



HAL
open science

NATURE INERTIELLE DES EXSURGENCES ET DES MOUVEMENTS DE CONVECTION DANS LA MER

B Saint-Guily

► **To cite this version:**

B Saint-Guily. NATURE INERTIELLE DES EXSURGENCES ET DES MOUVEMENTS DE CONVECTION DANS LA MER. Vie et Milieu / Life & Environment, 1980, 30, pp.1 - 5. hal-03007789

HAL Id: hal-03007789

<https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-03007789v1>

Submitted on 16 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NATURE INERTIELLE DES EXSURGENCES ET DES MOUVEMENTS DE CONVECTION DANS LA MER

B. SAINT-GUILY

Muséum National d'Histoire Naturelle, Paris,
Laboratoire Arago, Banyuls-sur-Mer

EXSURGENCE
CONVECTION
COURANTS NON
LINÉAIRES

RÉSUMÉ. – En Méditerranée, les courants qui apparaissent dans les exsurgences, et dans les mouvements convectifs intenses qui ont été observés au cours de l'hiver dans certaines régions, semblent être non linéaires. Deux modèles inertiels et permanents donnent d'une manière simple les principales caractéristiques des mouvements qui sont produits dans ces situations particulières. Les termes de friction et de diffusion qui sont généralement ambigus, sont ignorés. Dans le premier modèle, la vitesse parallèle à la côte est grande, et un sous-courant le long du rivage est présent. Dans le second modèle, la cellule convective en rouleau est zonale et les gradients de densité sont proches de la valeur critique.

UPWELLING
CONVECTION
NON LINEAR
CURRENTS

ABSTRACT. – In the Mediterranean Sea, the currents occurring in the upwellings, and in the intense convective motions which have been observed during winter in certain regions, seem to be non-linear. Two inertial and permanent models give in a simple way the main characteristics of the motions which are produced in these special situations. The terms of friction and diffusion, which are generally ambiguous, are ignored. In the first model the velocity parallel to the coast is large and a long-shore undercurrent is present. In the second model the convective roll-cell is zonal and the density gradients close to the critical value.

Les exsurgences des eaux subsuperficielles (upwellings) qui se produisent l'été dans le nord-ouest de la Méditerranée occidentale présentent des caractères spécifiques. D'une part les coups de vent de nord-ouest qui les produisent sont violents et de durée relativement courte, d'autre part le dessin de la côte est irrégulier, et loin d'être rectiligne. Les photographies prises dans l'infrarouge depuis les satellites révèlent que ces exsurgences forment des taches d'eau froide dont l'étendue peut être grande (Gonella, Lamy et Millot, 1976; Millot, 1976; Millot, 1977). Avant d'étudier ces aspects complexes, il est utile de chercher à préciser de manière aussi simple que possible la dynamique essentielle de ces exsurgences. Pour le faire il est préférable de tenir compte dans les équations du mouvement des termes non linéaires, et d'ignorer les termes et les coefficients de viscosité et de diffusion turbulentes qui sont mal définis et peu précis. En procédant de cette manière, nous obtenons des résultats peut-être limités, mais incroyables-

ment plus sûrs. Le rôle des termes non linéaires dans la dynamique des exsurgences a été jusqu'ici peu étudié (O'Brien, 1975, 1976). Cependant Pedlosky (1978) a présenté récemment un modèle non linéaire dans lequel la région de la couche superficielle, où l'exsurgence apparaît, est considérée comme une source ponctuelle, c'est-à-dire de dimension petite devant le rayon interne de déformation. Dans l'analyse qui suit nous supposons, conformément aux observations, que cette région a une dimension finie.

Nous savons par ailleurs que des courants de convection rapides et intermittents jouent un rôle important dans la formation des eaux profondes. Les mesures faites durant l'hiver en Méditerranée occidentale montrent l'existence de courants verticaux intenses aux endroits et aux époques où la stratification est la plus faible (Gascard, 1977). La dimension et la vitesse de ces courants de convection intenses sont mieux déterminées par leur nature inertielle, indépendamment des coeffi-

cients de viscosité ou de diffusion turbulente dont la définition est douteuse. En supposant que les mouvements d'inertie sont permanents et zonaux nous obtenons une solution explicite simple qui représente une cellule de convection associée à une masse d'eau légèrement plus dense.

