



HAL
open science

CAVAILLÈS OU LA DISPARITION DU SUJET ?

Dominique Pradelle

► **To cite this version:**

Dominique Pradelle. CAVAILLÈS OU LA DISPARITION DU SUJET ?. Revue de Métaphysique et de Morale, 2020, Jean Cavailles 1, 10.3917/rmm.201.0037 . hal-02987928

HAL Id: hal-02987928

<https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-02987928v1>

Submitted on 4 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

DOMINIQUE PRADELLE

CAVAILLÈS OU LA DISPARITION DU SUJET ?

Notre objet est d'interroger le rapport de la pensée de Cavaillès à la philosophie transcendantale, envisagée comme philosophie de la conscience ou du sujet : *la position fondamentale de Cavaillès consiste-t-elle à rejeter en philosophie des mathématiques toute philosophie du sujet mathématicien*, c'est-à-dire toute thèse d'engendrement des objectités idéales des mathématiques par les actes de la conscience ? Implique-t-elle donc l'exclusion, hors du champ de la philosophie mathématique, de la notion d'acte subjectif, sous les formes diverses que sont l'acte opératoire, l'acte démonstratif, l'acte de visée et de constitution des objets idéaux, enfin l'acte de position des axiomes d'un système déductif ? De fait, dans l'esprit des exégètes français, l'œuvre de Cavaillès est étroitement associée à la critique de fond des philosophies du sujet ou de la conscience en philosophie des mathématiques, liée à une inspiration spinoziste dont témoigne l'ancien article de G.-G. Granger intitulé « Jean Cavaillès ou la montée vers Spinoza »¹ ; la figure de Spinoza était associée, sur le versant négatif, à la critique spinoziste du *cogito* cartésien, c'est-à-dire d'une philosophie de la pensée finie considérée comme région-source et voie d'accès à des objets en général ; et, sur son versant négatif, elle désignait une philosophie de la totalité infinie dont la pensée finie n'est qu'un mode fini médiat, explicitable en son statut et en sa teneur par le procès d'engendrement de modes finis à partir d'autres modes. Transposée au niveau épistémologique, elle désignait une philosophie de l'ordre objectif et anonyme de l'engendrement de nouvelles idées rationnelles à partir d'idées données : la référence à Spinoza suggère ainsi, dans le champ des mathématiques, la thèse d'un engendrement asubjectif et anonyme des idéalités mathématiques, dont l'ordre des actes de pensée subjectifs ne serait que la réplique ou l'intériorisation après coup, et non la matrice ni l'agent producteur. Cette position philosophique se concentrerait donc dans l'opposition cardinale bien connue fixée dans les formules finales de l'écrit posthume *Sur la logique et la théorie de la science* :

Ce n'est pas une philosophie de la conscience, mais une philosophie du concept qui peut donner une doctrine de la science. La nécessité génératrice n'est pas celle d'une activité, mais d'une dialectique².

Comment resituer ces assertions lapidaires, et au sein de quelle problématique les replacer ?

¹ G.-G. GRANGER, « Jean Cavaillès ou la montée vers Spinoza », *Les Études philosophiques*, juil.-déc. 1947, p. 271-279.

² J. CAVAILLÈS, *Sur la logique et la théorie de la science*, Paris, Vrin, 1976³, p. 78 (*Œuvres complètes de philosophie des sciences* [= OC], Paris, Hermann, 1994, p. 560).

LE STATUT DE L'HISTORICITÉ DES MATHÉMATIQUES :
« CETTE HISTOIRE, QUI N'EST PAS UNE HISTOIRE »

Quelle est donc la problématique fondamentale de Cavaillès qui traverse l'ensemble de ses considérations techniques ? Quels sont ses questions directrices, son projet cardinal, pour autant qu'on puisse les dégager du croisement entre son écrit posthume et ses écrits techniques sur la méthode axiomatique et la théorie abstraite des ensembles ? Ce projet nous semble être de *penser le statut de la progressivité des mathématiques* – c'est-à-dire l'historicité *sui generis* qui appartient aux concepts mathématiques, aux théories et aux champs d'objets idéaux des mathématiques : si la source éternelle d'étonnement pour l'historien réside dans les « inflexions inattendues du devenir mathématique », faut-il dépasser ce constat factuel pour dévoiler en-deçà de ces dernières une « apparition nécessaire » ou une « structure autonome », ou bien reconnaître et valider après coup leur caractère de contingence, pour y voir l'effet de quelque « fantaisie historique »³ ?

Essentielle ambiguïté de l'histoire et refus de l'externalisme

De fait, Cavaillès reconnaît la progressivité qui, par essence, caractérise les objectivités idéales de la raison mathématicienne.

D'un côté, il paraît admettre l'inessentialité de l'histoire pour les mathématiques, concédant que si l'on est conduit à parler d'*histoire des mathématiques*, celle-ci « semble, de toutes les histoires, la moins liée à ce dont elle est le véhicule »⁴. En effet, en lecteur de Husserl, Cavaillès savait que le propre des objets de la pensée mathématicienne était de ne pas relever de la temporalité mondaine, mais d'être doués d'identité idéale, c'est-à-dire intersubjective (pour quiconque) et omnitemporelle (en tout temps) : ils n'adhèrent pas à la temporalité mondaine et ne sont pas soumis aux changements, mais possèdent une identité absolue, étant toujours à nouveau identifiables comme les mêmes⁵ ; et les rapports et lois mathématiques que cette pensée veut élucider consistent en relations idéales entre objets invariants, c'est-à-dire en nécessités absolues, irréductibles à des lois régissant les actes psychiques (compter, dénombrer, inférer, etc.) aussi bien qu'à des lois causales régissant les processus mondains⁶. Parce qu'elle se situe sur un plan chronologique, *l'histoire semble ainsi en contradiction avec l'idéalité des objets et lois mathématiques* ; elle paraît ne pouvoir satisfaire que la curiosité historique qui, partant

³ CAVAILLÈS, *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*, in *Philosophie mathématique*, Paris, Hermann, 1962, p. 29 (OC, 227). Cf. E. SCHWARTZ, « Jean Cavaillès (1903-1944) », *L'Auvergne en philosophie* n° 580-581, p. 309-310.

⁴ CAVAILLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 27 (OC, 225).

⁵ HUSSERL, *Formale und transzendente Logik*, §§ 57b et 58, Hua XVII, 162-164 (trad. fr. S. Bachelard, *Logique formelle et logique transcendantale*, Paris, Puf, 1957, p. 210-213).

⁶ HUSSERL, *Logische Untersuchungen : Prolegomena zur reinen Logik*, § 46, Hua XVIII, 173-177 (trad. fr. H. Élie et alii, *Recherches logiques*, I, Paris, Puf, 1969², p. 188-192).

d'une notion, d'un théorème ou d'une théorie, vise à en ressaisir après coup les avant-couriers qui en ont préparé l'apparition ; quant au mathématicien qui vise à élucider ces connexions idéales, il n'a nul besoin de se référer à l'histoire des problèmes, notions et théories :

L'histoire mathématique semble, de toutes les histoires, la moins liée à ce dont elle est le véhicule ; s'il y a lien, c'est *a parte post*, servant uniquement pour la curiosité, non pour l'intelligence du résultat : l'après explique l'avant. Le mathématicien n'a pas besoin de connaître le passé, parce que c'est sa vocation de le refuser⁷.

De l'autre cependant, loin de rejeter l'historicité des mathématiques comme leur étant absolument inessentielle, Cavaillès reconnaît l'essentialité de la progressivité de leurs contenus intelligibles :

L'œuvre négatrice d'histoire s'accomplit dans l'histoire. (...) il y a une objectivité, fondée mathématiquement, du devenir mathématique. (...) Les éléments indubitablement objectifs sont ces nœuds que constituent les théories : ici, dans l'enchevêtrement entre notions et méthodes, disparaissent les liens de causalité au profit des relations d'intelligibilité⁸.

Que tout ne soit pas d'un seul coup n'a rien à voir avec l'histoire, mais est la caractéristique de l'intelligible⁹.

En d'autres termes, bien que la pensée mathématique ait pour objets des champs d'idéalités intelligibles qui sont soustraits au devenir, elle s'accomplit néanmoins dans l'histoire : il y a un moment propre aux découvertes mathématiques, lesquelles peuvent être datées et replacées dans un contexte d'émergence ; ni le calcul différentiel ni la fondation frégéenne de l'arithmétique élémentaire n'ont leur place au sein des mathématiques grecques ; le caractère idéal des objets de la mathématique n'empêche donc pas que la pensée mathématicienne se caractérise par l'historicité.

Il reste toutefois à comprendre comment est possible cette *paradoxe alliance entre omnitemporalité et historicité*. Il ne s'agit pas de rejeter toute historicité des mathématiques et de leurs formes de rationalité, mais simplement de reconnaître que l'histoire des mathématiques ne se laisse pas replier sur l'histoire des faits, c'est-à-dire une forme d'historicité factuelle obéissant à un paradigme externaliste et causaliste. D'où le *refus de l'externalisme*, sous la double forme de la référence à l'« arbitraire individuel » et aux « enchaînements sociaux »¹⁰.

D'une part, le recours au génie individuel d'un créateur ne possède ici aucune valeur explicative, parce qu'il consiste à se référer à une vertu individuelle et occulte, et surtout parce qu'il explique la production d'idéalités objectives par des facultés subjectives, sans cependant éclairer le lien entre les nouvelles notions, théories et procédés et la situation mathématique antérieure – c'est-à-dire la structure d'ensemble coordonnant les anciens concepts, théories, opérations et procédés,

⁷ CAVAILLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 27-28 (OC, 225-226).

⁸ CAVAILLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 28-29 (OC, 226-227).

⁹ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 35-36 (OC, 517-518).

¹⁰ CAVAILLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 28 (OC, 226).

laquelle commande les problèmes à résoudre et l'apparition de nouveaux procédés.

