'autre ne sauraient s'élucider en considérant les actes de la conscience et leur normativité subjective arrimée aux facultés, mais seulement si l'on prend en vue les contenus idéaux et leurs modes d'engendrement autonome. Ce sont les objets idéaux, et non la conscience, qui permettent de penser les relations structurelles entre domaines de la mathématique, leur application à la physique et les lois qui régissent leur devenir historique : *la logique ne peut trouver son fondement dans la réflexivité de la conscience et la topique transcendantale, mais seulement dans l'ontologie ou la théorie de l'objet.*

Enfin se pose le *problème de la dualité de sens de la logique* (formelle et transcendantale) et de la disparité des règles qui les caractérisent : si les règles de la logique formelle<sup>14</sup>, indifférentes à la nature de l'objet, se fondent sur le principe de tous les jugements analytiques – à savoir la principe de contradiction – et que celles de la logique transcendantale rapportée à l'objet possible se fondent sur le principe de tous les jugements synthétiques – à savoir le principe de possibilité de l'expérience –, c'est en principe à une seule et même faculté que se rattachent l'un et l'autre principe – l'entendement. *Or est-ce bien le même entendement qui se trouve au fondement du principe de non-contradiction et du principe de la possibilité synthétique de l'expérience ?* On connaît la réponse de Kant : ce sont les mêmes fonctions d'unification du donné qui sont à l'œuvre dans les actes de juger en logique formelle et dans les actes de synthèse contribuant à la constitution des objets en logique transcendantale<sup>15</sup> ; la logique générale sert donc de fil conducteur pour la doctrine transcendantale des catégories ou fonctions synthétiques, la table des formes propositionnelle offrant le paradigme des fonctions de la synthèse constituante. Les possibilités d'objectivation (en particulier, de constitution

<sup>12</sup> *Sur la logique*, 4 (O. C., 486).

<sup>13</sup> *Sur la logique*, 4 (O. C., 486).

<sup>14</sup> Dans la terminologie kantienne : la logique *générale*.

<sup>15</sup> *KrV*, A 79/B 104-105.

des idéalités) se trouvent ainsi arrimées à une doctrine constituée et datée (la logique des prédicats référée à l'*Organon* aristotélicien et à la *Logique de Port-Royal*), qui est censée livrer la grammaire des actes possibles de l'entendement constituant : coup d'arrêt illégitime, qui fixe les possibilités constituantes de la conscience (p. ex., mathématicienne) par référence à une table de formes propositionnelles qui se réduit à une simple étape dans l'histoire de la logique !

Or les notions que mobilise la logique formelle (quantité, qualité, relation), si on les dépouille de toute référence à l'ontologie, s'avèrent postérieures à l'acte de synthèse<sup>16</sup> : une quantité discrète est composée par adjonction d'unités, une quantité continue est produite par une synthèse de composition, une relation autre que celle de prédication est posée par un acte synthétique, etc. Il en résulte que *le rapport entre logiques formelle et transcendantale s'inverse* : c'est la logique transcendantale, comme logique de la constitution de l'objet, qui devient une condition fondatrice pour la logique formelle<sup>17</sup>. C'est dire, à la fois, que l'essentiel réside dans une ontologie ou une théorie de l'objet<sup>18</sup> (en particulier des objets idéaux) ; et surtout, qu'il est nécessaire d'affranchir l'investigation transcendantale des actes de la conscience vis-à-vis du modèle fixe de la table syntaxique des formes propositionnelles et de la structure supposée invariante de l'entendement analytique : *l'entendement synthétique n'est pas identique à l'entendement analytique*<sup>19</sup>, et le propre de l'entendement synthétique réside précisément dans sa liberté constructive, son imprévisibilité, son dynamisme générateur – donc dans l'impossibilité de l'enfermer *a priori* dans un système syntaxique ou une structure pré-constituée de la conscience.

Résumons les obstacles qu'oppose la philosophie kantienne de la conscience à la constitution d'une philosophie des mathématiques capable de penser leur structure déductive et leur historicité *sui generis* : référence des actes à la réflexivité d'une conscience non normée, ancrage de la forme dans le paradigme de la forme logique, et référence à une structure pré-constituée

---

<sup>16</sup> *Sur la logique*, 10 (*O. C.*, 492).

<sup>17</sup> D'où la formule lapidaire de *Sur la logique*, 10 : « Dans une philosophie de la conscience la logique est transcendantale ou elle n'est pas. » (*O. C.*, 492). Cavaillès se situe ici dans le sillage de l'interprétation néo-kantienne de Kant – celles de H. Cohen et, en France, de J. Vuillemin.

<sup>18</sup> *Sur la logique*, 10 : « Mais elle [*scil.* la logique] est alors en même temps ontologie. » (*O. C.*, 492).

<sup>19</sup> *Sur la logique*, 10 : « ce ne peut être le même entendement qui, à une étape de moindre abstraction, «était synthétique et devient analytique à l'extrémité. » (*O. C.*, 492).

du sujet fini articulée en un système de facultés invariantes. Le dépassement de ces limites implique-t-il nécessairement la renonciation à toute philosophie de la conscience ?

UNE PHILOSOPHIE DE LA CONSCIENCE SANS STRUCTURE PRÉ-CONSTITUÉE DU  
SUJET TRANSCENDANTAL (HUSSERL)

N'est-ce pas le propre de la phénoménologie transcendantale husserlienne que d'avoir affranchi de ces limitations kantienne la philosophie de la conscience ? N'est-elle pas une philosophie de la conscience capable de penser à la fois l'idéalité des objets intelligibles de la mathématique et leur historicité autonome, c'est-à-dire un devenir non limité d'avance par la thèse d'une pré-constitution invariante du sujet fini ?

1/ En premier lieu, la phénoménologie est une *philosophie non psychologue de la conscience*, qui reconnaît l'idéalité des significations et des objets de la logique et des mathématiques : un jugement ne se confond pas avec l'acte subjectif de jugement, mais désigne la proposition judicative visée par de multiples actes de même forme ; un raisonnement ne se confond pas avec un acte d'inférence, mais désigne une structure déductive visée par de multiples actes inférentiels de même forme ; un objet mathématique comme le cercle n'est pas produit par un acte de la conscience concrète – comme l'acte imaginatif de se figurer la rotation d'un segment autour d'un point fixe dans un plan –, mais visé comme une entité idéale et non représentable par des actes d'idéalisation. Bref, les entités de la logique et de la mathématique possèdent le statut d'*objectités (Gegenständlichkeiten)* idéales : ils ont le caractère d'ob-stants non contenus dans la conscience, au même titre que tout objet spatial, et par opposition à tout contenu réel de la conscience et à toute transcendance dite immanente (*Gegen* = opposition à...); celui de corrélats intentionnels d'actes possédant une structure spécifique (*Gegen* = face à..., à l'encontre de...); enfin, une identité de sens absolument invariante, susceptible d'être visée à l'identique par une multiplicité d'actes successifs (*Stand* = stance, constance) et par de multiples consciences – donc omni-temporelle et intersubjective. Le premier stade de la phénoménologie se situe donc dans une ontologie, une théorie de l'objet effectuée dans une orientation naïve et reconnaissant les différents statuts ontologiques susceptibles d'être déclinés par la notion générale d'objet : objet individuel,



objet général, objet formel<sup>20</sup>.

2/ En outre, si la phénoménologie est une pensée de la subjectivité absolue constituant les objets, elle ne pose cependant à son fondement aucune nature pré-constituée de la subjectivité transcendantale, c'est-à-dire aucune doctrine des facultés conçues comme autant d'invariants du sujet fini. Ainsi n'y a-t-il pas, chez Husserl, de doctrine de la dualité fixe entre sensibilité et entendement, pas davantage que de théorie des formes *a priori* de la sensibilité et de l'entendement : nulle présupposition n'est faite d'une structure pré-donnée et invariante des fonctions du sujet transcendantal.

Cette absence de présupposition est liée à deux thèses.

D'une part, au *caractère indéfinissable du Je pur* : si ce dernier est considéré comme étant le pur pôle de référence et d'effectuation des actes, c'est-à-dire comme le foyer d'origine de toute activité et de convergence de toute réceptivité passive, il se réduit à une pure et simple capacité d'effectuation des actes et de mise en lumière de tout point du flux de vécus<sup>21</sup>. Il répond par là à la définition stricte du sujet transcendantal que Kant donne dans les Paralogismes – celui d'un objet transcendantal indéterminé, car non déterminable par les catégories<sup>22</sup> –, aussi bien qu'à la formule qu'en livre Cavailles – « un irréductible qu'aucun contenu rationnel ne définit »<sup>23</sup>.

D'autre part et surtout, cela tient aux thèmes de la *passivité secondaire* et de la *sédimentation*, qui resituent les corrélats intentionnels de la conscience pure dans une historicité ou une perspective dynamique qui relativise la distinction entre sensibilité et entendement, réceptivité et spontanéité : les produits d'une activité constituante antérieure, originairement créatrice d'objectités complexes de degré supérieur sur le fondement d'objets pré-donnés, deviennent ensuite des acquis pré-constitués, disponibles de manière permanentes et saisissables dans une simple réceptivité, sans le concours d'une activité re-constructrice ; une fois accomplie, l'activité catégoriale antérieure se convertit en *passivité élargie*, et ses produits catégoriaux se consignent sous forme de documents écrits<sup>24</sup>. Cette

---

<sup>20</sup> *Cartesianische Meditationen*, §§ 21 et 59 Hua I, 87-89 et 163-165 (trad. fr. M. de Launay, *Méditations cartésiennes*, Paris, PUF, 1994, pp. 96-98 et 186-189).

<sup>21</sup> *Ideen...* I, § 80, Hua III/1, 179 (trad. fr. P. Ricœur, *Idées directrices*, Paris, Gallimard, 1950, pp. 270-271).

<sup>22</sup> *KrV*, A 355.

<sup>23</sup> *Sur la logique*, 2 (*O. C.*, 484).