MOUVEMENTS ASCENDANTS DANS LA COUCHE SUBSUPERFICIELLE

Nous admettons que dans la couche subsuperficielle, située au-dessous de la thermocline, le mouvement est inertiel c'est-à-dire essentiellement non linéaire. Le fluide est considéré comme parfait, sans viscosité ni diffusion, et la densité est conservée. Les différences de densité sont relativement petites et nous pouvons utiliser l'approximation de Boussinesq. Nous supposons de plus que le mouvement est permanent, que la vitesse parallèle à la côte rectiligne oy est relativement grande (hypothèse d'une circulation transversale associée à un jet avec un nombre de Rossby correspondant voisin de l'unité), et que le mouvement est indépendant de cette variable y . Les équations du mouvement ont alors la forme suivante :

$$(1) \quad \begin{aligned} \rho_0 f v - \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, & f &= 2 \omega \sin \varphi, \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial z} + f u &= 0, \\ \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_0 \delta g &= 0, & \rho &= \rho_0 (1 + \delta), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ u \frac{\partial \delta}{\partial x} + w \frac{\partial \delta}{\partial z} &= 0 \end{aligned}$$

u, v, w désignent les composantes de la vitesse, p, δ , les perturbations de pression et de densité, ω la vitesse angulaire de rotation de la terre et φ la latitude.

Les deux dernières équations (1) montrent qu'il existe une fonction de courant ψ , et que la densité dépend uniquement de celle-ci.

$$(2) \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = - \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

$$(3) \quad \frac{\partial (\delta, \psi)}{\partial (x, z)} = 0, \quad \delta = F(\psi).$$

La première et la troisième équations (1) impliquent un courant parallèle à la côte en équilibre géostrophique :

$$(4) \quad \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{g}{f} \frac{\partial \delta}{\partial x}.$$

En combinant la deuxième équation (1) et sa dérivée par rapport à z , nous obtenons

$$(5) \quad \left(u^2 \frac{\partial}{\partial x} + u w \frac{\partial}{\partial z} + u \frac{\partial w}{\partial z} - w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \frac{\partial v}{\partial z} = 0,$$

puis à l'aide de (2), (3), (4),

$$(6) \quad \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} = 0$$

Cette équation pour la fonction de courant ψ conserve la même forme avec des variables sans dimension. Celles-ci sont définies de la manière suivante : l'unité de profondeur h est égale à l'épaisseur de la couche d'eau superficielle. L'unité de longueur a est égale au rayon interne de déformation :

$$(7) \quad a = \frac{(\delta_0 g h)^{1/2}}{f}$$

où δ_0 désigne l'unité de différence de densité. Il est facile de voir que les unités de vitesse u_0, v_0, w_0 sont données par

$$(8) \quad u_0 = \frac{\tau}{\rho_0 f h}, \quad v_0 = (\delta_0 g h)^{1/2}, \quad w_0 = \frac{\tau}{\rho_0 (\delta_0 g h)^{1/2}}$$

Les expressions de u_0 et w_0 résultent de l'égalité du débit vers le large dans la couche superficielle (dérive d'Ekman) et du flux vers la côte dans la couche subsuperficielle.

L'équation (6) possède la propriété suivante : si ψ est une solution, une fonction quelconque de ψ , $G(\psi)$ est également une solution. Ainsi à partir de la solution élémentaire sous forme adimensionnelle

$$(9) \quad \psi = \frac{x}{z}$$

nous considérons la solution

$$(10) \quad \psi = -\operatorname{erf}(-x/z)$$

où erf désigne la fonction erreur (Angot, 1972)

$$(11) \quad \operatorname{erf}(S) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^S e^{-s^2} ds, \\ \operatorname{erf}(\infty) = 1.$$

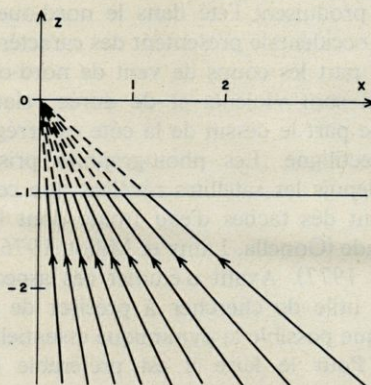


Fig. 1. — Lignes de courant ψ dans un plan normal à la côte (intervalles 0.1).