D'autre part, examiner « le rôle des facteurs non intellectuels, en particulier institutionnels et socio-économiques, dans l'évolution des sciences »¹¹ (institutions existantes, structure hiérarchique d'une société, conditions économiques d'une époque, attention collective portée sur certains problèmes, etc.) possède certes une efficace explicative, mais limitée : cela permet certes d'élucider des *conditions favorables* au progrès des méthodes, à la découverte de résultats ou à l'émergence de notions, ainsi que leur place particulière dans le temps, mais non la *nécessité proprement intramathématique* du passage d'une situation idéale antérieure à la postérieure ; ainsi, même si le XIX^e siècle a été marqué par les transformations de la structure institutionnelle et sociale des sciences (apparition des sociétés savantes, prolifération des revues scientifiques privées, fondation des institutions où se localisent l'enseignement et la recherche)¹², seul l'examen de l'articulation intrinsèque entre concepts, champs d'objets, opérations et problèmes intramathématiques permet d'élucider la structure lacunaire qui commande la transition vers l'arithmétique de l'Analyse ; c'est donc la « structure des parties révélées » – la situation mathématique antérieure, caractérisée par l'articulation entre concepts, champs, opérations et problèmes – qui rend compte des « sinuosités du processus de révélation » – c'est-à-dire de l'émergence de nouveaux objets, domaines, procédés ou théories. L'idéalité qui caractérise les objets, domaines et théories mathématiques impose par conséquent un *mode de considération internaliste de leur histoire*, où les « relations d'intelligibilité » se substituent aux « liens de causalité » : ce n'est pas une histoire au sens usuel, intégrant des faits singuliers et réglée par des rapports de causalité où l'avant explique l'après, mais un modèle d'historicité *sui generis*, régi par des relations d'intelligibilité idéales, qui ne sont situées ni sur le plan chronologique ni sur celui de la production causale ; ainsi, la thématization des grandeurs irrationnelles, l'apparition du calcul différentiel ou l'arithmétisation de l'Analyse ne sont pas des faits singuliers renvoyant à des causes intramondaines (génie d'un chercheur, existence d'institutions), mais des phénomènes idéaux qui prennent place dans l'ordre des idéalités.

C'est pourquoi, lorsque Cavallès écrit que l'absence de donation simultanée de tous les *mathemata* n'a « rien à voir avec l'histoire »¹³, il ne s'agit pas pour autant de nier toute historicité en général, mais de ne pas penser celle-ci comme factuelle. *S'il y a historicité ou progressivité, elle demeure toujours interne au domaine des idéalités et relative à sa structure intrinsèque* ; il s'agit donc de dévoiler les relations structurales entre notions, champs d'objets, méthodes et problèmes qui sont au fondement de l'intelligibilité du

¹¹ T. KUHN, *The Essential Tension. Selected Studies in Scientific Tradition and Change*, chap. 5, Chicago-London, The University of Chicago Press, 1977 (trad. fr. M. Biezunski et alii, *La tension essentielle*, Paris, Gallimard, 1990, p. 162).

¹² *Loc. cit.*, chap. 6 (trad. fr., 210).

¹³ CAVALLÈS, *Sur la logique...*, 35-36 (OC, 517-518).

devenir mathématique. Par exemple, le moteur de progrès peut être la vigueur interne d'une méthode qui dépasse son champ d'application initial pour se généraliser et poser de nouveaux problèmes ; ou bien, inversement, la position d'un problème conduit à purifier une méthode et à la débarrasser de l'accidentel qui la recouvre. Aussi, par opposition à la thèse de contingence ou d'accidentalité, le devenir mathématique doit-il être caractérisé comme une « apparition nécessaire » ou une « structure autonome »¹⁴ qui se laisse ressaisir en mettant en relation la genèse des notions, l'existence de procédés et celle de problèmes dessinant une structure de manque.

Questions directrices :

statut ontologique des objets idéaux et historicité de la rationalité mathématique

De là découlent trois questions directrices relatives aux idéalités mathématiques, qui mettent en jeu le statut ontologique des objets idéaux, puis le lien entre structures et devenir, enfin les modalités et le moteur interne de l'historicité mathématique.

La première concerne l'éventuelle historicité des structures.

Les mathématiques contemporaines ont en effet été marquées par la méthode d'axiomatisation, c'est-à-dire la purification des théories en systèmes déductifs éventuellement formalisés, ainsi que par l'effort de ressaisir les syntaxes possibles de tels systèmes. De là découle une première question : le contenu et la rationalité des théories mathématiques tiennent-ils tout entiers dans ces systèmes hypothético-déductifs – c'est-à-dire dans la position des axiomes et la structure déductive par laquelle se laissent dériver tous les théorèmes ? Ou bien une telle vision est-elle le fruit d'une considération purement interne de ces systèmes, d'un point de vue statique qui éluderait la question de leur provenance, et oublierait ainsi l'essentialité de l'histoire, la progressivité de la raison mathématicienne et de ses démarches ? Plutôt que d'adhérer d'emblée à un réalisme des structures déductives qui les poserait comme existant dans quelque ciel intelligible, ne faut-il pas penser les axiomatiques à partir du procès d'axiomatisation de théories préexistantes, et considérer ce dernier dans son horizon historique, à titre de moment du dynamisme autonome de la raison mathématicienne, plutôt que comme fixation *sub specie aeternitatis* d'une structure déductive ? Or cela implique-t-il de redonner à la subjectivité constituante une place centrale dans la production historique des théories ?

La deuxième concerne le *statut ontologique des objets et champs d'objets mathématiques* : comment penser leur type d'objectualité *sui generis* par rapport aux objets mondains et culturels ?

Roman Ingarden, disciple de Husserl, jugeait essentielle la distinction entre problèmes épistémologiques et ontologiques : si les premiers considèrent le mode

¹⁴ CAVAILLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 29 (OC, 227).

d'accès de la conscience aux objets et tendent à reconduire l'être de tout étant à son mode de donnée, les seconds sont en revanche centrés sur l'élucidation du type d'être qui appartient à une catégorie d'étants, et sur la question de son indépendance à l'égard des actes producteurs de la conscience : si, du point de vue épistémologique, tout étant est envisagé dans sa relativité aux actes intentionnels qui le donnent, du point de vue ontologique les objets culturels ont un sens qui n'a pas d'être en soi, mais est institué par des actes intentionnels, tandis que les choses purement matérielles possèdent un être irrelatif à de tels actes¹⁵. Appliquons cette perspective ontologique aux idéalités mathématiques : sont-ce des entités en soi, possédant une forme d'être ou de consistance indépendante des actes de la conscience – de ses modalités d'instauration du sens, de ses possibilités d'évidence et de ses modes d'accès effectifs à de telles entités ? En d'autres termes, la conscience ne fait-elle que les découvrir (comme la perception découvre des objets qui lui préexistent), puis les déterminer par des actes de théorisation qui supposent leur être préalable ? Ou bien les objets et domaines mathématiques se réduisent-ils à de simples corrélats intentionnels des actes de la pensée mathématique, des modes d'évidence donatrice, des possibilités de construction opératoire et symbolique ainsi que de démonstration des propriétés ? Peut-on, et est-on tenu, en philosophie des mathématiques, de trancher entre réalisme et idéalisme, formalisme et intuitionnisme ou constructivisme ? Peut-on déterminer quelle est la fonction des actes subjectifs vis-à-vis des entités idéales des mathématiques ?

Enfin, la troisième question porte sur *l'historicité des mathématiques, ses modalités essentielles et son moteur intrinsèque* : la succession des concepts, champs d'objets et théories mathématiques est-elle ou non contingente ? Et cette contingence serait-elle liée au caractère hasardeux des découvertes, lui-même relatif à la capacité d'invention de mathématiciens singuliers ? Ou bien au contraire cette historicité se caractérise-t-elle par la nécessité du progrès des contenus intelligibles – nécessité qui ne serait pas produite par les consciences mathématiciennes, mais serait anonyme, autonome, indépendante des sujets et s'imposant à eux ? Derechef, y a-t-il là « fantaisie historique » ou « apparition nécessaire », « pluralité englobée dans un système contingent » ou « structure autonome »¹⁶ ? Bref, la conscience mathématicienne possède-t-elle ou non une efficace constituante, c'est-à-dire productrice, dans l'histoire des idéalités mathématiques ? Ou ne fait-elle au contraire qu'intérioriser un devenir qui posséderait sa légalité asubjective propre ?

La réponse à la troisième question engage celle que l'on peut donner aux deux premières. Or il s'agit là de la thèse à nos yeux la plus essentielle de Cavallès

¹⁵ R. INGARDEN, „Bemerkungen zum Problem „Idealismus-Realismus““, in *Gesammelte Werke*, Bd. 5, Tübingen, Niemeyer, 1998, p. 24-30 et 46-54 (trad. fr. P. Limido-Heulot, « Remarques sur le problème “idéalisme-réalisme” » in INGARDEN, *Husserl. La controverse Idéalisme-Réalisme*, Paris, Vrin, 2001, p. 172-177 et 191-197).

¹⁶ CAVALLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 29 (OC, 227).

concernant l'historicité des mathématiques : celle de la *nécessité autonome, asubjective, voire purement structurale de cette historicité*, de cette « histoire, qui n'est pas une histoire »¹⁷. Pour l'entendre adéquatement, il suffit de rappeler plusieurs formules dont la convergence sautera aux yeux :

le progressif est d'essence et les décisions qui le négligent se perdent dans le vide¹⁸.

(...) il y a une objectivité, fondée mathématiquement, du devenir mathématique (...) ¹⁹.

(...) si gratuite que paraisse l'invention d'une méthode, le développement de la mathématique entière se fait suivant un rythme nécessaire (...) ²⁰.

La nécessité génératrice n'est pas celle d'une activité, mais d'une dialectique²¹.

Il existerait donc une nécessité autonome du devenir des champs d'objets et théories mathématiques ; et cette nécessité ne renverrait pas à l'activité génératrice d'une conscience absolue ou d'un sujet transcendantal constituant. Quels sont le sens et la portée exacts de cette thèse ? Implique-t-elle l'éradication de toute perspective noétique ou subjective ?

CRITIQUES LA LA PHILOSOPHIE TRANSCENDANTALE KANTIENNE : REFUS DE LA FORME ANHYLÉTIQUE ET DU MATÉRIAU AMORPHE

La récusation d'une philosophie des mathématiques orientée sur la subjectivité et ses actes s'entend d'abord à partir de la critique de la philosophie kantienne : à travers Kant, c'est l'aptitude de toute doctrine de la conscience pure et de ses actes constituants à fonder une philosophie des mathématiques qui se voit mise en question. Simplement, quel est exactement le concept de sujet qui est rejeté : est-ce le sujet psychologique ou le sujet transcendantal ? Et dans ce dernier cas, quel concept de sujet transcendantal, acquis par quelle méthode ?