<sup>24</sup> *Ideen...* II, § 5, Hua IV, 11-12 (trad. fr. É. Escoubas, *Recherches phénoménologiques pour la constitution*, Paris, PUF, 1982, pp. 34-35).

conversion de l'activité catégoriale originairement constituante en passivité secondaire ouvre la possibilité d'une historicité de l'intuition ou d'une « transformation de la zone intuitive »<sup>25</sup>, coextensive aux progrès de la construction conceptuelle et à la sédimentation des acquis. Exemple : une fois la suite des entiers naturels engendrée par la méthode des chaînes de Dedekind, la définition russellienne des nombres inductifs ou l'axiomatique peanienne, l'ensemble  $\mathbb{N}$  des entiers naturels devient un *objet catégorial pré-constitué, disponible intuitivement comme objet tout fait* pour fonder la constitution d'autres ensembles de nombres de degré supérieur (entiers relatifs, rationnels, réels, complexes) et le dégagement de propriétés structurales de degré supérieur (structures de groupe, anneau, corps) ; ou encore, c'est un *objet naturel* disponible pour la constitution de la suite des ordinaux transfinis ou des cardinaux transfinis de Cantor. Ainsi, loin qu'une structure invariante des facultés d'intuition et de pensée appartienne au sujet transcendantal et limite les possibilités de constitution d'idéalités – p. ex. à la seule suite des entiers, comme pour Kronecker, Borel ou Brouwer – et interdire la considération de l'infini actuel – au motif qu'il serait transcendant à l'intuition finie –, *l'intuition devient historiquement plastique et coextensive aux élargissements de la technique* : une objectivité est un corrélat de la pensée active lorsqu'elle est activement constituée, mais devient le corrélat inerte de la réceptivité intuitive lorsque, dans une constitution d'ordre supérieur, elle joue le rôle d'objet fondateur pré-donné. La structuration de la finitude en facultés ne vient imposer aucune borne à la progressivité indéfinie de la constitution catégoriale.

3/ Est-ce à dire qu'il faille s'en remettre comme Kant à la « propriété d'auto-illumination intérieure », à l'évidence réflexive de ses propres actes saisis dans l'instant de leur accomplissement, ainsi qu'à une conscience dont la structure essentielle serait « un irréductible qu'aucun contenu ne définit »<sup>26</sup> ?

On pourrait l'estimer si l'on considère le privilège, chez Husserl, de la *méthode de réflexion transcendantale* : tout objet n'étant tel qu'en tant que corrélat de visées intentionnelles articulées à des contenus hylétiques, et un vécu étant un contenu immanent donné par réflexion sur le flux en écoulement, il semble que l'élucidation ontologique des idéalités mathématiques renvoie nécessairement à leur constitution par des actes catégoriaux, et que ces derniers ne se laissent déterminer qu'en étant saisis dans leur immédiateté

<sup>25</sup> « Transfini et continu » in *Philosophie mathématique*, 272 (O. C., 470).

<sup>26</sup> *Sur la logique*, 2 (O. C., 484).

par la réflexion<sup>27</sup>. Éclaircir la structure de l'entendement mathématicien, ce serait donc surprendre à même leur effectuation les actes du mathématicien en action. Si tel était le sens de la méthode phénoménologique pour les actes catégoriaux de degré supérieur, on n'aurait pas beaucoup progressé ; toute philosophie de la conscience semblerait vouée à se réduire à une philosophie des données immédiates de la conscience, incapable d'éclaircir les niveaux supérieurs de la rationalité mathématicienne.

Aussi n'est-ce pas là la méthode phénoménologique adéquate quand il s'agit d'actes catégoriaux. À ce niveau, la méthode ne saurait être la saisie réflexive d'actes en cours d'accomplissement, mais bien plutôt une régression accomplie au fil conducteur des idéalités et de leurs structures objectives ; *ce sont les objets qui servent de fils conducteurs transcendants à l'explicitation des structures noétiques du sujet transcendantal*<sup>28</sup>. Qu'est-ce à dire ? Que si les lois *a priori* régissant les actes noétiques et les structures *a priori* d'ordre noématique sont à thématiser dans leur corrélation, il faut saisir adéquatement leur articulation : jamais Husserl ne commence par admettre un *a priori* subjectif consistant en structures et lois pré-données de la sensibilité et de l'entendement qu'il faudrait saisir par la réflexion dans le flux immanent des vécus de la conscience mathématicienne – c'est-à-dire en conditions de possibilité de l'expérience qui, après coup, vaudraient comme conditions de possibilité des objets de l'expérience. À l'inverse, il opère une *désubjectivation* de l'*a priori* : celui-ci désigne d'abord un *a priori* noématique qui se laisse expliciter en lois régissant la sphère des objets (réels ou idéaux, matériels ou formels) ; à ces lois noématiques correspondent des structures noétiques du sujet, à savoir les modes de visée et de validation de telles lois dans l'évidence<sup>29</sup>. S'il y a réflexion, c'est donc au sens d'une *Widerspiegelung*, dans l'élément de la conscience, des lois propres aux objectités catégoriales – sous forme de lois noétiques qui régissent les actes à accomplir dans la thématization de telles objectités.

L'exemple cardinal de cette régression noétique au fil conducteur des idéalités noématiques est fourni par la première partie de *Logique formelle et logique transcendantale* : avant toute élucidation de la logique transcendantale – c'est-à-dire des formes de constitution des objectités catégoriales, en

<sup>27</sup> *Ideen...* I, § 77, Hua III/1, 162-165 (trad. fr., 246-251). *Cart. Medit.*, § 15, Hua I, 72-73 (trad. fr., 78-79).

<sup>28</sup> *Cart. Medit.*, § 22, Hua I, 90 : « Chaque objet en général prescrit une structure régulatrice au sujet transcendantal. » (trad. fr., 99).

<sup>29</sup> *Logik und allgemeine Erkenntnistheorie 1917/18*, § 19d, Hua XXX, 88.

particulier des catégories syntaxiques élémentaires et des principes de la logique formelle –, il est nécessaire de se maintenir dans une orientation naïve sur les objets, afin d’élucider l’*a priori* noématique idéal de la logique formelle. Dans ce cadre se laissent expliciter les trois niveaux de la logique formelle et des lois idéales qui leur appartiennent, qui serviront ensuite de fils conducteurs transcendants dans la logique transcendantale :

– en premier lieu, la morphologie pure des significations (*reine Formenlehre der Bedeutungen*), dont l’objet est d’élucider les catégories élémentaires de matériaux syntaxiques (substantif, adjectif, relation) et des lois opératoires qui régissent la formation de propositions douées de sens : ainsi se définit l’*a priori* syntaxique de la formation d’énoncés par enchaînement de telles significations élémentaires ;

– ensuite, la logique de la cohérence ou de la non-contradiction (*Konsequenzlogik*), dont l’objet est d’explicitier les lois de non-contradiction analytique de systèmes d’énoncés et d’implication analytique de conséquences dans un système de prémisses, abstraction faite de tout contenu ou de toute référence à des objets déterminés : il s’agit de l’*a priori* syntaxique de la non-contradiction et de la déductivité ;

– enfin, la logique de la vérité (*Wahrheitslogik*), dont l’objet est d’explicitier, sur un plan formel, les lois ontologiques de la validité de champs d’objets corrélatifs à des systèmes d’énoncés cohérents ; ce niveau culmine avec la théorie des systèmes déductifs, qui doit dégager l’*a priori* ontologique des multiplicités définies en explicitant les notions de forme de théorie déductive, de théorie axiomatisée et de domaine formel d’objets associé – d’où le dégagement des propriétés méta-mathématiques des systèmes formels<sup>30</sup>.

Comme chez Kant, c’est la notion de *forme* qui s’avère ici cardinale et régit l’apophantique et l’ontologie formelles. Mais que désigne ce concept ? Il ne s’agit plus, comme pour Kant, de formes *a priori* du sujet ou de structures formelles de facultés subjectives, mais de *formes syntaxiques du sens idéal*<sup>31</sup> – constituants élémentaires du sens propositionnel, et connecteurs

---

<sup>30</sup> La présentation de ces strates de la logique formelle se trouve dans *Sur la logique*, 44-47 (*O. C.*, 526-529). Cf. *Formale und transzendente Logik*, Einleitung et §§ 13-15, Hua XVII, 15 et 54-61 (trad. fr. S. Bachelard, *Logique formelle et logique transcendantale*, Paris, PUF, 1957, pp. 16 et 71-79).

<sup>31</sup> *Sur la logique*, 48 : « l’apophantique formelle [...] fixe tout ce qui *par la forme seule* est constitutif et déterminant pour un énoncé valable antérieurement à toute relation à un objet concret. » (*O. C.*, 530).

logiques pensés sur le modèle d'opérations arithmétiques – et de *formes ontologiques de l'objectité catégoriale* complexe – nombres entiers ou cardinaux, nombres ordinaux, structures de groupe, d'anneau, de corps, etc. En d'autres termes, la notion de *forme* renvoie, d'un côté, aux formes syntaxiques vides de tout énoncé et de tout système d'énoncés consistant ainsi qu'aux lois de formation, de compatibilité et d'implication analytiques d'énoncés ; et, de l'autre, aux formes ontologiques prises par les variantes de l'objet en général indépendamment de tout ancrage matériel ou mondain, ainsi qu'aux lois méta-mathématiques de consistance des champs d'objets. À ces deux notions noématiques s'ajoute une notion noétique de la forme : à chaque niveau de formes et de lois syntaxiques ou ontologiques correspond en effet un niveau de formes et de lois régissant les actes noétiques corrélatifs – aux formes syntaxiques correspondent des actes syntaxiques, aux formes déductives, des actes inférentiels, aux axiomes logiques, des types d'évidence axiomatique, etc.<sup>32</sup>.