Stream lines ψ in a normal plane to the coast (lines in 0.1 increments).

La fonction de courant ψ (10) représente un puits à l'origine (point singulier). Il nous semble plus naturel de placer ce puits, non pas à la base de la couche superficielle, mais à la surface de celle-ci. Dans ces conditions, la solution (10) représente un mouvement ascendant dans la couche subsuperficielle ($Z < -1$ de profondeur infinie); et la zone d'exsurgence à la surface de cette couche subsuperficielle a une dimension finie, de l'ordre du rayon interne de déformation. Les composantes de la vitesse sont données par (sous forme adimensionnelle)

$$\begin{aligned}
 u &= -\frac{2x}{\sqrt{\pi} z^2} e^{-x^2/z^2}, \\
 (12) \quad w &= -\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2/z^2}, \\
 v &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ E_1\left(\frac{x^2}{\alpha^2}\right) - E_1\left(\frac{x^2}{z^2}\right) \right\},
 \end{aligned}$$

où E_1 désigne la fonction exponentiel-intégrale (Abramowitz, Stegun, 1970)

$$(13) \quad E_1(S) = \int_S^\infty \frac{e^{-s}}{s} ds,$$

et où la constante d'intégration est choisie de manière à ce que v s'annule à la profondeur $z = -\alpha$ ($\alpha > 1$). La vitesse parallèle à la côte est donc positive au-dessus de la profondeur $z = -\alpha$ et négative au-dessous. Les lignes de courant sont représentées sur la figure 1, et les variations des composantes de la vitesse avec x , à la surface de la couche subsuperficielle ($z = -1$), sont tracées sur la figure 2. Les relations (7) et (8) déterminent sans ambiguïté les caractères essentiels des exsurgences. Prenons en effet des données numériques typiques :

différence de densité	$\delta_0 = 1.10^{-3}$
épaisseur de la couche de mélange	$h = 30 \text{ m}$
paramètre de Coriolis à la latitude de 43°	$f = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$
tension exercée par un vent de 13 m/s	$\tau = 3. \text{c g s}$

Les relations (7) et (8) donnent :

rayon interne de déformation	$a = 5 \text{ km}$
vitesse parallèle à la côte	$v_0 = 55 \text{ cm/s}$
vitesse normale	$u_0 = 10 \text{ cm/s}$
vitesse ascendante	$w_0 = 5.10^{-2} \text{ cm/s}$

Ce modèle ne convient évidemment pas dans la couche superficielle où existe un flux d'eau froide mélangée vers le large. En outre, comme le mouvement est en réalité transitoire, ce schéma ne donne probablement pas une vue asymptotique mais plutôt une vue instantanée du mouvement à une certaine époque T après le début du coup de vent. Les observations montrent que les exsurgences s'établissent très rapidement. Nous pouvons donc admettre que cette époque T est donnée par la période d'inertie $2\pi/f$, à un facteur près proche de l'unité. Par ailleurs, l'extension L de la tache d'eau froide superficielle vers le large doit être proportionnelle à la durée du coup de vent,

$$(14) \quad L = u_0 t,$$

du moins si cette durée reste inférieure à celle corres-

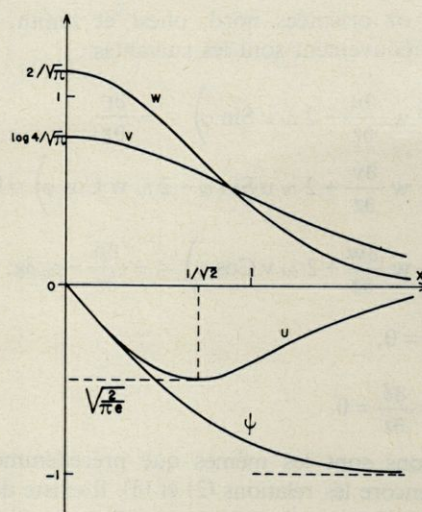


Fig. 2. - Composantes de la vitesse u, v, w , et fonction de courant avec la distance x à la côte, à la surface $z = -1$ de la couche subsuperficielle (grandeurs sans dimension).
Velocity components u, v, w and stream function with the distance x to the coast, at the surface $z = -1$ of the subsuperficial layer (nondimensional units).