L'antipsychologisme kantien

La première critique, mais aussi la plus fondamentale, est énoncée au début de *Sur la logique* et concerne le concept de *règle*, qui s'avère central dans la pensée kantienne tant en ce qui concerne la logique formelle que la logique transcendantale, et qui purifie la pensée kantienne de tout psychologisme.

En effet, au regard de la logique formelle, le psychologisme consiste à dissoudre les entités logiques idéales (concepts, propositions, déductions) dans l'élément de la pensée subjective en les assimilant à des actes (concevoir, juger, inférer), et surtout à fonder les lois logiques sur les lois psychologiques régissant la pensée humaine. Or, le cours de logique de Kant récuse par anticipation cette forme de psychologisme en concevant la logique non comme un *organon*, mais comme un *canon* ou modèle de la

¹⁷ CAVAILLÈS, « Mathématiques et formalisme », *OC*, 664.

¹⁸ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 70 (*OC*, 552).

¹⁹ CAVAILLÈS, *Remarques...*, in *Phil. math.*, 28 (*OC*, 226).

²⁰ CAVAILLÈS, « Mathématiques et formalisme », in *OC*, 664.

²¹ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 78 (*OC*, 560).

connaissance : « Mais en logique il s'agit non de lois *contingentes*, mais de lois *nécessaires* [*nicht nach zufälligen, sondern nach nothwendigen Regeln*], non de la façon dont nous pensons, mais de la façon dont nous devons penser [*wir wir denken sollen*] »²² ; c'est la science des lois normatives et nécessaires du devoir-penser qui régissent la validité idéale de la pensée, et expriment la façon dont nous devons juger et raisonner pour que les pensées possèdent une validité formelle (c'est-à-dire soient non contradictoires) –, et non celle de lois contingentes et factuelles qui seraient fondées dans la nature de la *psychè* humaine et exprimeraient la manière dont nous pensons naturellement *de facto*. Aussi les lois psychologiques sont-elles par principe exclues de la logique : « admettre de tels principes en logique est aussi absurde que de tirer la morale de la vie [*als Moral vom Leben herzunehmen*] »²³. Le parallèle, tout à fait strict, oppose ici les sciences normatives aux descriptives, les sciences de normes idéales et celles des faits : de même que la morale est une doctrine du devoir et des principes du *devoir faire* (lois pratiques), et non une science descriptive des règles et maximes qu'observent généralement les hommes par prudence (lois pragmatiques), de même la logique énonce les règles nécessaires du *devoir penser*, et non les lois naturelles de la pensée effective. Entre le fait et le droit il existe un abîme, ce qui interdit à la morale et à la logique d'être des sciences positives : de même que la morale comme pure doctrine du devoir est indépendante de toute considération anthropologique sur la nature humaine et les penchants naturels de l'homme, de même la logique est indépendante de toute considération anthropologique sur la nature de l'esprit spécifiquement humain ; la logique n'est pas un chapitre du traité de la nature humaine.

Le même principe vaut pour la logique transcendantale : si cette dernière envisage les conditions de possibilité du rapport de la connaissance à un objet, c'est-à-dire celles de la validité intersubjective (pour quiconque, pour tout sujet en général) et omnitemporelle (pour toujours, pour tout temps en général) de la connaissance²⁴, alors ces conditions se laissent assimiler aux règles à observer pour que les connaissances acquièrent une telle validité pour tous et en tout temps – règles qui possèdent un caractère normatif pour toute conscience d'objet et, exprimant comment le sujet doit procéder pour atteindre une telle validité, s'imposent à tout sujet en général. Aussi l'esthétique et la logique transcendantales sont-elles respectivement définies comme la « science des règles de la sensibilité en général » et la « science des règles de l'entendement en général »²⁵. Les deux disciplines fournissent en effet un appareil de règles prescriptives relativement à l'usage des facultés subjectives : l'esthétique régleme l'usage que nous pouvons faire de

²² KANT, *Logik*, Ak. IX, 14 (trad. fr. L. Guillermit, *Logique*, Paris, Vrin, 1982, p. 12).

²³ *Ibid.*

²⁴ KANT, *Prolegomena zu jeder künftigen Metaphysik*, § 19, Ak. IV, 298-299 (trad. fr. L. Guillermit, *Prolegomènes à toute métaphysique future...*, Paris, Vrin, 2012², p. 82-83).

²⁵ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Log., Einleitung, A 52/B 76 (trad. fr. DM, 119, AR, 144).

l'espace et du temps comme intuitions pures, limitant leur application aux seuls phénomènes et excluant que nous les appliquions aux choses en elles-mêmes ; de même, l'analytique réglemente l'usage que nous pouvons faire des concepts purs de l'entendement, excluant leur application aux choses en soi et la limitant aux seules choses apparaissantes²⁶. *La logique transcendantale est donc une science normative* garantissant la légitimité de l'usage empirique et excluant l'usage transcendantal des fonctions pures de la pensée ; elle n'est donc en principe entachée d'aucune présupposition de facticité de l'entendement humain. Ainsi l'analyse transcendantale de la succession objective n'examine-t-elle nullement la conscience que nous avons *de facto* du temps, mais les règles à observer pour acquérir une conscience valide de l'ordre objectif de succession.

En conclusion, si Kant se réfère au sujet, *il ne s'agit nullement du sujet empiriquement donné ni du sujet humain régi par des lois naturelles, mais d'un sujet idéal et quelconque, déterminé par l'ensemble des règles à respecter pour que les représentations subjectives acquièrent une validité intersubjective et omnitemporelle* ; on ne saurait trouver en sa doctrine de fondation anthropologique de la science.

L'équivoque du concept de règle

Pour autant, de même que le terme de *loi* peut désigner ou bien une prescription (loi-commandement) ou un rapport constant, une équivoque semblable affecte la notion de règle – ainsi qu'en témoigne le texte suivant de la *Logique* :

Tout dans la nature se produit selon des règles [Alles in der Natur (...) geschieht nach Regeln] (...). Même l'exercice de nos facultés s'effectue selon certaines règles que nous suivons, d'abord sans en avoir conscience [unbewußt] (...). Or, comme toutes les facultés dans leur ensemble, l'entendement en particulier a ses actes régis par des règles [bei seinen Handlungen an Regeln gebunden] (...). Bien plus, l'entendement doit être considéré comme la source et la faculté de penser des règles en général [als der Quell und das Vermögen anzusehen, Regel überhaupt zu denken] (...). Voici donc la question qui se pose : puisque l'entendement est la source des règles [Quelle der Regeln], selon quelles règles procède-t-il lui-même [nach welchen Regeln er selber verfährt]²⁷ ?

Le paradigme de la grammaire est ici éclairant²⁸ : un sujet parlant suit naturellement certaines règles syntaxiques sans pour autant en avoir conscience ; dans la mesure où il n'en a pas conscience, ces règles n'ont pas le statut de prescriptions explicites, mais celui de lois qui *de facto* régissent sa manière de parler ; si cependant l'on réfléchit sur cet ensemble de règles pour les énoncer de manière expresse, elles acquièrent alors le statut de prescriptions syntaxiques – on passe, ce faisant, de la loi conçue comme rapport constant à la loi entendue comme commandement.

L'analytique transcendantale opère le même glissement de sens, tout en suivant le chemin inverse.

Si en effet l'entendement est source des règles, c'est d'abord au sens de lois

²⁶ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Log., Einleitung, A 56-57/B 80-81 (trad. fr. DM, 122, AR, 147).

²⁷ KANT, *Logik*, Ak. IX, 11-12 (trad. fr., 10, nous soulignons).

²⁸ KANT, *Logik*, Ak. IX, 11 (trad. fr., 9).

prescriptives : en logique formelle, il s'agit de prescriptions que l'entendement édicte pour garantir la cohérence formelle de la pensée (non contradiction, tiers exclu, *modus ponens*) ; en logique transcendantale, de prescriptions destinées à garantir la validité intersubjective du rapport à l'objet (principes de considération des grandeurs, de substantialité, de causalité, d'action réciproque). Cependant, dans la mesure où ces règles concernent la forme des actes judiciaires de l'entendement et des actes inférentiels de la raison, qui en constituent l'essence formelle, il faut d'abord dégager par la réflexion transcendantale la « simple forme de la pensée en général » (*bloÙe Form des Denkens*)²⁹ ; or, cela se fait par décomposition de chaque faculté en ses actes propres : « L'analytique découvre par analyse [*Zergliederung*] tous les actes de la raison [*alle Handlungen der Vernunft*] que nous effectuons dans la pensée en général. Elle est donc une analytique de la forme de l'entendement et de la raison »³⁰. Le dégagement des formes logiques s'effectue donc par une double décomposition : d'abord, du pouvoir de connaissance en général en facultés spécifiques (sensibilité, imagination, entendement, raison), puis de ces dernières en types formels d'actes (pour l'entendement, ceux de l'acte de juger) qui définissent autant de lois formelles d'effectuation.

D'où la conclusion de Cavallès : « la science est le produit de certaines facultés, l'entendement et la raison ; la Logique ne peut être définie que postérieurement à la position de ces facultés, bien qu'elle prétende les diriger »³¹. La philosophie de la logique et des mathématiques est ainsi arrimée à l'assomption préalable de facultés constitutives de l'essence du sujet ; or, comme les facultés ne peuvent se définir que par référence aux notions d'acte et de pouvoir, leur détermination requiert que la pensée saisisse par intuition réflexive les actes à même leur effectuation : la structure noétique de la conscience pure ne se laisse saisir que par « une auto-illumination intérieure »³². On est ainsi reconduit de la loi-prescription à la loi-rapport : si l'entendement doit prescrire des règles, la détermination de ses pouvoirs aboutit à la saisie de lois de fonctionnement invariables qui relèvent de la nature du sujet.

Or *cet arrimage de la possibilité de la science à la structure noétique du sujet transcendantal a plusieurs conséquences qui, toutes, tendent à nier l'essentielle progressivité ou historicité des contenus*

²⁹ KANT, *Logik*, Ak. IX, 13 (trad. fr., 11).

³⁰ KANT, *Logik*, Ak. IX, 16 (trad. fr., 15).

³¹ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 1 (*OC*, 483).

³² CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 2 (*OC*, 484). Cette référence à la saisie de sa propre structure noétique par le sujet peut sembler peu kantienne : Kant n'adopte-t-il pas au contraire la table des jugements (c'est-à-dire des formes propositionnelles) comme fil conducteur pour déterminer celle des concepts purs (c'est-à-dire des formes de synthèse) – donc la table des formes syntaxiques comme fil conducteur indirect pour déterminer celle des formes noétiques ? C'est exact, mais il faut aussi tenir compte des textes pré-phénoménologiques où Kant évoque la capacité qu'a l'homme de se connaître par réflexion transcendantale et par « simple aperception » : « l'homme (...) se connaît lui-même aussi par simple aperception, et ce en vérité en des actions et déterminations internes qu'il ne peut nullement mettre au compte des impressions des sens » (*Kr. d. r. Vern.*, Transz. Dial., Von d. empir. Gebrauche..., A 546/B 574, trad. fr. DM, 483, AR, 503).

intelligibles.

Refus de la forme vide ou anhyllétique

C'est tout d'abord vrai de l'*opposition radicale entre matière et forme.*

En effet, la détermination de la forme logique s'effectue en faisant abstraction de toute matière ou contenu de la connaissance : étant indépendantes de tout objet déterminé et ne concernant que la cohérence interne de la pensée, les règles nécessaires de la logique générale font évidemment abstraction de tout contenu, pour ne retenir que les formes syntaxiques ; et vu qu'elle examine le rapport de la connaissance à un objet en général sans autre forme de spécification, la logique transcendantale ressaisit quant à elle des règles « nécessaires à tous égards et sans considération des objets particuliers de la pensée, (...) *sans tenir compte de la distinction entre les objets* [ohne Unterschied der Gegenstände] »³³. *La matière se réduit ainsi à l'amorphe, de même que la forme est l'opposé de tout contenu ou de toute matière* : « tout l'objet ayant été rejeté, le logique subsiste, caractérisé comme armature interne »³⁴. La forme logique, *a priori*, « donnée d'avance une fois pour toutes »³⁵, s'avère donc assimilable à une structure invariante, purement interne, indifférente à l'objet et susceptible de s'appliquer *ne varietur* à tout objet déterminé. Ainsi, en logique générale, la structure syntaxique possible des propositions est-elle définie une fois pour toutes et indifférente aux matériaux syntaxiques, et la structure déductive de la théorie, fondée sur le principe de contradiction et indifférente au contenu des objets de connaissance. Kant préfigure en cela la thèse du *vide des formalismes* : si la structure déductive d'une théorie est intégralement déterminée par le principe de non-contradiction, la totalité du contenu d'une théorie déductive est en principe donnée avec l'ensemble de ses axiomes, et l'on « néglige complètement l'apport de l'objet pour la structure de la théorie »³⁶. De même, en logique transcendantale, la structure catégoriale de la pensée d'un objet en général (relations entre substance et accidents, cause et effet, etc.) s'applique d'emblée à tout objet possible, sans être affectée ni modifiée en retour par les objets donnés : tout rapport à l'objet épouse donc un « type fixe », une « armature interne » correspondant à la structure de la pensée subjective³⁷.

On saisira mieux cette critique de l'extériorité réciproque de la matière et de la forme en se référant au *paradigme linguistique* donné par Kant : la forme de la connaissance s'oppose à sa matière *comme le pur syntaxique s'oppose au sémantique* ; ainsi peut-on comparer la logique à « une *grammaire générale* [allgemeine Grammatik], qui ne contient rien de plus que la simple forme de la langue en général [*die bloße Form der*

³³ Kant, *Logik*, Ak. IX, 12 (trad. fr., 10).

³⁴ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 5 (OC, 487).

³⁵ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 14 (OC, 496).

³⁶ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 14 (OC, 496).

³⁷ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 14 et 5 (OC, 496 et 486).

Sprache überhaupt], sans les mots qui appartiennent à la matière de la langue »³⁸. Mais l'opposition entre syntaxe et sémantique peut-elle être prise pour paradigme du dégagement de la forme logique vis-à-vis de la langue qu'est la matière de la connaissance ? À suivre Kant, on obtiendrait l'aspect purement syntaxique d'une langue par élimination de ses matériaux sémantiques (termes nominaux, adjectivaux et verbaux doués de contenu particulier) : en réduisant les mots pourvus de contenu à de pures variables, on dégagerait les formes syntaxiques élémentaires (*est, et, ou, donc...*), les catégories de signification universelles (substantifs, adjectifs, verbes), ainsi que les lois de composition des unes et des autres qui permettent la formation d'énoncés doués de sens.

Or une telle opposition se heurte à la *relativisation linguistique de la syntaxe et de la sémantique*.

D'une part, loin d'être absolument indépendantes du versant sémantique, les lois de composition syntaxique peuvent admettre ou exclure la formation d'énoncés reposant sur la mise en relation de certaines régions de sens : si une langue exclut à titre de non-sens un énoncé tel que « mon courage pèse cinq kilos » ou « cette couleur + 1 donne 3 »³⁹, c'est en vertu de l'absence de connexion sémantique entre une vertu morale et le poids, ainsi qu'entre couleurs et nombres entiers ; la règle syntaxique est ici fonction d'une exigence d'affinité sémantique.

D'autre part, loin que la syntaxe soit tout à fait indépendante du versant sémantique, on a appris à distinguer entre structure syntaxique de surface et structure profonde⁴⁰ : en-deçà de sa structure prédicative patente simple, la phrase « Dieu invisible a créé le monde visible » enveloppe trois jugements distincts (Dieu est invisible, Dieu a créé le monde, ce dernier est visible), c'est-à-dire une structure syntaxique profonde que rend l'énoncé « Dieu, qui est invisible, a créé le monde, qui est visible » ; sous la syntaxe apparente régie par des règles explicites de formation gît ainsi une syntaxe profonde qui est fonction de l'« âme des paroles », c'est-à-dire des rapports de sens et des intentions signifiantes⁴¹.

En généralisant ces exemples, on peut dire que *la syntaxe ne se réduit nullement à une forme vide que viendrait après coup remplir une matière*⁴², le versant syntaxique admettant au contraire des degrés de légalité qui peuvent s'avérer fonction du versant sémantique : si la règle interdisant que l'on prédique *Socrate* d'un sujet demeure purement syntaxique, celle qui interdit les énoncés donnés en exemples par Husserl

³⁸ KANT, *Logik*, Ak. IX, 12-13 (trad. fr., 11).

³⁹ CARNAP, *Die Aufgabe der Wissenschaftslogik*, Wien, Gerold, 1934 (trad. fr. S. Colas *et alii*, « La tâche de la logique de la science », in S. Laugier et P. Wagner (éds), *Philosophie des sciences*, Paris, Vrin, 2004, p. 200 ; HUSSERL, *Form. u. transz. Logik*, § 89a, Hua XVII, 224 (trad. fr., 291).

⁴⁰ Noam CHOMSKI, *Cartesian Linguistics: A chapter in the history of rationalist thought*, New York, Harper and Row, 1966, p. 31 *sqq.* (trad. fr. N. Delanoë et D. Sperber, *La linguistique cartésienne*, Paris, Seuil, 1969, p. 60 *sqq.*).

⁴¹ *Cartesian Linguistics*, p. 32-35 (trad. fr., p. 62-63).

⁴² CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 6 (*OC*, 488).

et Carnap est en revanche fonction des articulations sémantiques entre régions de sens. Aussi *la forme ne saurait-elle se réduire à un anhylétiqne absolu* ; le concept adéquat de forme est ici celui du *De anima*, qui adopte pour paradigme le rapport entre la hache et son tranchant : une forme immanente à la matière.

Refus de l'empirique total ou de la matière amorphe

En miroir, *pas plus que la forme n'est l'anhylétiqne, la matière n'est assimilable à l'amorphe absolu.*

Par opposition au caractère légal ou nomologique qui revient à l'*a priori*, l'*a posteriori* que sont les données sensibles offrirait en effet un caractère anomique : la matière, ce serait le règne de l'illégal, de l'imprévisible ou de l'anarchie. De fait, Kant considère dans la *Déduction des catégories* le problème de l'applicabilité des concepts purs aux phénomènes : qu'est-ce qui garantit que ces concepts, dépourvus de teneur empirique et indépendants de l'expérience, se laissent appliquer aux données sensibles et possèdent une signification objectale⁴³ ? Qu'est-ce qui assure que le rapport entre substance et accidents détermine par avance tous les objets d'expérience possible, c'est-à-dire qu'en dépit de la variation des données sensibles, les objets s'offrent en la succession temporelle comme des substrats permanents dont seules varient les qualités accidentelles ? Notons cependant que si Kant pose cette question, c'est pour la résoudre en balayant la difficulté qu'elle présente. Examinant implicitement la doctrine humienne selon laquelle, en s'associant selon les principes de contiguïté et de ressemblance, les idées produiraient la fiction d'objets permanents dans le temps, il en montre la fragilité : l'association des idées selon la ressemblance suppose qu'elles présentent un degré de similitude suffisant, c'est-à-dire qu'il n'y ait pas de saut dans le cours de l'expérience ; à supposer que le cours des impressions soit anarchique et scandé par de brutales ruptures qualitatives, jamais l'association selon la ressemblance ne pourrait avoir lieu⁴⁴. Aussi Kant évacue-t-il cette possibilité d'anarchie du cours des phénomènes en postulant que ce dernier se conforme à une loi de continuité ou d'affinité : en deçà de la synthèse empirique de l'imagination, il faut admettre une synthèse transcendantale qui, *a priori*, rende continus les phénomènes et préserve leur cours de tout saut qualitatif ; en assurant la continuité de leur cours, cette synthèse garantit leur ressemblance d'un instant à l'autre, donc la possibilité de constitution d'objets permanents dont les qualités varient continument⁴⁵.

En conclusion, la « position d'un empirique total qui, radicalement hétérogène au concept, ne se laisse pas unifier par lui »⁴⁶, si elle est bien une difficulté centrale de la pensée humienne, est exclue par la pensée kantienne ; loin d'être anomique, le

⁴³ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Anal., Transz. Ded., A 90/B 123 (trad. fr. DM, 152, AR, 173).

⁴⁴ *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Anal., Transz. Ded., A 100-101 (trad. fr. DM, 713-714, AR, 180).

⁴⁵ *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Anal., Transz. Ded., A 101 (trad. fr. DM, 714, AR, 181).