D'où l'application, pour la logique et les mathématiques, du principe universel selon lequel *l'essence de l'objet, prise comme fil conducteur transcendantal, prescrit au sujet une structure régulatrice* : loin que la phénoménologie consiste à exercer la réflexion immédiate sur les actes noétiques du logicien ou du mathématicien dans l'instant de leur effectuation, pour ressaisir par une sorte d'auto-observation les données immédiates de la conscience au travail, il s'agit de prendre les formes syntaxiques, logiques, ensemblistes et mathématiques au sens large comme autant de fils conducteurs formels où s'expriment et se réfléchissent des opérations de pensée (les actes synthétiques). La nécessité, pour la pensée logique et mathématique, d'avoir à opérer sur des systèmes de signes, contraint le phénoménologue à prendre les langages constitués, avec leurs formes et leurs lois, comme fils conducteurs indirects permettant d'accéder à l'Idée anonyme des actes de pensée nécessaires pour accéder aux objets idéaux qu'ils visent<sup>33</sup>. La phénoménologie se rapproche ainsi du néo-kantisme et, en tant que philosophie de la conscience, échappe au double écueil de l'évidence

<sup>32</sup> Cf. *Logik 1917/18*, § 19d, Hua XXX, 88 : « Dans les formes des significations de pensée se réfléchissent les formes de l'intentionnalité de l'acte de penser. »

<sup>33</sup> La phénoménologie de la logique et des mathématiques présente une *orientation eidétique* qui prime sur la méthode de réflexion transcendantale : il s'agit d'y dégager « l'essence *a priori* de l'acte de penser » (*das apriorische Wesen der Denkakte*), c'est-à-dire « non de jugements qui adviennent effectivement, qui seraient portés *de facto* par de quelconques personnes », mais d'« Idées de jugements » (*Urteilsideen, Ideen des Urteilens*) – *ibid.*, §§ 19d et 9, Hua XXX, 89 et 36-37.

réflexive et d'une conscience ineffable : le double fil conducteur fourni par l'apophantique et l'ontologie formelles – essences formelles de la signification et de l'objet en général – y définit le programme d'un « aperçu synoptique systématique des différentes sortes d'éléments structurels des actes de pensée dans leur corrélation avec les significations pensées »<sup>34</sup>, ou d'une « morphologie de l'acte de penser dans l'optique de son essence relative à la signification »<sup>35</sup>. La *réflexion noématique*, qui saisit l'essence noématique de la signification visée, est la *condition nécessaire de la réflexion noétique* qui ressaisit les types d'actes de pensée<sup>36</sup> ; c'est seulement par là que la phénoménologie échappe à la tentation de l'introspection ou de l'auto-illumination de la conscience qui, pour Cavallès, constitue un écueil majeur de la pensée kantienne.

PRIMAT DE L'ONTOLOGIE FORMELLE SUR L'APOPHANTIQUE  
ET HÉTÉRONOMIE DE LA *MATHESIS*

La première critique énoncée par Cavallès concerne la *hiérarchie entre apophantique et ontologie formelles*, théorie du sens et théorie de l'objet en général.

En principe, il y a entre l'une et l'autre équivalence de contenu ou solidarité *in re* : il existe en effet une corrélation rigoureuse entre les formes syntaxiques de la doctrine du sens et les formes objectales ou catégoriales de l'ontologie<sup>37</sup>. Cette corrélation tient à la double fonction possible de toute forme syntaxique en tant qu'elle se réfère au domaine du sens ou à celui de l'objet<sup>38</sup> : de telles formes représentent, d'un côté, les fonctions syntaxiques dans lesquelles peut se trouver une objectité quelconque (sujet, attribut,

---

<sup>34</sup> *Ibid.*, § 15a, Hua XXX, 68 : « systematische Übersicht der verschiedenen Arten von Baugliedern der Denkkakte bzw. Denkdedeutungen. »

<sup>35</sup> *Ibid.*, § 19d, Hua XXX, 89 : « La morphologie des significations est donc en même temps, par voie de corrélation, une morphologie de l'acte de penser dans l'optique de son essence relative à la signification [*Formenlehre des Denkens hinsichtlich seines bedeutungsmäßigen Wesens*]. »

<sup>36</sup> *Ibid.*, § 10a, Hua XXX, 40. La *noematische Reflexion* est réflexion sur le sens, en particulier le sens propositionnel (*Satz*) ; la *noetische Reflexion* est réflexion sur l'acte de viser ce sens ; quant à l'orientation objectivante (*objektivierende Blickrichtung*), elle vise l'état de choses (*Sachverhalt*).

<sup>37</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 25, Hua XVII, 82-83 (trad. fr., 108-109). Cf. *Sur la logique*, 51-52 (*O. C.*, 533-534).

<sup>38</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 42d, Hua XVII, 119-120 (trad. fr., 155-156).

prédicat : les *formes syntaxiques* au sens strict<sup>39</sup>) ; de l'autre, les types fondamentaux de syntagmes élémentaires que peuvent prendre des objectités catégoriales (substantivité, adjectivité, relationalité, mais aussi syntagme propositionnel, forme d'ensemble, etc. : les *formes-noyaux* ou *formes nucléaires*<sup>40</sup>). L'opération permettant de passer des premières aux secondes est la nominalisation : par exemple, on passe de la forme du jugement conjonctif « "A est b" et "B est b" et "C est b"... » à celle du jugement pluriel « A et B et C... sont b » puis, par nominalisation, à la saisie de l'objet catégorial qu'est l'ensemble {A, B, C, ...} composé des éléments vérifiant le prédicat b<sup>41</sup> ; on peut aussi énoncer sur un mode indéterminé la proposition « dans un triangle, la somme des angles est égale à deux droits », puis la convertir en proposition universelle « dans tout triangle, la somme... », et enfin la convertir en proposition conditionnelle « si A appartient à l'ensemble des triangles, alors... »<sup>42</sup>. On obtient donc une *loi de convertibilité des formes syntaxiques du sens en formes catégoriales de l'objet*, par laquelle se vérifie l'équivalence des deux sens des catégories aristotéliennes – modes syntaxiques du sens et modalités ontologiques de l'objet.

En dépit de cette équivalence, il règne cependant une hiérarchie entre les deux disciplines : il y a un *primat de l'ontologie sur l'apophantique*, de l'orientation sur les objets vis-à-vis de l'orientation sur le sens. Ce primat est tout d'abord d'ordre *intentionnel ou téléologique* : l'acte de juger n'est pas intentionnellement orienté sur le sens propositionnel et les formes syntaxiques comme telles mais, à travers le sens et la syntaxe, vers les objets thématiques à déterminer et les propriétés et relations qui les déterminent ; l'apophantique est donc téléologiquement subordonnée à la connaissance des objets<sup>43</sup>. Il est aussi d'ordre *génétique* : loin que l'orientation sur le sens soit un moment premier qui conditionnerait l'éventuelle orientation sur l'objet (qui s'y ajouterait alors comme par surcroît), le sens propositionnel pur est au contraire obtenu de manière seconde, par une réflexion noématique qui neutralise l'orientation sur l'objet<sup>44</sup>.

Or c'est en ce point précis qu'intervient une *inflexion majeure de la pensée*

<sup>39</sup> *Logik 1917/18*, § 24a, Hua XXX, 106-109.

<sup>40</sup> *Ibid.*, § 25, Hua XXX, 111-112 : *Kernformen*.

<sup>41</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 25, Hua XVII, 83 (trad. fr., 109). *Logik 1917/18*, § 35, Hua XXX, 154-156. *Ideen...* I, § 119, Hua III/1, 275-277 (trad. fr., 405-407).

<sup>42</sup> *Logik 1917/18*, § 26b, Hua XXX, 119.

<sup>43</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 42a, Hua XVII, 117 : « L'acte de juger n'est pas dirigé sur le jugement, mais sur l'objectité thématique » (trad. fr., 151-152).

<sup>44</sup> *Logik... 1917/18*, § 10a-b-c, Hua XXX, 40-47. Cf. *Sur la logique*, 49-50 (*O. C.*, 531-532).

husserlienne sur laquelle s'exerce la critique de Cavailles : la variation des formes syntaxiques sous lesquelles un même objet intervient dans le jugement ne change rien à notre orientation thématique ultime et constante sur cet objet<sup>45</sup>. Par exemple, c'est en définitive le même état de choses qui est visé par la proposition « S est p » et par la forme nominalisée « le fait que S soit p », ou encore, la même propriété qui est visée par le prédicat *rouge*, la forme substantivée *le rouge* et la forme prédicative *être rouge* – par-delà toutes les variantes syntaxiques, c'est un *matériau nucléaire* identique<sup>46</sup> qui est visé, un contenu qui, par son invariance, transcende la déclinaison des formes syntaxiques. Par suite, les différentes variantes ou constructions syntaxiques sont neutralisées, car subordonnées à la visée du contenu primitif antérieur à... et fondateur pour toutes ces formes syntaxiques ; la conséquence fondamentale en est qu'en dernière instance, la connaissance est orientée sur les « substrats de plus bas degré et thématiquement premiers » (*unterste und primär thematische Substraten*)<sup>47</sup> – c'est-à-dire les substrats ultimes, les objets sensibles primitifs du monde qui fournissent aux sciences leur domaine régional. Toute connaissance, quel qu'en soit le degré de complexité syntaxique ou d'élaboration théorique, est ainsi téléologiquement orientée vers le but ultime qu'est la détermination des substrats ultimes – les objets individuels du monde sensible – par des propriétés et relations ultimes.

Ce dernier argument s'applique d'emblée à la mathématique formelle (c'est-à-dire, dans le langage de Husserl, axiomatisée) : celle-ci demeure subordonnée à la mathématique appliquée (*angewandte Mathematik*)<sup>48</sup>. En effet, le sens immanent aux systèmes formels implique toujours, quoique d'une manière occultée au regard du mathématicien occupé de technique mathématique, la « référence à un application possible » (*Beziehung auf mögliche Anwendung*), c'est-à-dire la référence implicite à leur applicabilité à la connaissance physicienne des corps de la nature sensible : bien que, dans de tels systèmes, le sens des signes primitifs soit purement *opérateur* – car fixé par les seules règles posées en axiomes, à l'exclusion de toute référence intuitive à des points et droites situés dans l'espace imaginable ou tiré par idéalisation de ce dernier –, le sens de ces systèmes ne se réduit cependant pas à un pur et simple « jeu de symboles » (*Spiel der Symbole*) ou à une « mathématique

<sup>45</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 42b, Hua XVII, 117 : « Identité de l'objet thématique à travers le changement des opérations syntaxiques » (trad. fr., 153). Cf. *Sur la logique*, 50 (O. C., 532).

<sup>46</sup> *Logik 1917/18*, § 25, Hua XXX, 113.

<sup>47</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 42b, Hua XVII, 118 (trad. fr., 154).