pondant au régime asymptotique. Au bout d'une durée égale à la période d'inertie l'extension de la tache d'eau froide est donnée par $L = 2\pi a u_0/v_0$; elle est égale au rayon interne de déformation, à un facteur près. Nous avons donc la règle approchée suivante : pour un coup de vent d'une durée mesurée par un multiple de la période d'inertie, l'extension de la tache d'eau froide est donnée par le même multiple du rayon interne de déformation. Ainsi ce schéma inertiel très simple conduit à des résultats qui sont en accord avec les observations, au moins en première approximation. Il montre que les termes d'inertie engendrent un gradient vertical notable du jet parallèle à la côte qui tend à produire un sous-courant parallèle à la côte et de direction opposée à celle du courant de surface.

MOUVEMENTS DE CONVECTION INTENSES

Lors de la formation hivernale des eaux profondes la stratification est très faible, et proche de la stratification critique (période de Väisälä voisine de la période d'inertie), et les observations montrent qu'il se produit de manière intermittente des courants verticaux intenses. Nous supposons que les mouvements de convection rapides sont essentiellement inertiels et nous admettons pour simplifier qu'ils sont permanents et zonaux, c'est-à-dire indépendants de la variable est-ouest. Nous tenons compte de la composante horizontale de la rotation de la terre, et nous négligeons les variations de densité dans les termes de l'accélération (approximation de Boussinesq). Dans ces conditions, et avec des coordon-

nées ox , oy , oz orientées nord, ouest et zénith, les équations du mouvement sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \rho_0 \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - 2 \omega v \sin \varphi \right) &= - \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \rho_0 \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + w \frac{\partial v}{\partial z} + 2 \omega u \sin \varphi - 2 \omega w \cos \varphi \right) &= 0, \\ (15) \quad \rho_0 \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + 2 \omega v \cos \varphi \right) &= - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho_0 \delta g, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ u \frac{\partial \delta}{\partial x} + w \frac{\partial \delta}{\partial z} &= 0. \end{aligned}$$

où les notations sont les mêmes que précédemment. Nous avons encore les relations (2) et (3). Il existe donc une fonction de courant ψ , et la densité dépend uniquement de celle-ci. En posant

$$(16) \quad H = v + 2 \omega x \sin \varphi - 2 \omega z \cos \varphi,$$

nous pouvons écrire la seconde équation (15) sous la forme d'un Jacobien :

$$(17) \quad \frac{\partial (H, \psi)}{\partial (x, z)} = 0.$$

H est donc une fonction de ψ seulement. La première et la troisième équations (15) donnent alors, en éliminant la pression,

$$(18) \quad \frac{\partial}{\partial (x, z)} \{ \Delta \psi + 2 \omega \dot{H} (z \cos \varphi - x \sin \varphi) + g z \delta, \psi \} = 0.$$

Il en résulte, si K désigne une fonction de ψ ,

$$(19) \quad \Delta \psi + 2 \omega \dot{H} (z \cos \varphi - x \sin \varphi) + g z \delta = K(\psi).$$

En choisissant les fonctions δ , H et K suivantes

$$(20) \quad \delta = \frac{\lambda \psi^2}{2}, \quad H = - \frac{\mu \psi^2}{2}, \quad K = 0,$$

l'équation (19) s'écrit

$$\Delta \psi + \{ 2 \omega \mu (x \sin \varphi - z \cos \varphi) + \lambda g z \} \psi = 0.$$