⁴⁶ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 3 (OC, 485).

cours des sensations est par exemple astreint à une variation continue sur une échelle d'intensités⁴⁷. De manière générale, l'« empirique total » ne possède chez Kant que la fonction d'un concept limite dont il écarte le spectre anarchique grâce à l'hypothèse de la synthèse de l'imagination transcendante qui, opérant conformément aux concepts purs, garantit *a priori* la soumission des phénomènes à une légalité.

Mais alors, pourquoi une telle insistance à ce sujet de la part de Cavallès ?

Rappelons ses termes, expressément dirigés contre Kant : « une position négative de l'empirique, ne fût-ce que pour l'éliminer, est irrecevable »⁴⁸. Est-il en effet légitime, pour la conscience, de poser un matériau brut qui lui soit absolument extérieur ? Non : il n'est guère de possible extériorité anômique à la conscience de contenus sensibles qui se réduiraient à

des données brutes et inintelligibles qu'elle recevrait du dehors. Retraçons le raisonnement de Cavallès : puisque cet empirique total est absolument extérieur à la conscience, il faudrait le rattacher, en tant qu'effet, à une autre cause que cette dernière ; or cet autre que la conscience ne saurait être que la chose en soi, qui cependant au sein du système kantien est inconnaissable ; par conséquent, cet empirique n'est en fait qu'un autre visage de la conscience, quelque chose qu'elle pose elle-même à titre de limite de son pouvoir – un matériau brut que n'informerait aucune opération de l'entendement⁴⁹.

Mais si l'empirique absolu s'avère posé par la conscience, c'est alors l'alternative kantienne stricte entre *a posteriori* et *a priori*, anomie externe et légalité interne, qu'il faut abandonner : dès lors qu'il devient objet de pensée, un contenu n'est plus une donnée brute et immédiate, mais possède une teneur intelligible médiatisée par d'autres. *À la prétendue expérience réflexive de soi, qui permettait d'établir le partage entre matériau amorphe et légalité interne, se substitue désormais l'exigence de ressaisir les degrés de nécessité qui appartiennent aux matériaux eux-mêmes*, c'est-à-dire d'élucider l'engendrement intrinsèque ou l'autodépassement des contenus intelligibles, le « dynamisme autonome »⁵⁰ par lequel ils se transforment et appellent la position de nouveaux contenus. L'essentiel est dans la récusation de la démarche réflexive, qui régresse vers les actes par lesquels l'entendement met en forme des contenus bruts : cette opposition radicale entre matériau brut et légalité des synthèses

ne lui laisse aucun moyen de distinguer en soi des degrés d'absolu ou de nécessité, sinon par l'enchaînement intelligible des contenus mêmes. Mais alors il faut atteindre ces contenus, ou plutôt *ils sont l'essentiel en leur mouvement, et la pseudo-expérience primordiale de la conscience disparaît devant le dynamisme autonome qu'ils révèlent*⁵¹.

⁴⁷ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Anal., Antizip. der Wahrn. A 168-169/B 210-211 (trad. fr. DM, 214-215, AR, 244).

⁴⁸ CAVALLÈS, *Sur la logique...*, 4 (OC, 486).

⁴⁹ *Ibid.*

⁵⁰ *Ibid.*

⁵¹ *Ibid.* (nous soulignons).

Si l'on connaît les réticences de Cavaillès à l'égard de Hegel⁵², force est pourtant de reconnaître l'ascendance hégélienne de ces considérations, ainsi que de la position générale qui les sous-tend. Ainsi, l'*Encyclopédie* commence par des considérations sur le commencement de la philosophie et le problème posé par l'admission d'un contenu immédiat, extérieur à la conscience et dépourvu d'intelligibilité philosophique, que celle-ci trouverait là comme simplement donné – sensations brutes, fictions de l'imagination, buts posés par la volonté, sentiment religieux ineffable. La philosophie peut-elle admettre, à son fondement, un empirique total qui ne posséderait pas la forme de l'intelligibilité ? Citons Hegel :

Selon la *forme*, [le commencement de la philosophie] est exposé au même embarras, parce qu'en tant que l'on *commence* il est un objet *immédiat* [*ein unmittelbarer*] ; mais selon la nature, il est d'une espèce telle qu'il doit se présenter comme quelque chose de médiatisé [*als Vermitteltes*], être connu grâce au *concept* comme *nécessaire* [*durch den Begriff als nothwendig erkannt*] (...)⁵³.

Le § 12 de l'exposé de 1827-30 est tout aussi explicite concernant la situation de la pensée par rapport à son commencement, qui se caractérise par une essentielle ambiguïté. D'un côté, le contenu initial s'offre comme extérieur à la pensée, au sens où il est « seulement immédiat et trouvé, fait d'une multiplicité d'éléments juxtaposés » de manière contingente (pluralité de représentations sensibles, de volitions, de modalités irrationnelles du sentiment religieux) ; de l'autre, ce contenu n'a cependant pour la pensée que la fonction d'une stimulation externe qui en met en mouvement le dynamisme autonome : ce dernier consiste à prendre ses distances vis-à-vis du commencement donné d'avance, et à se développer à partir de soi-même en un procès de médiatisation et d'engendrement qui se déroule au sein de la pensée elle-même. L'accueil de contenus contingents pousse donc la pensée au « développement à partir de soi », en lequel les contenus initialement extérieurs, simplement trouvés et inintelligibles, se transforment en contenus de pensée, à la fois intelligibles et produits selon la nécessité qui est propre à la chose même ; un tel développement n'a donc plus rien d'un simple « accueil du contenu » multiple et contingent, mais confère à tout contenu la forme de la nécessité, de la médiatisation

⁵² Lors d'un séminaire consacré en 1988 à *Logique formelle et logique transcendantale* à l'Université Paris 1, nous avons interrogé Desanti sur le rapport de Cavaillès à Hegel, en disant que la substitution d'une dialectique des contenus à la réflexion sur les actes de la conscience nous semblait hégélienne ; Desanti répondit : « Hegel, hum... Cavaillès n'aimait pas », et ce fut tout. Si Cavaillès se déclarait spinoziste et a rattaché sa pensée à l'engendrement des idées comme modes finis médiats au sein de l'attribut *pensée*, cela ne doit pas empêcher de percevoir le caractère hégélien de certains de ses raisonnements, concepts et thèses. L'exégèse la plus récente va dans cette direction – cf. H. BENIS SINACEUR, *Cavaillès*, Paris, Les Belles-Lettres, 2013, p. 166-176, 184-190, 192-195 et 216-220, et É. SCHWARTZ, « Jean Cavaillès (1903-1944) », art. cit., p. 320 *sqq.*, et surtout « Dialectique et structure dans la philosophie de Jean Cavaillès », in *Jean Cavaillès. La philosophie du concept aujourd'hui*, Olms, à paraître.

⁵³ HEGEL, *Enzyklopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundrisse* (1817), § 3, in *Gesammelte Werke* (= *GW*), Bd. 13, p. 16, Hamburg, F. Meiner, 2000 (trad. fr. B. Bourgeois, *Encyclopédie des sciences philosophiques*, I, *La science de la logique*, Paris, Vrin, 1986, p. 154).

par d'autres contenus intelligibles⁵⁴. De la sorte, à la mise en forme d'un matériau amorphe et anémique par l'entendement se substitue le procès de médiatisation qui conduit d'un contenu intelligible à un autre, au sein de l'universalité de la pensée se réfléchissant et se médiatisant en elle-même : il faut, en théorie de la connaissance, abandonner la « présupposition d'un substrat *donné*, représenté *comme déjà tout prêt* » (*die Voraussetzung eines gegebenen, vorgestellten schon fertigen Substrats*)⁵⁵, pour replacer les contenus dans la logique de leur engendrement, où ils deviennent intelligibles en tant que relatifs et médiatisés.

Référence de la logique générale à la logique transcendantale

Cette position hégélienne explique également la *critique de formalisme vide* que Cavaillès adresse à Kant :

L'abstraction qui donne le logique, étant radicale, tombe dans le vide (...). Comment est possible une science qui ne dispose que des notions *unité*, *pluralité* et *représentation* ? Que tirer de l'exigence d'accord de la pensée avec elle-même, sinon l'éternelle répétition ? Pour que l'accord revêt un sens plein, *il faudrait qu'il y eût au moins une différenciation à l'intérieur de la pensée, que l'occasion de désaccord possédât déjà un contenu, mais la logique serait alors transcendantale ou dialectique*⁵⁶.

Le point décisif est ici le rapport entre logiques générale (formelle) et transcendantale.

La première fait abstraction de tout contenu objectif de la connaissance pour ne considérer que la simple forme de la pensée⁵⁷ ; or la pensée se laisse assimiler à l'acte de juger, c'est-à-dire d'unifier des représentations multiples⁵⁸. Comment parvient-on donc à déterminer la pluralité des structures qui appartiennent à l'entendement en partant des seuls concepts de pluralité, représentation et unification, c'est-à-dire à dépasser le formalisme de la répétition de l'unité et de la réunion d'une pluralité en un ensemble ? On connaît la réponse kantienne : c'est la table des propositions judicatives qui fournit le fil conducteur permettant d'accéder aux formes subjectives du jugement, puis aux concepts purs, dans la mesure où ce sont les mêmes fonctions unificatrices de la pensée qui opèrent dans la formation de propositions et dans la synthèse des intuitions⁵⁹. C'est donc là encore un matériau brut, simplement donné (bien que cette fois non sensible), qui est admis comme fondement de l'analyse, « reçu tout prêt sans critique ni justification »⁶⁰.

Or *d'où proviennent les structures apophantiques qu'offre la logique formelle traditionnelle ? Elles relèvent du sol de la logique transcendantale, voire de l'ontologie* : en effet, loin de dériver du seul acte de juger, les catégories de *sujet* et de *prédicat* situées au fondement de l'apophantique se réfèrent aux catégories objectales ou ontologiques de *substrat* et de

⁵⁴ HEGEL, *Enzyklopädie...* (1827-30), § 12, *GW* 19, 38-39 et *GW* 20, 52-53 (trad. fr., 177).

⁵⁵ HEGEL, *Enzyklopädie...* (1817), § 35, *GW* 13, p. 34 (trad. fr., 199).

⁵⁶ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 6 (*OC*, 488, nous soulignons et retouchons la ponctuation).

⁵⁷ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Logik, Einleitung, A 55/B 79 (trad. fr. DM, 121, AR, 146).

⁵⁸ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Anal. der Begriffe, A 69/B 94 (trad. fr. DM, 132, AR, 156).