<sup>48</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 40, Hua XVII, 115 (trad. fr., 149).



élaborée de manière purement calculatoire » (*bloß kalkulatorisch ausgebildete Mathematik*) où les symboles en question ne tireraient leur signification que de règles de calcul conventionnelles<sup>49</sup>. Au contraire, le sens proprement épistémique des mathématiques réside non dans la mathématique formelle (axiomatisée), mais dans la mathématique appliquée : à savoir d’abord dans les interprétations ou modèles des systèmes formels – qui constituent de véritables ensembles de propositions, et non seulement de formes propositionnelles –, puis dans la physique théorique ; ainsi est évacué le paradigme ludique ou calculatoire des mathématiques cher à Wittgenstein, en vertu de leur subordination à la connaissance physique du monde effectif :

c’est un seul et unique mouvement qui, à travers les mathématiques, se développe jusqu’aux réalités du monde. Il n’y a pas de connaissance qui puisse s’arrêter en chemin à l’intelligibilité fermée sur soi d’un système rationnel. Connaître n’a qu’une signification, c’est atteindre le monde réel. [...] Hors des applications, il n’y a pas de connaissance mathématique<sup>50</sup>

Loin que cet exposé soit neutre, il implique une critique essentielle : en connexion avec cette hétéronomie de la mathématique formelle, Husserl partage avec le Cercle de Vienne la thèse du *vide des formalismes* – les systèmes formels ne possèdent pas par eux-mêmes de contenu<sup>51</sup> ; un tel contenu leur est apporté de l’extérieur, par leur application à la science physique, dont le sens est lui-même subordonné à la seule prédiction de processus naturels<sup>52</sup>. D’où la collusion entre les idées de Husserl et celles de Carnap ou de Wittgenstein : de même que Carnap pose la possibilité de construction d’un ensemble-base de toutes les syntaxes possibles<sup>53</sup> – purement analytiques ou dépourvues de référence à la réalité –, de même Husserl envisage l’élaboration directe de l’ontologie formelle, comme doctrine formelle du *quelque chose en général* affranchie de toute teneur réelle et de tout souci de connaissance des objets<sup>54</sup> ; la *mathesis* formelle n’aurait par elle-même aucun objet propre. On saisit, en filigrane et en négatif, quelle est la thèse de

<sup>49</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 40, Hua XVII, 113-115 (trad. fr., 148-150).

<sup>50</sup> *Sur la logique*, 53 (*O. C.*, 535).

<sup>51</sup> *Sur la logique*, 69 : « Ainsi se retrouve la thèse chère au logicisme empiriste que les mathématiques n’ont pas de contenu propre de connaissance. Elles sont organisation ou combinaison de ce qui est déjà » (*O. C.*, 551).

<sup>52</sup> *Sur la logique*, 67-68 : elle n’est que « prévision étendue à l’infini » ou « coordination de prévisions spontanées » (*O. C.*, 549-550).

<sup>53</sup> *Sur la logique*, 34-35 (*O. C.*, 516-517).

<sup>54</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 54, Hua XVII, 153 (trad. fr., 199). Cf. *Sur la logique*, 69 (*O. C.*, 551).

Cavaillès : il y a *autonomie de la connaissance mathématique et des systèmes formels*, qui ont par eux-mêmes des objets propres ; ces derniers sont des « moments spéculatifs authentiques »<sup>55</sup>, c'est-à-dire des structures formelles idéales de domaines d'objets possibles – structures assimilables à des contenus intelligibles qui ont un mode d'engendrement propre et obéissent à des lois spécifiques. Ainsi l'arithmétique élémentaire formelle de Peano déploie-t-elle la connaissance de l'architecture d'un domaine idéal – celui des nombres inductifs muni des opérations élémentaires  $+$  et  $\times$  .

#### CRITIQUE DE LA THÈSE D'UNIVOCITÉ DE LA CONNAISSANCE

Le deuxième motif de la pensée husserlienne que critique Cavaillès est la thèse d'*univocité de la connaissance*, c'est-à-dire sa *réductibilité à la seule connaissance des substrat individuels du monde sensible* ; à cette fin, il fait converger plusieurs motifs husserliens en les interprétant dans un sens univoque.

1/ Tout d'abord, les §§ 82 et 83 de *Logique formelle et transcendantale* sont interprétés à la lumière de l'*axiome de réductibilité* de Russell<sup>56</sup>.

De quoi est-il question dans ces passages ? Husserl y met en œuvre une méthode de « réduction des jugements à des jugements ultimes » (*Reduktion der Urteile auf letzte Urteile*)<sup>57</sup> et, corrélativement, de « réduction des vérités de degré supérieur à celles du degré le plus bas » (*Reduktion der Wahrheiten von den Wahrheiten höheren Stufe auf diejenigen der niedersten Stufe*)<sup>58</sup>. Quel est pour Husserl le sens de ces « considérations réductrices » (*reduktive Überlegungen*)<sup>59</sup> ? C'est de mettre en évidence une genèse du sens (*Sinn genesis*) ou une paradoxale « histoire eidétique du sens » (*wesensmäßige Sinnesgeschichte*)<sup>60</sup> : si la nominalisation permet de constituer de nouvelles formes catégoriales à partir de formes plus élémentaires, il est possible de rebrousser chemin pour reconduire les formes catégoriales complexe aux formes plus primitives dont elles sont issues et, finalement, aux formes élémentaires qui sont inhérentes aux objets individuels (substrats, propriétés et relations ultimes) ; corrélativement, de ramener les formes complexes de jugement aux formes

<sup>55</sup> *Sur la logique*, 69 (O. C., 551).

<sup>56</sup> *Sur la logique*, 54 : « Le principe de réductibilité garantit que le physique le plus physique ne soit jamais perdu de vue. » (O. C., 536).

<sup>57</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 82, Hua XVII, 209 (trad. fr., 273).

<sup>58</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 83, Hua XVII, 212 (trad. fr., 276).

<sup>59</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 85, Hua XVII, 215 (trad. fr., 280).

<sup>60</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 85, Hua XVII, 215 (trad. fr., 285).

plus simples dont elles sont dérivées et, finalement, aux formes primitives de jugements d'expérience portant sur des objets individuels (attribution de propriété ultime, de relation ultime); enfin, il en va de même pour les vérités complexes, qui sont reconduites à des états de choses relatifs à des objets individuels. Insistons-y : il ne s'agit pas là de *réduction* au sens strict, mais seulement d'ordre de *reconduction* ou de *dérivation génétique* ; les formes complexes ne sont pas identiques aux formes primitives, mais en dérivent. Exemple : la proposition « tous les triangles ont la somme de leurs angles égale à deux droits » énonce une vérité universelle, qui vaut en général pour les triangles quels qu'ils soient ; cette proposition ne se rapporte pas à l'ensemble de tous les triangles, qui est une totalité inconsistante impossible à penser comme close<sup>61</sup>, pas plus qu'elle n'implique de référence directe à des existants individuels<sup>62</sup>, mais seulement à des idéalités géométriques. Prenons à présent la proposition « l'équilatéralité d'un triangle implique son équiangularité » : c'est une proposition générale (*generell*) portant sur les entités catégoriales *équilatéralité* et *équiangularité* ; cette proposition peut être traduite en loi portant sur tout triangle quelconque<sup>63</sup> ; mais cette loi pure porte, non sur des objets individuels, mais sur des « singularités idéales » (*ideale Einzelheiten*) qui sont *irréductibles* à des formes perceptives individuelles<sup>64</sup> ; la seule chose qu'on puisse dire, c'est que les idéalités pures *point*, *segment*, *triangle* sont dérivables par idéalisation des idéalités morphologiques *surface ponctuelle*, *ligne droite*, etc. *Reconduction génétique* certes, mais *sans réduction* du plan des singularités idéales aux individualités sensibles.

Or Cavailles interprète cette démarche d'élucidation génétique en termes en termes de *réduction empiriste*, au fil conducteur de l'axiome de réductibilité russellien selon lequel toute vérité de type  $n+1$  est traduisible en vérité de type  $n$  : en prolongeant de degré en degré cette réduction au type immédiatement inférieur, on aboutit en droit à une réduction au degré ultime des vérités portant sur des objets individuels<sup>65</sup>. On rejoint ainsi la

<sup>61</sup> *Logik 1917/18*, § 39, Hua XXX, 167-168.

<sup>62</sup> *Logik 1917/18*, § 42a, Hua XXX, 213.

<sup>63</sup> *Logik 1917/18*, § 45a, Hua XXX, 225 : « Tout jugement général peut être tourné de telle manière qu'il ne juge plus à propos d'objets généraux, mais à propos d'objets individuels, pris cependant dans une universalité absolue (donc non comme jugement d'existence). »

<sup>64</sup> *Logik 1917/18*, § 45b, Hua XXX, 227.

<sup>65</sup> *Sur la logique*, 50 : « Il apparaît donc ici une sorte de *principe de réductibilité* par lequel, d'une part, la portée et la signification véritable de tout jugement sont ramenées à un rapport entre objets primaires, d'autre part, l'homogénéité est rétablie entre jugements d'étages variés. » (*O. C.*, 532). Cf. *ibid.*, 61 (*O. C.*, 543).

notion carnapienne d'énoncé protocolaire (*Protokollsatz*), selon laquelle le sens d'un énoncé théorique de degré élevé se laisse réduire à la conjonction des énoncés d'expérience immédiate qu'il implique<sup>66</sup>. Il en résulte, à titre de conséquence épistémologique, une réductibilité de tout type de connaissance à la seule connaissance sensible des objets individuels :

Connaître n'a qu'une seule signification, c'est atteindre la monde réel<sup>67</sup>  
 les superpositions catégorielles n'ont pas d'efficacité définitive<sup>68</sup>

2/ L'interprétation de la doctrine husserlienne de la « relevance des noyaux » (*Relevanz der Kerne*) va dans le même sens.

Quel en est, chez Husserl, la signification exacte ? Le logicien qui considère les seules variables et formes propositionnelles, le mathématicien qui axiomatise une théorie et considère des symboles doués de sens purement calculatoire, effectuent une « généralisation formalisante » (*formalisierende Verallgemeinerung*) qui évacue toute teneur matérielle pour ne retenir que les variantes de la forme analytique du *quelque chose*<sup>69</sup>. Or cette formalisation ne peut être maintenue jusqu'au bout, car le sens des principes logiques ne peut demeurer indifférent aux contenus matériels : selon le tiers exclu, on a « p ou non-p », sans tierce possibilité ; mais si l'on considère non plus de pures formes vides d'énoncés, mais des énoncés véritables sur des objets, alors il existe bel et bien une tierce possibilité – à savoir l'*absence matérielle de sens* (*inhaltliche Sinnlosigkeit*) d'énoncés dont les matériaux syntaxiques n'ont rien à faire les uns avec les autres ou s'avèrent dénués de co-appartenance : tel est le cas des énoncés « cette couleur + 1 égale 3 »<sup>70</sup>, « la somme des angles d'un triangle est rouge »<sup>71</sup>. Il faut donc réduire l'applicabilité prétendument universelle des principes logiques : ils ne valent pas pour *tous* les énoncés *en général*, mais seulement pour ceux dont les matériaux syntaxiques « ont quelque chose à faire les uns avec les autres » (*etwas miteinander zu tun haben*) ou dont « les noyaux possèdent une co-appartenance sémantique » (*deren Kerne sinngemäß zusammengehören*). Or, en

<sup>66</sup> R. CARNAP, « Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache », *Erkenntnis* II (1931), trad. fr. « Le dépassement de la métaphysique par l'analyse logique du langage » in A. Soulez (dir.), *Manifeste du Cercle de Vienne et autres écrits*, Paris, PUF, 1985, p. 158).

<sup>67</sup> *Sur la logique*, 53 (O. C., 535).

<sup>68</sup> *Sur la logique*, 61 (O. C., 543).

<sup>69</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 87, Hua XVII, 220 (trad. fr., 287). La traduction de S. Bachelard massacre le titre du § 87, dont elle inverse le sens.

<sup>70</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 89a, Hua XVII, 224 (trad. fr., 291).

<sup>71</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 90, Hua XVII, 228 (trad. fr., 296-297).

dernière instance, cette co-appartenance du sens renvoie à l'« unité concordante d'une expérience possible » (*Einstimmige Einheit möglicher Erfahrung*) ou à la « cohésion des choses mêmes » (*Zusammenhang der Sachen*)<sup>72</sup> : c'est parce que la neige, initialement blanche, peut être rougie par le sang ou noircie par la boue qu'il y a un sens à lui attribuer une couleur. En prédiquant d'un objet une propriété ou une relation, on ne produit pas nécessairement un énoncé doué de sens : qu'il soit individuel ou général, tout objet implique un ensemble de prédicats et de relations possibles, donc un *orbe d'énonçabilité* qui se réfère à la cohésion possible entre sujet et prédicat (ou relation) ; et, si l'on réduit extensionnellement l'objet général à une pluralité d'objets inférieurs et qu'on poursuit l'opération jusqu'au degré ultime des individus sensibles, la co-appartenance entre un domaine de sujets et un domaine de prédicats (ou de relations) possibles s'avère alors prescrite par la possibilité de faire l'expérience de tels sujets doués de telles propriétés (ou entrant en de telles relations). *Les structures d'affinité de l'expérience antéprédicative* (situations de choses) *fondent les structures de la discursivité douée de sens*.

Quelle est à présent l'interprétation qu'en donne Cavailles ? C'est une *interprétation réductionniste* qui tient en deux formules :

l'expérience reste maîtresse des enchaînements syntaxiques : c'est la curieuse doctrine de la « *relevance des noyaux* »<sup>73</sup>

la source et la justification de l'unité apophantique doivent être cherchées dans une affinité préalable de contenus expérimentaux qu'elle organise<sup>74</sup>

En d'autres termes, la *relevance des noyaux* est interprétée au crible du principe de réductibilité : c'est l'esthétique transcendantale, doctrine des structures eidétiques de l'objet individuel et de leurs modes d'expérience, qui détermine *a priori* les connexions d'essence matérielles qui sont au fondement des lois syntaxiques ; celles-ci sont donc enveloppées *in nucleo* dans les structures de l'expérience des objets individuels. Bref, il y a réduction du niveau superstructurel et catégoriel de la syntaxe à l'infrastructure eidétique du monde sensible. Or c'est là replier un *rapport de fondation* sur un *rapport de réductibilité* ! « Mon courage pèse 5 kg »<sup>75</sup> : si cet énoncé est dépourvu de sens, c'est parce que l'expérience ultime du courage

<sup>72</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 89b, Hua XVII, 226-227 (trad. fr., 294-295).

<sup>73</sup> *Sur la logique*, 60 (*O. C.*, 542).

<sup>74</sup> *Sur la logique*, 61 (*O. C.*, 543).

<sup>75</sup> Exemple donné par CARNAP dans « Die Aufgabe der Wissenschaftslogik », Wien, **Geolrd & Co**, 1934 (trad. fr. « La tâche de la logique de la science » in S. Laugier et P. Wagner, *Philosophie des sciences*, Paris, Vrin, 2004, p. 200).

prescrit à ce dernier une sphère d'affinité prédicative dont ne fait guère partie le poids. Mais dans le cas de « la somme des angles d'un triangle est rouge », ce n'est nullement la structure de l'expérience *sensible* qui prescrit à l'objet idéal *triangle* sa sphère de prédicats possibles, puisqu'il n'a aucune extension parmi les objets individuels du monde sensible ; c'est seulement en se tenant au niveau de généralité catégoriale qui est celui du triangle que l'on peut dégager une telle sphère. Les structures d'affinité prédicative et relationnelle qui appartiennent à un sujet ne se réfèrent donc pas à la co-appartenance des choses d'expérience sensible, mais à celle des *choses d'expérience catégoriale du niveau ou du type auquel appartient le sujet en question* ; l'affinité catégoriale *se fonde sur* l'affinité sensible, mais ne lui est pas *réductible*.

3/ Enfin, la référence au principe ontologique fondamental de la phénoménologie husserlienne – celui de la conscience absolue, qui constitue en soi-même tout étant – va dans le même sens de l'univocité de l'expérience et de la notion d'objet : « Tout étant [est] constitué dans la subjectivité de la conscience »<sup>76</sup> ; il n'existe pas de fissure (*kein Loch*) dans la conscience, par laquelle quelque chose de radicalement étranger pourrait y faire effraction du dehors ; tout étant s'avère donc réductible à du sens intentionnel visé et validé par la conscience pure.

Or Cavailles tire ce principe de fondation ontologique de l'étant sur la conscience absolue vers une thèse ontologique d'*univocité de l'étant* :

Mais la conscience est la totalité de l'être<sup>77</sup>

il ne peut y avoir d'hiatus infranchissable entre deux domaines du connaître puisque l'être est unique. [...] La vérité est une sous ses aspects multiples, parce qu'il n'y a fondamentalement qu'une connaissance qui est la conscience<sup>78</sup>.

Qu'est-ce à dire ? Que, dans la mesure où la conscience ne comporte pas d'extériorité ontologique, mais constitue la totalité de l'étant comme sens intentionnel valide à partir d'elle-même (par ses visées et ses évidences) et en elle-même, elle est coextensive au tout de l'étant, qui est soluble en elle. D'où, à la fois, un principe ontologique d'*homogénéité de l'étant* et un principe épistémologique d'*univocité de la connaissance* : d'une part, puisqu'il est réductible à du sens visé par la conscience, tout étant se réduit identiquement à un pôle intentionnel d'actes noétiques ; d'autre part, il y a homogénéité fondamentale de toutes les connaissances, puisqu'elles se réduisent à des modalités de la conscience de... – ou, selon le paradigme

<sup>76</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 94, Hua XVII, 239 (trad. fr., 312).

<sup>77</sup> *Sur la logique*, 55-56 (O. C., 537-538).

<sup>78</sup> *Sur la logique*, 57 (O. C., 539).

cartésien, à une unique lumière issue du même regard. Il ne saurait donc y avoir de coupure épistémologique dans l'histoire de la connaissance mathématique, car elle se réduit au déploiement continu d'une unique activité génératrice, qui demeure invariante en tous ses moments.

Commençons par relever ce qu'une telle interprétation a de foncièrement infidèle à la pensée husserlienne.

Tout d'abord, que la conscience constitue tout étant à *partir d'elle* ne signifie pas qu'elle se constitue *en* elle : si la conscience est bien, aux dires de Husserl, une « sphère ontologique close sur soi »<sup>79</sup>, nul étant mondain ou idéal n'est cependant réellement contenu dans la conscience, mais toujours, au contraire, visé comme pôle idéal d'une infinité de modes de conscience possibles ; entre la conscience et l'étant, il y a un « véritable abîme de sens » (*wahrer Abgrund des Sinnes*)<sup>80</sup>, de sorte que jamais la conscience ne saurait absorber en elle la totalité de l'étant. En outre, l'apparente univocité terminologique des expressions d'actes intentionnels et de modes de conscience ne doit pas occulter l'essentielle hétérogénéité, ainsi que l'irréductibilité de tels modes : si tout type d'étant implique à titre corrélatif une structure de la conscience de... ou de l'expérience de..., c'est qu'il y a précisément une hétérogénéité des modalités de l'expérience ou des types constitutifs<sup>81</sup> ; loin que l'évidence des objectités catégoriales (en particulier mathématiques) soit réductible à celle des objets sensibles ultimes, au contraire l'ordre de fondation étagée des modes d'évidence garantit leur disparité, ainsi que l'irréductibilité de l'évidence propre à chaque degré de généralité catégoriale aux degrés inférieurs – ainsi, la formalisation qui donne accès aux objectités purement catégoriales (ensembles, cardinaux, structures de groupe, etc.) est irréductible à l'idéalisation qui engendre les idéalités géométriques (point, droite, plan...) ainsi qu'à l'idéation qui produit les idéalités morphologiques (droit, rond, ovale...). Enfin, loin que la fondation et la constitution interdisent toute fracture épistémologique dans l'histoire, l'effort ultime de la *Krisis* a justement été de caractériser la coupure historique qui sépare la *mathesis* euclidienne de la *mathesis* classique, puis contemporaine (Hilbert, Riemann)<sup>82</sup> : le caractère universel de la

---

<sup>79</sup> *Ideen...* I, § 49, Hua III/1, 105 (trad. fr., 163).