⁵⁹ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Deduktion, A 79/B 104-105 (trad. fr. DM, 140, AR, 162).

⁶⁰ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 10 (*OC*, 492).

propriété ; c'est parce que la conscience fait l'expérience d'objets permanents qui sont des substances douées de propriétés variables, qu'elle a l'occasion d'attribuer des prédicats à des sujets⁶¹ ; *l'apophantique a donc son fondement dans l'ontologie*. La même conclusion peut être atteinte à partir du concept de *négation* : en quoi ce dernier peut-il être dit relever de la logique générale ? Si l'on formule des propositions négatives, il faut qu'il y ait quelque contradiction au sein des objets mêmes, par exemple que s'opposent deux grandeurs (positive et négative) ou deux prédicats (lumière et obscurité, etc.) ; bref, il faut que la négation apophantique repose sur l'opposition ontologique entre affirmation et négation transcendantales, réalité positive et manque. Ainsi le principe purement logique de déterminabilité d'un concept relativement à deux prédicats contradictoires, une fois appliqué à une chose, devient-il le principe de sa détermination complète vis-à-vis de tous les couples de prédicats opposés, lequel suppose la répartition de tous les prédicats en prédicats de réalité et de négation transcendantales⁶² : l'applicabilité du principe de contradiction a pour fondement le concept transcendantal de négation, c'est-à-dire d'un manque qui appartient aux objets mêmes ; il faudrait donc que la négation habite déjà les objets ou contenus intelligibles – conclusion hégélienne s'il en est !

En vertu de cette référence nécessaire des catégories apophantiques du jugement aux catégories ontologiques de l'objet, Kant aurait dû « confondre logique générale et logique transcendantale »⁶³, voire intégrer à la première la dialectique⁶⁴, puisque seule une négation transcendantale intrinsèque aux objets donne un sens à l'acte logique de négation. Or ce serait *admettre que les actes de la pensée subjective se règlent sur une logique autonome des contenus intelligibles* : d'une part, les catégories n'ont pas leur site transcendantal dans l'entendement, mais dans les objets mêmes ; d'autre part, la négation et la contradiction procèdent non des actes de pensée, mais du dynamisme autonome des contenus intelligibles, de l'exigence d'autodépassement intrinsèque qui les pousse hors d'eux-mêmes et conduit à la position de nouveaux contenus. Que la logique transcendantale (et en particulier la dialectique) soit première vis-à-vis de la logique générale, cela signifie que la pensée subjective ne possède aucune efficace productrice vis-à-vis de ses contenus, mais ne fait qu'intérioriser la nécessité de déploiement et de médiatisation qui habite ces derniers. *La pensée subjective n'est que l'intériorisation d'une logique propre à la chose même.*

APPLICATION À LA PHILOSOPHIE DES MATHÉMATIQUES :
REFUS DE LA RÉFÉRENCE À LA STRUCTURE ANHISTORIQUE DU SUJET FINI

⁶¹ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 7 : « Qu'est-ce que le sujet et le prédicat, que sont les catégories définissant le jugement (...), si on ne se réfère à une ontologie (...) ? Il faut qu'il y ait substrat ou substance pour distinguer sujet et prédicat » (OC, 489).

⁶² KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Dialektik, Von dem tranz. Ideal, A 571/B 599 *sqq.* (trad. fr. DM, 501 *sqq.*, AR, 518 *sqq.*).

⁶³ CAVAILLÈS, *Sur la logique...*, 8 (OC, 490).

⁶⁴ *Sur la logique...*, 6 (OC, 488).

Quelles sont à présent les conséquences de ces critiques sur le plan spécifique de la philosophie des mathématiques ?

De la thèse kantienne d'une structure donnée et définitive du sujet transcendantal (les facultés et leurs éléments *a priori*), combinée à l'hypothèse du contenu extra-intellectuel de toute connaissance non purement analytique, dérive l'assimilation de la connaissance mathématique à une *connaissance par construction de concepts*, c'est-à-dire par exposition (*Darstellung*) de ces derniers dans les intuitions pures de l'espace (pour la géométrie) et du temps (pour l'arithmétique)⁶⁵. Ainsi l'espace comme intuition pure fournit-il le milieu de constructibilité de tout objet géométrique possible : en tant que tel, il est porteur d'une structure, de règles et de limitations extrinsèques pour l'acte de construction de figures quelconques à l'aide des auxiliaires élémentaires que sont la règle et le compas. De même, le temps est milieu de constructibilité des nombres en général, puisqu'il est à la fois une série particulière et la condition formelle de toutes les séries⁶⁶ et que le nombre entier, en tant que schème de la quantité discrète, est « représentation de l'addition successive de l'unité à elle-même »⁶⁷ ; cette exigence de constructibilité temporelle s'étend d'ailleurs à tous les nombres, y compris irrationnels, dans la mesure où tout nombre irrationnel peut se penser comme point focal d'une suite décroissante de fractions⁶⁸. Par là se confirme le rapport de la pensée à un matériau extra-intellectuel, même si ce matériau est cette fois formel : en tant que constructive ou figurative, procédant par *synthesis speciosa*, la connaissance mathématique se définit par *référence à une double zone intuitive primordiale* – à savoir une faculté d'intuition dont les deux structures *a priori* sont des invariants anthropologiques : le temps comme forme de tous les phénomènes, et l'espace comme forme des phénomènes externes « pour nous hommes ».

Quelles en sont les implications essentielles ?

Confusion entre condition de la représentation et représentation de condition

D'une part, cela implique un *primat du versant noétique des actes subjectifs sur le versant noématique des contenus idéaux* – lié à la confusion, chez Kant, entre « moment dialectique de la position du concept » et « moment transcendantal de sa schématisation »⁶⁹. Qu'est-ce à dire ? Le rôle de l'intuition dans la construction mathématique n'est pas de fournir une « contemplation d'un tout fait » (l'objet mathématique n'étant pas donné, mais construit conformément à un concept), mais c'est une « appréhension, dans l'épreuve de l'acte, des conditions mêmes qui le

⁶⁵ *Sur la logique...*, 13 (OC, 495), *Méthode axiomatique et formalisme*, 26 sqq. (OC, 34 sqq.).

⁶⁶ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Dial., Antinomie, A 411/B 438 (trad. fr. DM, 380, AR, 420).

⁶⁷ *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Anal., Schematismus, A 142-143/B 182 (trad. fr. DM, 194, AR, 227).

⁶⁸ Brief 448 [418] an A. W. Rehberg, vor dem 25^{ten} Sept. 1790, Ak. XI, 208-210 (trad. fr. coll. in *Correspondance*, Paris, Gallimard, 1991, p. 434-435).

⁶⁹ CAVAILLÈS, « Transfini et continu », in *Philosophie mathématique*, 271 (OC, 469).

rendent possible »⁷⁰. Ces conditions de possibilité se laissent ressaisir fort clairement dans l'assimilation du nombre entier au schème pur de la quantité discrète : la construction du nombre entier a lieu par synthèse additive de l'unité avec elle-même, laquelle n'est autre qu'une « addition successive de l'unité à elle-même » par laquelle je « produis le temps lui-même » en une *synthesis speciosa* temporalisante⁷¹. Cela revient à soumettre d'emblée la synthèse intellectuelle du nombre entier aux conditions temporelles de sa schématisation ou de son exposition – c'est-à-dire du procédé général par lequel j'en fournis une représentation intuitive en ajoutant à une pluralité donnée une nouvelle unité ou un nouvel élément.

Or il y a là une « ambiguïté fondamentale de la philosophie transcendantale », par confusion entre « condition de la représentation » et « représentations de condition »⁷².

La condition de la représentation, c'est le temps comme condition psychologique de l'acte de faire correspondre une image à un nombre cardinal, c'est-à-dire de se représenter concrètement un nombre entier par adjonction successive de l'unité à elle-même (ou d'un élément à d'autres) : chaque acte par lequel j'ajoute une unité aux précédentes est un événement dans le temps subjectif de la conscience. En revanche, la représentation des conditions est celle du contenu conceptuel minimal sans lequel n'est pas concevable la suite des entiers : à savoir les concepts d'unité et de puissance, éventuellement la relation « successeur de... » ou l'addition. Une équivoque affecte ici le terme d'*addition* : dans le dernier cas, il désigne une *opération entendue au sens noématique et idéal*, effectuée sur des contenus idéaux (unités arithmétiques ou éléments d'un ensemble) ; dans le premier en revanche, il désigne une *opération prise au sens noétique d'acte subjectif* réellement effectué dans le temps de la conscience. Or, en passant du premier au second sens, Kant assimile le concept mathématique idéal d'opération, effectué sur les « éléments » idéaux que sont les unités, les cardinaux ou les éléments d'un ensemble, à des actes qui sont des « événements » dans le temps concret de la conscience⁷³. Ainsi s'opère un glissement de sens subreptice : du matériau conceptuel nécessaire à la conception du nombre entier, on passe aux conditions subjectives, voire purement psychologiques, de l'opération noétique qui, à cet entier, fait correspondre la représentation concrète d'une multiplicité d'unités ou d'éléments qui doit les rassembler un à un, successivement. Il y a donc confusion entre le *plan noématique idéal des présuppositions conceptuelles de la pensée du concept mathématique de nombre cardinal* et le *plan noétique des conditions psychologiques de l'acte effectif de sa schématisation* : on confond ce qui définit le nombre avec les moyens de le rendre représentable⁷⁴.

⁷⁰ CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique et formalisme*, 27 (OC, 35).

⁷¹ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Anal., Schematismus, A 142-143/B 182 (trad. fr. DM, 194, AR, 227).

⁷² CAVAILLÈS, « Transfini et continu », in *Philosophie mathématique*, 272 (OC, 470).

⁷³ *Ibid.*

⁷⁴ On notera à quel point cette critique de Kant par Cavaillès converge avec les critiques adressées à

Limitation des possibilités de la pensée aux actes effectuels

Cette confusion implique une *limitation essentielle des possibilités de la pensée mathématique, du fait de son arrimage aux conditions psychologiques d'effectuation des actes de représentation.*

L'exemple cardinal en est fourni par l'exclusion du nombre infini (et de l'infini actuel en général) dans la Dialectique transcendantale : si le concept véritable de l'infinité réside dans le caractère inachevable de la synthèse additive successive de l'unité à elle-même dans la mesure d'une grandeur, un nombre infini actuel requerrait la synthèse discrète d'une infinité d'actes d'addition de l'unité ; or, toute série d'actes prenant place dans le temps comme « condition formelle de toutes les séries » et chaque acte singulier étant un événement au sein de la série temporelle, un nombre infini requerrait une succession infinie d'actes additifs, par conséquent un temps infini⁷⁵. Il y a donc refus de l'infini actuel et limitation principielle de la pensée mathématique au fini et à l'indéfini : tout concept de cardinalité étant replié sur sa schématisation sous forme de série temporelle, le temps comme « condition formelle de toutes les séries » limite la *synthesis speciosa* à l'indéfini et lui rend inaccessible l'infini actuel.

A contrario, il apparaît nécessaire d'*affranchir les exigences de la pensée mathématique purement conceptuelle vis-à-vis des restrictions liées au temps de la conscience et à l'effectuabilité des actes de schématisation* : les opérations de la pensée mathématique ne sont pas des actes concrètement effectuables par la conscience, mais des concepts d'opérations idéales sur des objets eux-mêmes idéaux. Par exemple, la conception d'ensembles infinis non dénombrables n'est pas rendue impossible du seul fait de l'impossibilité de leur dénombrement effectif ou de l'incapacité, pour la conscience, de rassembler leurs éléments en une représentation unitaire. Il y a, à l'inverse, affranchissement de la pensée mathématique vis-à-vis des capacités psychologiques de la conscience finie, ainsi que de toute exigence d'effectivité ou d'effectuabilité concrète des actes. Il faut admettre une progressivité intrinsèque aux champs d'objets mathématiques que la conscience intériorise au fur et à mesure de son histoire. À titre d'exemples, la conception par Dedekind du continu arithmétique et de la structure inhérente à tous les domaines continus, la construction par Cantor des ordinaux transfinis et de l'échelle des cardinaux infinis non dénombrables, la construction, par l'axiome de choix de Zermelo, d'un ensemble contenant un seul élément prélevé dans une infinité d'ensembles par une suite de choix infinie : tout cela relève de l'engendrement de nouveaux procédés idéaux qui appartiennent à la technique mathématique ; à ceux-ci correspondent, sur le versant noétique, de nouvelles

Kant par Couturat. Cf. L. COUTURAT, « La philosophie des mathématiques de Kant », in *Les principes des mathématiques*, Paris, Alcan, 1905, p. 266-274, et notre article « Le sens de l'antikantisme en philosophie des mathématiques », *Les Cahiers philosophiques de Strasbourg* n° 26 (2009) : *Kant et les mathématiques*, p. 171-199, où nous mettons en lumière ces convergences.

⁷⁵ KANT, *Kr. d. r. Vern.*, Transz. Dial., Zweite Antinomie, A 432/B 460 (trad. fr. DM, 396, AR, 434).

capacités de la conscience mathématique.

Loin d'être un absolu déterminé par une nature essentielle ou une somme d'invariants anthropologiques, *la conscience se définit à chaque époque par l'intériorisation noétique d'un ensemble de procédés techniques et démonstratifs* ; elle est ainsi toujours *in statu nascendi*, prise dans une évolution parallèle à la progressivité des champs idéaux : une capacité du sujet mathématicien, c'est simplement une technique intériorisée au point de devenir familière.

Déclinaisons de la référence à la structure de l'intuition finie

A contrario, l'exercice de la connaissance mathématique est pour Kant d'emblée *structuré et limité par les structures et contraintes qui appartiennent à toute intuition finie* :

Si le mathématicien doit être "toujours guidé par l'intuition" dans l'enchaînement de ses raisonnements, c'est que *l'intuition possède une structure, ou une réalité propre*, de quelque ordre soit-elle⁷⁶. *Finie*, l'intuition l'est *en un double sens* : elle l'est *métaphysiquement*, en tant que non productrice, mais réceptive vis-à-vis de l'objet, qui doit être donné par des intuitions sensibles ; elle l'est ensuite *structurellement* dans la mesure où, bien qu'infinie, elle impose à toutes les constructions effectuées en son sein une finitude structurelle. En effet, même si l'espace intuitif originaire est une « grandeur infinie donnée », tous les espaces (c'est-à-dire les figures) géométriques produits ou construits en lui, donc dérivés, sont finis, ou au mieux indéfinis (si l'on demande de pouvoir les prolonger à l'infini) : « le mathématicien a toujours affaire seulement à un *infinum potentiale* »⁷⁷. Le pouvoir de synthèse figurative de la conscience dans les intuitions pures est toujours limité par la nature temporelle de toute synthèse : toute synthèse étant une composition, et toute composition possédant une structure sérielle dont la matrice est la succession temporelle, l'infini actuel lui est inaccessible.

Or c'est le propre de toutes les philosophies des mathématiques postérieures d'ascendance ou d'inspiration kantienne que de se référer à une *zone de sécurité intuitive qui impose des frontières prétracées au progrès de la pensée mathématique* ; en chacune, le terme d'intuition (pris en un sens évidemment non kantien, qui ne dénote plus les seules intuitions sensibles) sert à désigner les limites eidétiques prescrites *sub specie aeternitatis* aux capacités de pensée humaines⁷⁸.

Ainsi de Brouwer, pour qui le « phénomène fondamental de la pensée mathématique » consiste en une « intuition originaire des mathématiques », qui est l'« intuition de la dyade pure » (*intuition of two-oneness*)⁷⁹, « intuition mathématique du

⁷⁶ CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique et formalisme*, 27 (OC, 35).

⁷⁷ KANT, „Über Kästners Abhandlungen“, Ak. XX, 421 (trad. fr. M. Fichant, « Sur les articles de Kästner » in *Philosophie* n° 56 (1997), p. 18).

⁷⁸ Cf. H. BENIS SINACEUR, *Cavaillès*, 137-138.

⁷⁹ L. E. J. BROUWER, „Intuitionisme en formalisme“ (Amsterdam, 1912), *Bull. Amer. Math. Soc.*, 20 (1913), p. 85-86, trad. angl. "Intuitionism and formalism" in BROUWER, *Collected Works*, vol. 1 (= *CW* 1), Amsterdam-Oxford, North-Holland Publishing Company, 1975, p. 127-128 (trad. fr. J. Largeault in *Intuitionnisme et théorie de la démonstration*, Paris, Vrin, 1992, p. 43-44).

temps » ou « *intuition du deux en un* »⁸⁰, c'est-à-dire de la scission d'instantanés vécus en parties distinctes ; dans la mesure où cette dissociation est indéfiniment itérable, sa répétition engendre tous les nombres ordinaux finis, ainsi que le plus petit ordinal transfini ω_0 . Or cette intuition fondatrice des mathématiques, censée fournir un fondement à l'élaboration de l'arithmétique élargie ainsi que de toutes les géométries (y compris n -dimensionnelles), impose à la pensée mathématique des limites strictes : n'est admissible comme objet mathématique véritable qu'un objet de pensée effectivement constructible au moyen des deux opérations que sont la création d'un ordinal fini ("to create a finite ordinal number") et celle de l'ordinal transfini ω_0 ("to create the infinite ordinal number ω_0 "); en particulier, « tous les ensembles mathématiques d'unités susceptibles de prétendre à un tel titre sont dérivables de l'intuition originaire », c'est-à-dire constructibles à l'aide de ces deux opérations⁸¹. Cette dernière exigence interdit la transposition, aux ensembles infinis, de plusieurs axiomes formulés à partir du maniement des ensembles finis : ainsi l'axiome de choix, qui permet la construction d'un ensemble prélevant un et un seul élément dans chaque sous-ensemble d'un ensemble donné, est-il applicable aux ensembles finis, où la construction s'effectue par un nombre fini de choix ; s'agissant en revanche d'un ensemble comportant un nombre infini de sous-ensembles, il est impossible de considérer comme donné l'ensemble formé en prélevant arbitrairement un élément en chaque sous-ensemble, sauf à indiquer une procédure de choix fondée sur un critère (par exemple : choisir, dans une infinité de paires d'entiers contenant un entier pair et un impair, le nombre pair)⁸². La fondation de la pensée sur l'intuition originaire implique donc sa limitation aux procédures effectuables ou aux constructions effectives : sont effectuables la considération de nombres ou d'ensembles finis par dénombrement, celle du premier ordinal transfini obtenu par itération de l'intuition originaire, celle d'ensembles obtenus par une séquence finie de choix effectifs, enfin celle d'ensembles infinis obtenus selon une procédure de choix normée par un critère. *Les possibilités de la pensée s'avèrent arrimées à une eidétique des capacités de la conscience finie, c'est-à-dire temporelle.*

Autre exemple, celui de Poincaré qui, réfutant le caractère strictement logique ou analytique des mathématiques, voit le statut synthétique *a priori* du raisonnement mathématique dans le principe d'induction complète (raisonnement par récurrence) : le propre de la pensée mathématique étant d'opérer dans l'universel, c'est-à-dire de passer du fini à l'infini, une telle transition est assurée par le procédé de récurrence – on montre, sur un ensemble ordonné, qu'une propriété est valable pour le premier

⁸⁰ BROUWER, „Het wezen der meetkunde“ [L'essence de la géométrie], 1909, trad. angl. "The nature of geometry", *CW* 1, 116 (trad. fr. « La nature de la géométrie » in *Intuitionnisme...*, 32).

⁸¹ BROUWER, "Intuitionism and formalism", *CW* 1, 128 (trad. fr., 44).

⁸² "Intuitionism and formalism", *CW* 1, 129-130 (trad. fr., 45-46). Sur tout ceci, cf. CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique...*, 32 sqq. (*OC*, 40 sqq.).

élément et que sa validité se transfère du rang n au rang immédiatement successif⁸³. Si la pensée est ensuite amenée à outrepasser le règne de l'induction complète pour élaborer la construction purement symbolique du continu arithmétique, c'est sur la suggestion paradigmatique que fournit le continu géométrique : l'expérience du continu physique sert ici de norme⁸⁴. De même, s'il est possible de construire des systèmes géométriques alternatifs à la géométrie euclidienne (géométries non euclidiennes, géométrie n -dimensionnelle, géométrie d'espaces de courbure non nulle, voire variable), leurs axiomes se réduisent à des conventions posées par la pensée et leur validité réside dans leur non-contradiction ; cependant, en l'absence d'une preuve de cohérence syntaxique, il est possible de donner une interprétation euclidienne des géométries alternatives de manière à traduire leurs énoncés en propositions de la géométrie euclidienne⁸⁵ ; cette dernière devient ainsi la référence absolue autour de laquelle gravite la validation des systèmes axiomatiques.