<sup>80</sup> *Ideen...* I, § 49, Hua III/1, 105 (trad. fr., 163).

<sup>81</sup> *Ideen...* III, § 7, Hua V, 36 (trad. fr. D. Tiffeneau, *La phénoménologie et les fondements des sciences*, Paris, Puf, 1993, p. 44).

<sup>82</sup> *Krisis*, §§ 8 et 9f, Hua VI, 18-20 et 42-45 (trad. fr. G. Granel, *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale*, Paris, Gallimard, 1976, pp. 25-27 et 50-53).

constitution transcendantale ne supprime pas les paliers hétérogènes qui scandent les périodes de la rationalité.

Or la fin essentielle de Cavailles est précisément de mettre en évidence la *structure dialectique du devenir de la mathématique*, qui entraîne avec soi celle de la conscience mathématicienne : il y a dans l'histoire de la *mathesis* des fissures, des discontinuités, des moments dialectiques où le type de conscience d'objet idéal subit une mutation. Entre l'arithmétique des entiers naturels et celle des relatifs, des rationnels, des réels, des complexes puis des nombres transfinis, il n'y a pas simple extension du domaine des objets idéaux, mais une transformation de la conscience d'objet idéal qui reflète l'hétérogénéité des contenus intelligibles ; la disparité ontologique des types d'objets intelligibles appelle non simplement la diversité des moments d'une conscience invariante, mais la *disparité épistémologique des types de conscience* – d'une conscience que définit son investissement dans les champs d'objets dont elle doit intérioriser les lois de formation et de manipulation opératoire et dégager les modalités structurales :

Ce qui est après est plus que ce qui est avant [...]. Il y a en lui plus de conscience – et ce n'est pas la même conscience<sup>83</sup>.

#### NÉGATION DE LA PROGRESSIVITÉ DIALECTIQUE DES CONTENUS IDÉAUX

On a déjà vu que pour Cavailles, Husserl s'accordait avec les positivistes logiques pour défendre une « conception tautologique des mathématiques »<sup>84</sup> qui fixe la rationalité mathématicienne dans un statisme dépourvu de progressivité comme de mutation. On peut l'identifier sous trois figures distinctes.

1/ D'une part, il est possible de déployer dans une orientation directe la *mathesis universalis* tout entière – c'est-à-dire l'architecture globale de l'ontologie formelle –, sans passer par la problématique de la théorie de la science<sup>85</sup> : il suffit en effet de se poser la question de savoir ce que l'on peut énoncer au sein de la région vide de l'objet en général ; en vertu de la corrélation entre apophantique et ontologie formelles, le dégagement des opérations syntaxiques possibles définira *eo ipso* toutes les formes complexes possibles de l'objet catégorial. Ainsi peut-on, en principe, thématiser dans une méta-théorie englobante (la théorie des systèmes déductifs) la totalité

<sup>83</sup> *Sur la logique*, 78 (O. C., 560).

<sup>84</sup> *Sur la logique*, 70 (O. C., 552).

<sup>85</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 54c, Hua XVII, 153-154 (trad. fr., 199). Cf. *Sur la logique*, 69-70 (O. C., 551-552).



des formes syntaxiques de théorie possible, pour saisir par corrélation la totalité des domaines d'objectivités catégoriales concevables – le tout des *mathemata* ! C'est là la collusion de Husserl avec l'idée carnapienne de syntaxe générale ou d'ensemble-base de toutes les syntaxes possibles<sup>86</sup>, ou avec la notion, propre à Hankel puis à Whitehead, d'une algèbre généralisée, théorie de toutes les formes d'opérations possibles sur des objets quelconques : y affleure l'illusoire fantasme d'une dominabilité intégrale des formes de théories et de domaines par un système complet et donné une fois pour toutes. Or qu'en est-il de cette syntaxe et de cette ontologie formelles universelles si « le progressif est d'essence »<sup>87</sup>, c'est-à-dire si le devenir est par essence inhérent aux champs d'objets catégoriaux – si, loin d'être clos sur soi, ces derniers impliquent toujours une voie de dépassement vers d'autres domaines élargis ou d'autres structures plus abstraites ? Bref, qu'en est-il si la pluralité des degrés de la généralité mathématique (extensions des ensembles de nombres, thématization des structures de ces ensembles, etc.) implique que leur parcours par la raison possède une historicité *sui generis* ?

2/ La conception tautologique des mathématiques est également liée à l'idéal de *définitude* (*Definitheit*), par lequel Husserl pense saisir l'*eidos* de forme valide de théorie mathématique. La définitude est, en effet, la notion unitaire qui rassemble les critères méta-mathématiques de validité d'un système formel : la non-contradiction prise comme consistance syntaxique des axiomes du système, et la complétude entendue comme saturation au sens fort ou décidabilité – toute proposition vraie doit y être déductible des axiomes, toute proposition formulable y est vraie ou fausse<sup>88</sup>.

Quelle est la conséquence essentielle d'une telle conception ?

En premier lieu, tout le contenu intelligible est concentré dans les seuls axiomes, le reste de la théorie n'en étant que l'explicitation analytique ou déductive : il n'y a donc pas d'effectivité de l'élargissement du champ d'objets ou de l'introduction de nouveaux objets (p. ex. les nombres imaginaires), qui n'apportent rien de nouveau et pourront être introduits sans contradiction, puis éliminés au terme du calcul<sup>89</sup>. L'idée de définitude permet ainsi de fonder le « principe de permanence des lois formelles » de Hankel : les mêmes lois sont censées valoir *a priori* pour toute extension de la

<sup>86</sup> *Sur la logique*, 35 (O. C., 517).

<sup>87</sup> *Sur la logique*, 70 (O. C., 552).

<sup>88</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 31, Hua XVII, 100 (trad. fr., 130-131). Husserl n'y mentionne pas le critère d'indépendance des axiomes.

<sup>89</sup> *Sur la logique*, 70 (O. C., 552).

théorie et toute introduction de nouveaux objets. Il n'y a donc pas de progressivité des contenus intelligibles : la saisie de la forme de théorie neutralise une fois pour toutes l'introduction de nouveaux objets – lesquels auront le statut d'imaginaires provisoires, dépourvus d'effectivité catégoriale<sup>90</sup>.

Or, en second lieu, la fonction historique des théorèmes de Gödel a précisément été de mettre en question l'idée même de théorie complètement dominable : d'une part il n'est pas possible de prouver la consistance d'une théorie avec les moyens de celle-ci, d'autre part il est possible de formuler dans toute théorie des propositions vraies mais non démontrables. En particulier, le théorème sur la consistance possède pour Cavailles une signification centrale : vu que la preuve de consistance syntaxique d'une théorie requiert des moyens supérieurs à celle-ci – par ex., celle de la consistance de l'arithmétique élémentaire a été donnée par Gentzen en recourant à l'induction transfinie –, toute théorie indique son propre dépassement vers une théorie supérieure qui, seule, sera susceptible d'en garantir la non-contradiction syntaxique<sup>91</sup> ; par conséquent, non seulement une théorie n'est pas intrinsèquement *dominable*, mais elle n'est pas non plus *isolable*<sup>92</sup> – son exigence d'auto-validation enveloppe dialectiquement le passage à une théorie plus riche qui viendra la fonder en retour.

3/ La dernière figure de la tautologie réside dans la méthode de variation eidétique, censée fournir un accès intuitif aux essences : elle aussi condamne à l'absence de progressivité. Pourquoi cela ?

Si la fondation de la logique formelle advient par passage à une logique transcendantale élaborée dans une orientation subjective, toute nécessité objective relative aux contenus idéaux – lois de formation des énoncés, principes de non-contradiction et d'implication analytique, principes méta-mathématiques – doit être fondée dans l'évidence subjective qui en atteste la validité ; or, selon un principe hérité de Hume, l'évidence de toute nécessité s'identifie à la conscience de l'impossibilité d'être autrement<sup>93</sup>. Ainsi le principe objectif de non-contradiction reçoit-il sa

---

<sup>90</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 31, Hua XVII, 101-102 (trad. fr., 132-133). Cf. *Sur la logique*, 71 (*O. C.*, 553).

<sup>91</sup> « La pensée mathématique », *O. C.*, 598-599 ; « Mathématiques et formalisme », *O. C.*, 662 : « superposition indéfinie de théories de plus en plus vastes, dont chacune n'existe en tant que formelle que grâce à celle qui la domine ».

<sup>92</sup> *Sur la logique*, 72 (*O. C.*, 554).

<sup>93</sup> *Cart. Medit.*, § 6, Hua I, 56 (trad. fr., 58).

fondation subjective de l'évidence du ne-pouvoir-juger-autrement (*Nicht-anders-(urteilen)-können*)<sup>94</sup> : je ne puis faire autrement que nier toute proposition contradictoire avec une conséquence analytique d'une proposition admise. La justification ultime des principes de logique formelle s'effectue donc par recours à une impossibilité subjective, c'est-à-dire à la présence immédiate d'un vécu subjectif :

Le fondement de toute nécessité est ce « je ne peux autrement » de la variation eidétique qui, si légitime soit-il, est une abdication de la pensée<sup>95</sup>.

Certes, une fois de plus, la validité de l'objection s'avère assez problématique. Car d'une part, la variation à l'œuvre dans la légitimation des principes logiques n'est pas la variation eidétique, qui permet quant à elle d'accéder à l'intuition d'une essence *matériale* : alors que la seconde prend pour fil conducteur un exemple de départ (p. ex. une nuance de rouge) et déploie une production de variantes analogues (d'autres nuances de rouge) en se maintenant dans le cadre d'une généralité matérielle à purifier (le rouge en général ou la couleur en général), la première a pour thème une loi *formelle*, donc opère sur fond d'exténuation formalisante de tout contenu et procède à une variation totalement arbitraire ; et les matériaux syntaxiques ne s'y réduisent pas à des contenus imaginables, mais s'étendent à des contenus de pensée librement conçus – nombres de différents ensembles, figures, espèces d'espace, structures, etc. D'autre part, Cavallès confond ici l'*impossibilité subjective d'une conscience* et la *conscience d'une impossibilité objective* : s'il m'est impossible de me représenter une couleur sans étendue, ce n'est pas en vertu de la nature de mon intuition, mais de l'impossibilité, pour tout contenu chromatique, de se donner sans extension ; de même, s'il m'est impossible de juger valable la conjonction d'une proposition et d'une autre qui contredise l'une de ses conséquences analytiques, ce n'est pas en vertu de la nature de ma faculté de juger, mais d'une loi idéale objective et universelle de la compatibilité ; l'impossibilité de l'acte est donc la manifestation d'une conscience d'impossibilité et, par là, d'une conscience de validité de la loi idéale<sup>96</sup>.

Qu'a donc en vue Cavallès derrière ces trois figures de la conception tautologique des mathématiques ? Ce sont là trois figures de la négation de la *progressivité* ou de l'*historicité nécessaire et dialectique des contenus idéaux* de la mathématique – c'est-à-dire de l'impossibilité, pour ces derniers, de se

<sup>94</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 75, Hua XVII, 197 (trad. fr., 256).

<sup>95</sup> *Sur la logique*, 77 (O. C., 559).

<sup>96</sup> Cf. *Log. Unters.*, III. Untersuchung, § 7, Hua XIX/1, 242-243 (trad. fr., *RL II/2*, 21-22).

présenter d'un seul coup et une fois pour toutes en un système achevé :

Il y a là défaut plus grave qu'erreur dans la prévision, méconnaissance de l'essentiel de l'enchaînement formel : son progrès nécessaire et chaque fois conditionné par l'effectif. Une position simultanée de tous les possibles [...] est en contradiction avec la notion de système formel, dont la signification exige une génération par éclatements et dépassements successifs. Que tout ne soit pas d'un seul coup n'a rien à voir avec l'histoire, mais est la caractéristique de l'intelligible<sup>97</sup>.

l'enchaînement mathématique possède une cohésion interne qui ne se laisse pas brusquer : le progressif est d'essence et les décisions qui le négligent se perdent dans le vide<sup>98</sup>.

En d'autres termes, il n'est guère possible de construire l'ensemble de tous les *mathemata* possibles, ni de dominer par la syntaxe générale ou la méta-mathématique la totalité des formes possibles de théorie mathématique : telle est peut-être la marque de la *finitude intrinsèque de la raison mathématicienne* que, loin de pouvoir dominer par un système l'ensemble de ses objets comme l'entendement divin le fait du tout des créatures, son type d'intelligibilité mathématique soit assignée au progrès et à la médiation. Deux exemples : il est impensable que l'ensemble des nombres réels ait été thématiqué avant celui des nombres rationnels, il n'a pu l'être au contraire *qu'après* la mise en évidence du caractère incomplet ou lacunaire de ce dernier, et de la nécessité de lui ajouter des éléments idéaux pour aboutir à un domaine continu ; de même, loin d'avoir été d'emblée thématiquées dans leur abstraction formelle pure, les structures formelles de champs opératoires (groupe, corps, anneau) et les notions ensemblistes abstraites ont *d'abord* dû être mises en évidence sur des domaines d'objets définis (corps des réels, théorie des ensembles de points). Ainsi, loin que la position des axiomes d'un système abstrait (comme la théorie abstraite des ensembles) soit un acte inaugural d'emblée situé à un niveau d'abstraction formelle, elle doit avoir été précédée par le dégagement, sur un domaine dit « naturel », des lois et structures qu'elle exprime : *l'investissement des structures dans un champ naturel* précède nécessairement la *purification* qui les dégage<sup>99</sup> ; l'abstraction formalisante s'effectue toujours dans *l'après coup*, et demeure assigné à la nécessité des médiations.

#### LA CRITIQUE FONDAMENTALE DE LA SUBJECTIVITÉ CRÉATRICE ET DE LA CONSTITUTION COMME CRÉATION ARBITRAIRE

<sup>97</sup> *Sur la logique*, 35-36 (O. C., 517-518).

<sup>98</sup> *Sur la logique*, 70 (O. C., 552).

<sup>99</sup> Cf. J.-T. DESANTI, *Les Idéalités mathématiques*, Paris, Seuil, 1968, pp. 64-72.

Nous aboutissons ainsi à la question ultime : *quelle est l'instance du progrès des idéalités mathématiques ?* Est-ce une *conscience absolue* qui serait génératrice des objets idéaux ? Ou bien y a-t-il une *progressivité autonome des contenus intelligibles* qui serait indépendante de cette dernière, et qu'elle ne ferait que ressaisir ? Mais quelle en serait alors la légalité propre ? Est-elle de type dialectique, et que peut bien signifier une telle dialectique ?

En écrivant qu'il élabore sa doctrine contre Husserl, Cavailles s'oppose surtout à l'idée de constitution transcendantale, ici entendue comme un engendrement des idéalités mathématiques par la conscience pure : « Il n'y a pas une conscience génératrice de ses produits »<sup>100</sup>. Toutefois, la conscience pure est-elle pour Husserl génératrice des objets intentionnels ?

Ce n'est pas l'interprétation de Derrida : la conscience, dit-il, *ne crée rien*, et la constitution transcendantale n'a pas du tout le sens d'une création des objets par la conscience, y compris dans le cas des essences<sup>101</sup>. Il suffit pour s'en convaincre de se référer au § 23 des *Ideen... I*, où Husserl explicite l'analogie entre intuitions eidétique et sensible afin de ressaisir le sens exact de la spontanéité de l'idéation. D'une part, l'*analogon* véritable de l'intuition des essences n'est pas l'acte de représentation imaginative ou fictionnelle, mais de perception sensible, et ce pour la raison que l'essence, tout comme l'objet perçu, peut être visée de manière juste (*richtig*) ou fallacieuse (*fälschlich*)<sup>102</sup> – de sorte que les entités catégoriales ne sont pas produites, mais *atteintes* par la conscience, et que leur constitution n'est que l'acte de les rendre accessibles. D'autre part, même si l'on maintient l'analogie de l'idéation avec la conscience fictionnelle du fait de sa spontanéité, ce qui, dans l'acte de se représenter un centaure (*Einbilden von einem Kentaur*), est produit par la conscience n'est pas le centaure en tant que représenté fictif (*Eingebildetes*), mais le vécu de représentation fictive (*Einbildungserlebnis*)<sup>103</sup> ; de même, dans le cas de l'idéation, ce n'est pas l'essence qui est produite, mais l'acte de la saisir – la conscience ne produit pas son objet intentionnel, mais seulement l'acte de le viser et de l'atteindre. Ainsi se vérifierait, jusque pour les idéalités mathématiques, la thèse affirmée dans une lettre de 1903 à Hocking selon laquelle constituer n'a pas le sens de *créer*, mais seulement de

---

<sup>100</sup> *Sur la logique*, 78 (O. C., 560).

<sup>101</sup> J. DERRIDA, *L'écriture et la différence*, Paris, Seuil, 1967, p. 181.

<sup>102</sup> *Ideen... I*, § 23, Hua III/1, 50 (trad. fr, 78).

<sup>103</sup> *Ideen... I*, § 23, Hua III/1, 49-50 (trad. fr, 76).

*rendre représentable* l'objet<sup>104</sup>. L'objection de Cavailles à l'encontre d'une conscience mathématicienne productrice de ses objets semble donc tomber dans le vide.

Cependant, en dépit de sa radicalité, l'argument apparaît quelque peu spécieux. Car si un objet n'est intuitionnable que sur le fondement d'un acte de visée produit par la conscience, et s'il est en outre réductible à du sens intentionnel qui renvoie à une donation de sens (*Sinngebung*)<sup>105</sup>, alors le sens objectal est bel et bien *produit par la conscience* ; certes, celle-ci n'en produit pas la validité ontologique (*Seinsgeltung*) – qui doit au contraire s'attester dans une évidence donatrice –, mais elle en produit le sens ontique (*Seinssinn*). Et cette thèse de productivité de la conscience pure se renforce dans le cas spécifique des objets idéaux : par opposition aux objets sensibles, qui sont passivement donnés et ressaisis par une synthèse continue comme étant déjà là, ils sont en effet issus d'une instauration ou production originaire (*Urstiftung, Urerzeugung*)<sup>106</sup> ; avant la thématization du concept rigoureux de continuité qui permet de penser rigoureusement l'ensemble des réels, il serait hasardeux de prétendre que ce dernier était *déjà accessible* à toute conscience ! En outre, les idéalités mathématiques ne sont accessibles que par la médiation d'un système de notations, donc requièrent une *incorporation linguistique* qui n'est possible que sur fond d'un *acte d'institution symbolique*<sup>107</sup> : les systèmes de signes sont instaurés par une conscience qui en fixe le mode d'emploi.

Dès lors, la mise en question par Cavailles d'une conscience génératrice retrouve toute sa pertinence. Le sens véritable de sa critique est que l'instance instauratrice du sens des idéalités mathématiques n'est pas la conscience absolue, laquelle ne fait que *réfléchir* ou *intérioriser une nécessité idéale et anonyme* – celle de la progressivité d'essence des contenus intelligibles :

Il n'y a pas une conscience génératrice de ses produits [...], mais elle est à chaque fois dans l'immédiat de l'idée, perdue en elle et se perdant avec elle [...]. Le progrès est matériel ou entre essences singulières, son moteur l'exigence de dépassement de chacune d'elles. [...] La nécessité génératrice n'est pas celle d'une activité, mais d'une dialectique<sup>108</sup>.

l'idée de l'idée manifeste sa puissance génératrice<sup>109</sup>

---

<sup>104</sup> Lettre à Hocking du 25 I. 1903, *Briefwechsel* III, 132.

<sup>105</sup> *Ideen...* I, § 55, Hua III/1, 120 (trad. fr., 183).

<sup>106</sup> *Cart. Medit.*, § 38, Hua I, 111-113 (trad. fr., 125-128) ; *Form. u. tr. Logik*, § 63, Hua XVII, 175-176 (trad. fr., 226-228).

<sup>107</sup> *Form. u. tr. Logik*, § 3, Hua XVII, 26 *sqq.* (trad. fr., 32 *sqq.*).