C'est encore le cas de Kronecker, pour qui le nombre entier est l'unique fondement solide de l'arithmétique et de l'algèbre, tandis que les autres types de nombres (nombres négatifs, fractionnaires, algébriques) se réduisent à de simples constructions symboliques ; toute postulation d'existence de ces nouveaux nombres peut être évitée grâce à un procédé réductionniste consistant à substituer, aux égalités où figurent de tels nombres, des congruences selon certains modules. La suite des entiers fournirait ainsi le seul ensemble d'entités mathématiques véritables, le reste n'étant que nombres imaginaires ou constructions symboliques⁸⁶.

La même chose vaut pour finir de Borel, qui recourt à l'intuition comme garde-fou pour se prémunir contre le danger des « mathématiques verbales », des « constructions logiques (...) dans lesquelles on jongle avec des symboles auxquels ne correspond aucune intuition »⁸⁷ – par exemple, les nombres de l'arithmétique transfinie de Cantor. Par opposition aux idées de discursivité et de symbolisme vide, la notion d'intuition, irréductible par ailleurs à celle d'intuition sensible et de donation à la conscience de quelque chose de tout fait, désigne un « acte effectif de l'esprit »⁸⁸ : limiter la pensée à la considération de ce qui est intuitionnable, par

⁸³ H. POINCARÉ, « Nature du raisonnement mathématique » in *La Science et l'Hypothèse* (1902), Paris, Flammarion, 1968, p. 38-40 ; « Les Mathématiques et la Logique » in *Science et Méthode* (1908), Paris, Kimé, 1999, p. 130-138.

⁸⁴ POINCARÉ, « La grandeur mathématique et l'expérience », in *La Science et l'Hypothèse*, 52-56.

⁸⁵ POINCARÉ, « Les géométries non euclidiennes » et « L'expérience et la géométrie », in *La Science et l'Hypothèse*, 68 *sqq.* et 96 *sqq.*

⁸⁶ L. KRONECKER, „Über den Zahlbegriff“, *Crelle's Journal für die reine und angewandte Mathematik*, tome 101 (1887), § 1, p. 337 (trad. fr. J. Boniface, « Sur le concept de nombre », *Gazette des mathématiciens*, 81 (1999), p. 5 3 *sqq.*). Cf. J. TANNERY, préface à Padé, *Algèbre élémentaire*, p. XIII, note. L. COUTURAT, « Sur la théorie des nombres algébriques de Kronecker », in *De l'infini mathématique*, 1896, Paris, Blanchard, 1973, p. 603-616.

⁸⁷ É. BOREL, *Leçons sur la théorie des fonctions*, 1898, Paris, Gauthier-Villars, 1928³, p. 181. Cf. CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique...*, 7 (OC, 15).

⁸⁸ CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique...*, 7 (OC, 15).

opposition aux *entia rationis* correspondant à de pures constructions symboliques, c'est la restreindre aux corrélats d'actes concrètement effectuels. Or quel est le contenu de tels actes ? C'est, d'une part, la suite indéfinie des entiers, qui est fondée sur l'acte de transition d'un entier à son successeur immédiat : après chaque entier, il y en a un autre ; si, *a contrario*, la suite des ordinaux transfinis de la classe II n'appartient pas aux mathématiques réelles, c'est parce qu'il n'existe pas de procédé analogue de construction pour tous les ordinaux, mais seulement pour une infime partie de la classe II (ω_0+1 , ..., $\omega_0+\omega_0$, etc.). C'est, d'autre part, la « notion de continu », qui est « acquise par l'intuition géométrique »⁸⁹ : le continu arithmétique se fonde sur l'idée de calculabilité des nombres, c'est-à-dire de leur approximabilité par un nombre rationnel à moins de $1/n$ pour n donné, et sur la garantie que l'on pourra toujours calculer de nouvelles fractions décimales.

On voit, dans tous ces exemples, comment *le recours à l'intuition a pour fonction essentielle de rendre impossible la construction des objets de pensée qui donnent lieu aux antinomies* : pour préserver contre celles-ci, on édicte des interdictions syntaxiques (par exemple l'application de l'axiome d'inclusion ou de choix) ; et on les justifie en disant que les prétentions ontologiques corrélatives (considérer telle ou telle entité, par exemple l'ensemble de choix) est contraire à la nature de l'intuition finie. Un simple décret syntaxique y gagne l'apparence d'une fondation dans une impossibilité noétique et ontologique.

Ainsi le refus brouwerien d'étendre au transfini la validité d'axiomes valant pour les ensembles finis (au premier chef l'axiome d'inclusion, qui à partir d'une propriété permet d'engendrer l'ensemble des éléments qui la vérifient) a-t-il pour fonction de préserver contre l'antinomie de Burali-Forti : puisque celle-ci consiste à considérer l'ensemble de tous les ordinaux, c'est-à-dire à mettre en ordre tous les ordinaux et à constater que cette mise en ordre a un ordinal plus élevé que tous les ordinaux, Brouwer refuse d'accorder le droit de construire, à partir de l'axiome d'inclusion, cet ensemble de tous les ordinaux rangés par ordre de grandeur⁹⁰. De même, la limitation introduite par Borel prémunit contre l'antinomie de Richard : celle-ci consiste à prendre tous les arrangements comprenant deux lettres de l'alphabet français (*aa, ab, ac... , ba, bb, bc...*) en les ordonnant dans l'ordre alphabétique, puis à recommencer avec trois lettres, puis quatre, etc. ; la définition des nombres se faisant à l'aide d'un nombre fini de mots, certains de ces arrangements seront des définitions de nombres, que l'on peut donc ranger par ordre ; on applique alors la méthode de la diagonale en considérant le nombre qui a 0 pour partie entière, qui diffère du premier nombre de l'énumération à son premier chiffre après la virgule, et ainsi de suite ; sa définition doit figurer dans le tableau, et cependant il diffère de tout nombre ainsi rangé. Or, rétorque Borel, le nombre en question n'est pas défini sans ambiguïté, parce que la suite des nombres ainsi rangés

⁸⁹ BOREL, *Leçons sur la théorie des fonctions*, 160.

⁹⁰ BROUWER, "Intuitionism and formalism", *CW* 1, 130-132 (trad. fr., 46-47).

par ordre alphabétique de définition ne l'est pas davantage : en effet, sa détermination supposerait que l'on ait résolu tous les problèmes mathématiques, puisque certaines définitions de nombres en supposent la résolution. On est ainsi conduit à limiter les entités mathématiques à celles qui sont *effectivement énumérables* : si la suite des définitions de nombres est dénombrable, elle n'est pas effectivement énumérable, puisqu'on ne peut indiquer de procédé sûr pour assigner un rang défini à chacun de ses membres⁹¹.

De manière générale, la pensée mathématique se voit ainsi ancrer dans une structure intuitive de la conscience finie, « une région de la conscience caractérisée par une intuition *sui generis* »⁹². Or, c'est là pour Cavallès la négation de la progressivité historique des contenus intelligibles ou des champs d'objets idéaux : « Il n'y a pas d'absolu au départ (...). Une intuition irréductible n'est qu'un arrêt sans pensée »⁹³. Il n'est pas de structuration ni de limitation de la pensée mathématique par une intuition immuable dont la structure serait donnée une fois pour toutes en tout sujet fini – qu'il s'agisse de l'intuition temporelle de la dyade, de l'itération (raisonnement par récurrence) ou de l'intuition du continu géométrique – ; mais il y a au contraire progressivité de l'intuition elle-même, possibilité de « transformation de la zone intuitive »⁹⁴. Loin d'être donnée une fois pour toutes et inhérente à l'*eidos* supposé invariant du sujet fini, l'intuition subit des mutations et élargissements au fur et à mesure du procès historique d'enrichissement des champs d'objets idéaux ; ainsi les nombres négatifs, fractionnaires, irrationnels, imaginaires ont-ils commencé par n'être que des constructions symboliques dépourvues de sens dans le champ où ils apparaissaient (-1 n'a pas de sens dans \mathbf{N} , pas plus que $\sqrt{2}$ dans \mathbf{Q} ou $\sqrt{-1}$ dans \mathbf{R}), avant d'acquérir le statut d'objet intuitionnable grâce à leur définition technique comme entiers relatifs, nombres rationnels, réels et complexes, sur le fondement des anciens ensembles de nombres, à la fixation de lois opératoires transformant les opérations en lois de composition interne, et à la familiarisation tant avec les calculs qu'avec les raisonnements sur ces nombres. L'intuition n'est donc pas une donnée absolue qui serait située à l'orée et au fondement de la pensée mathématique, et inscrite dans la structure invariable de l'esprit fini ; sa structure et son extension évoluent en fonction de l'invention de concepts et de techniques et de l'élargissement des champs d'objets. *La structure noétique du sujet résultant de l'intériorisation des actes que lui prescrivent les nouveaux domaines d'objets*, et vu que l'intuition résulte de la cristallisation et de la familiarité d'un type d'objets au départ nouveau, *il y a progressivité et historicité de l'intuition* :

l'élargissement de la conscience et le développement dialectique de l'expérience coïncident⁹⁵.

⁹¹ BOREL, *Leçons sur la théorie des fonctions*, 164. Cf. CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique...*, 8-9 (OC, 16-17).

⁹² CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique...*, 177 (OC, 185).

⁹³ CAVAILLÈS, « Transfini et continu », in *Philosophie mathématique*, 271 (OC, 469).

⁹⁴ *Loc. cit.*, 272 (OC, 470).

⁹⁵ CAVAILLÈS, *Méthode axiomatique...*, 177 (OC, 185).

(...) l'intuition dans sa quiddité progresse parallèlement à l'enchaînement dialectique des concepts⁹⁶.

Par-delà cette référence hégélienne à la dialectique, la question reste ouverte de déterminer la nature d'une telle dialectique conceptuelle, puis de savoir si elle présente des modalités essentielles correspondant effectivement à une forme de travail du négatif au sein des idéalités, et comment la structure de la subjectivité reflète en retour la transformation des domaines idéaux.

⁹⁶ CAVAILLÈS, « Transfini et continu », in *Philosophie mathématique*, 273 (OC, 471).