<sup>108</sup> *Sur la logique*, 78 (*O. C.*, 560).

<sup>109</sup> *Sur la logique*, 32 (*O. C.*, 514).

l'essentiel de l'enchaînement formel : son progrès nécessaire et chaque fois conditionné par l'effectif<sup>110</sup>.

Le nerf de l'argumentation tient dans l'idée de *nécessité génératrice* : une fois admis que les idéalités mathématiques se situent dans une progressivité d'essence, donc dans l'historicité d'une production, il reste à élucider le statut de la nécessité de cette dernière. Or – et c'est là l'essentiel – Cavailles replie la thèse de l'engendrement des idéalités par la conscience sur celle de l'*arbitraire de la production*, assimilant ainsi la position husserlienne à l'épistémologie brouwerienne : de même qu'« il y a pour Brouwer, semble-t-il, un arbitraire des créations » des objets idéaux par la conscience<sup>111</sup>, de même la constitution des idéalités par le sujet husserlien serait une production arbitraire. *A contrario*, il est nécessaire de reconnaître que l'expérience que la conscience fait des idéalités est soumise à un « développement dialectique » : la « nécessité de l'engendrement d'un objet » ne réside pas dans un décret libre de la conscience, mais provient à chaque fois d'une « situation mathématique originale », à savoir de la structure intrinsèquement problématique d'un champ d'idéalités<sup>112</sup>. C'est la « structure des parties révélées »<sup>113</sup> (celle du champ idéal) qui est porteuse d'un germe de progression dialectique et appelle de nouveaux gestes d'engendrement d'objets, c'est-à-dire « l'élargissement de la conscience et le développement dialectique de l'expérience »<sup>114</sup>.

De ces gestes requis par l'exigence intrinsèque d'auto-dépassement des domaines idéaux, Cavailles livre une énumération descriptive, et non exhaustive<sup>115</sup> : paradigme et thématization, auxquels *Méthode axiomatique* ajoute l'axiomatisation et la formalisation.

Le *paradigme* correspond au modèle de l'adjonction d'idéaux à un ensemble donné : ainsi, dans l'ensemble des entiers naturels, la soustraction comme opération inverse n'est pas une loi de composition interne, car elle n'y est pas toujours effectuable ; le dépassement de cette limitation contingente de l'acte opératoire exige d'élargir le champ des objets en posant de nouveaux éléments idéaux (les entiers négatifs) ; ce rabotage d'une

---

<sup>110</sup> *Sur la logique*, 35 (O. C., 517).

<sup>111</sup> *Méthode axiomatique et formalisme*, 177 (O. C., 185).

<sup>112</sup> *Ibid.*

<sup>113</sup> *Philosophie mathématique*, 28 (O. C., 226).

<sup>114</sup> *Méthode axiomatique*, 177 (O. C., 185).

<sup>115</sup> « La pensée mathématique » (O. C., 600) : « On peut les recenser [*scil.* les procédés des mathématiques] à un moment donné, mais il est absurde de dire : ceci uniquement est mathématique ».

limitation extrinsèque conduit ainsi, à la fois, à redéfinir une notion générale de nombre intégrant les entiers positifs et négatifs (celle d'entier relatif) et à convertir les opérations  $+$  et  $-$ , initialement *liaisons-actes* sur un ensemble naturel donné, en *liaisons-types* conduisant à un ensemble élargi et encore extensible. C'est donc ici la structure d'incomplétude du domaine d'objets vis-à-vis d'une possibilité opératoire qui constitue le germe de la nécessité dialectique de sa complétion en idéalités<sup>116</sup>.

La *thématisation* correspond au modèle spinoziste de l'*idée de l'idée* ou du redoublement réflexif : effectuée au départ sur un champ d'objets donné, une opération définie peut elle-même être constituée en foyer thématique d'ordre supérieur, élément d'un nouveau champ d'objets où valent de nouvelles lois et opérations ; p. ex., l'addition sur les entiers peut être thématisée comme addition sur un domaine quelconque, et définie par des lois formelles comme la commutativité, l'associativité, la distributivité par rapport à la multiplication, l'existence d'un élément neutre, etc. On accède par là à des structures formelles qui caractérisent les domaines d'objets *en général* : ainsi la structure de groupe dégagée par Galois définit-elle une certaine structure opératoire normée sur un champ d'objets quelconque, les opérations étant prises pour objets d'une thématisation de degré supérieur – p. ex. le groupe des déplacements chez Klein. Ce que Cavaillès exprime comme une *dissociation entre acte et sens* : d'acte effectué sur un domaine défini, l'opération acquiert un sens structural sur un champ indéterminé<sup>117</sup>.

Enfin, l'*axiomatisation* se caractérise non comme le simple habillage formaliste d'une théorie concrète, mais comme une dialectique créatrice exprimant l'essence même de l'activité mathématique. Certes, la méthode axiomatique se réduisait chez Pasch à une purification ne retenant que les enchaînements déductifs, tandis que les relations posées en axiomes étaient « empruntées à l'expérience ». *A contrario*, se fondant sur l'analyse du théorème de Desargues et de Pascal, Cavaillès adopte une *conception fonctionnaliste* qui met l'accent, non plus sur l'épure déductive de la théorie, mais sur le moment initial de la position d'axiomes : la nécessité d'un axiome ne réside pas dans l'énoncé descriptif d'un *Sachverhalt* (« description d'objets préalablement donnés »), mais dans son rôle fonctionnel au sein de la théorie (fonction respective et ordre des groupes d'axiomes en géométrie).

---

<sup>116</sup> *Méthode axiomatique*, 53 sqq. (O. C., 61 sqq.) ; *Sur la logique*, 27-30 (O. C., 508-512) ; « La pensée mathématique », O. C., 602.

<sup>117</sup> *Méthode axiomatique*, 177 (O. C., 185) ; *Sur la logique*, 30-33 (O. C., 512-515) ; « La pensée mathématique », O. C., 602.



Ainsi, le théorème de Desargues ne se réduit pas à un énoncé descriptif sur les triangles, mais possède la fonction générale d'un théorème de fermeture ; les axiomes sont rassemblés en groupes selon le type de notion fondamentale visé (liaison, ordre des points, égalité des figures, parallélisme, continuité) ; enfin, leur ordre d'exposition est conditionné par leur fonction dans la démonstration (nécessité d'utiliser les axiomes d'incidence, d'ordre et de congruence pour prouver le théorème de Desargues)<sup>118</sup>. Le but de l'axiomatisation n'est pas, comme le voulait Husserl, de fournir une épure logique des théories (*Theorienform*), mais renvoie à la situation mathématique antérieure ainsi qu'aux finalités structurelles visées par la position des axiomes.

Ces trois opérations permettent de dégager une thèse générale : si l'objet de la philosophie des mathématiques est d'en reconnaître la progressivité et d'en comprendre l'histoire en y restituant les nécessités<sup>119</sup>, cette *nécessité* ne provient pas d'un acte du sujet, mais a son fondement dans la « structure des parties révélées »<sup>120</sup>, c'est-à-dire dans l'articulation structurale d'un domaine d'idéalités, de possibilités opératoires et de nécessités démonstratives ; et l'instauration de nouvelles idéalités ne résulte pas d'un décret arbitraire de la conscience, mais d'une exigence structurelle inhérente à cette articulation – nécessité de compléter un champ relativement à des possibilités opératoires, de dégager une opération de son adhérence à un domaine naturel, d'exposer les fondements axiomatiques en fonction de certaines exigences démonstratives : « un débordement, une exigence de dépassement qui se trouve dans les problèmes non résolus »<sup>121</sup>.

A-t-on pour autant quitté ou dépassé la phénoménologie de Husserl ? Rien n'est moins sûr.

Jamais, en effet, Husserl n'assimile la constitution transcendantale des idéalités à une création arbitraire : la position d'opérations en morphologie pure obéit à l'exigence objective d'éviter le non-sens ; celle des principes de l'analytique pure, à l'exigence d'éviter la contradiction. Si la constitution d'objets idéaux est baptisée de production originaires (*ursprüngliche Erzeugung*), c'est parce qu'ils ne préexistent pas à cet acte dans quelque ciel intelligible ; ils ne sont pas pour autant arbitrairement engendrés, et l'objet de la *logique*

<sup>118</sup> *Méthode axiomatique*, 66-75 (*O. C.*, 74-83).

<sup>119</sup> « La pensée mathématique », *O. C.*, 600 : « Les mathématiques sont un devenir. Tout ce que nous pouvons faire, c'est essayer d'en comprendre l'histoire [...] apercevoir certaines nécessités sous l'enchaînement des notions et des procédés. »

<sup>120</sup> *Philosophie mathématique*, 28 (*O. C.*, 226).

<sup>121</sup> « La pensée mathématique », *O. C.*, 604.

*noétique* est au contraire d'élucider le fondement et la nécessité objective de la position de tel ou tel objet. Pour revenir à notre point de départ, c'est l'objet qui fournit de fil conducteur transcendantal des opérations subjectives ; ainsi, c'est en mathématiques l'articulation structurelle entre champ d'idéalités, possibilités opératoires et exigences démonstratives, qui impose au sujet certaines voies épistémiques ou possibilités d'actes qu'il n'a qu'à accomplir. La conscience ne fait donc qu'intérioriser, enregistrer et actualiser des nécessités d'actes qui habitent au cœur des champs d'idéalités, de sorte que ces nécessités ne sont pas *produites*, mais seulement *saisies* et *manifestées* par elle. Cela abolit-il cependant la légitimité de la méthode consistant à en *prendre conscience*, puis à élucider réflexivement le *type d'évidence* qui est en jeu ? Il nous semble que non : si l'on purifie la doctrine transcendantale de toute présupposition d'une nature pré-constituée de la subjectivité, pour ne retenir qu'un sujet pur défini en miroir par les structures régulatrices anonymes que lui imposent les domaines d'idéalités, alors la doctrine de la subjectivité mathématicienne demeure préservée de tout subjectivisme ; mais peut-être faut-il, à cette fin, émonder radicalement la théorie husserlienne de toute référence à la saisie réflexive des actes, ainsi qu'à leur inclusion réelle dans la conscience à titre de données absolues.