Prenons maintenant des variables sans dimension. Puisque le nombre de Rossby est par hypothèse égal à un, les unités de longueur et de profondeur sont égales. Nous avons ainsi

$$(22) \quad a = h = \delta_0 g / 4 \omega^2,$$

$$(23) \quad u_0 = v_0 = w_0 = \delta_0 g / 2 \omega,$$

puis

$$(24) \quad \lambda = (2 \omega)^6 / g (\delta_0 g)^3, \quad \mu = (2 \omega)^5 / (\delta_0 g)^3.$$

L'équation (21) prend la forme adimensionnelle suivante

$$(25) \quad \Delta \psi + \{ x \sin \varphi + z (1 - \cos \varphi) \} \psi = 0,$$

et nous obtenons la solution à variables séparées

$$(26) \quad \begin{aligned} \psi &= X \cdot Z, \\ X &= \xi^{1/2} J_{1/3}(\xi^{3/2}), \\ Z &= \zeta^{1/2} J_{1/3}(\zeta^{3/2}), \\ \xi &= (4/9 \sin \varphi)^{1/3} x, \\ \zeta &= (4/9 (1 - \cos \varphi))^{1/3} z. \end{aligned}$$

La courbe qui est tracée sur la figure 3 montre que la longueur et la profondeur des cellules de convection sont déterminées par les zéros de $J_{1/3}$ (Abramovitz et Stegun, 1970).

La première racine est approximativement $C = 2,91$; et la longueur et la profondeur adimensionnelles de la cellule de convection sont données par

$$(27) \quad x_0 = 2.67 (\sin \varphi)^{-1/3}, \quad z_0 = 2.67 (1 - \cos \varphi)^{-1/3}.$$

Dans les conditions de formation hivernale d'eau profonde en Méditerranée occidentale, la latitude est approximativement égale à 43° et la densité critique $\delta_0 = 1.10^{-6}$. Nous avons donc à l'aide de (22), (23) et (27), $a = h = 5.10^4$ cm, $u_0 = v_0 = w_0 = 10$ cm/s, $a x_0 = 1,5$ km, $h z_0 = 2,1$ km. $a x_0$ et $h z_0$ représentent la largeur et la profondeur des cellules de convection.

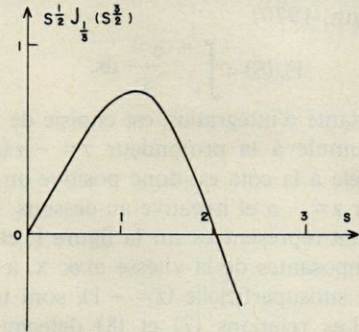


Fig. 3. - Variation de la fonction de courant ψ avec x ou z (grandeurs sans dimension).

Dependance of the stream function ψ with x or z (nondimensional units).

Dans le mouvement zonal la vitesse porte vers l'est en surface et vers l'ouest en profondeur, quel que soit le sens des mouvements de convection. Ainsi, cette solution particulière montre que la présence d'une masse d'eau légèrement plus dense, au voisinage de la stratification critique, et en régime inertiel et permanent, implique l'existence d'une cellule zonale de convection dont les dimensions sont de l'ordre du kilomètre et les vitesses de l'ordre de 10 cm/s. Ces valeurs s'accordent avec les observations et ont une signification dynamique précise et sans doute générale. En effet, il y a tout lieu de penser, qu'une circulation convective complètement tridimensionnelle présente des caractéristiques très peu différentes, et qu'en régime transitoire les dimensions et les vitesses de ces mouvements convectifs ne sont pas modifiées de manière notable. Naturellement ce modèle ne prétend pas décrire de manière complète le mécanisme de formation des eaux profondes, lequel fait intervenir en particulier des processus turbulents de mélange et de diffusion. Cependant nous pensons que le caractère inertiel des mouvements de convection rapides est dominant, c'est-à-dire que les termes d'inertie y jouent un rôle essentiel.

CONCLUSION

L'étude des observations et la réflexion théorique tendent à confirmer la nature à la fois transitoire et non linéaire des courants marins. Si l'on excepte les oscillations de courtes périodes (période d'inertie) qui sont spécifiques des régimes transitoires, l'analyse des mouvements inertiels permanents permet déjà de déterminer leurs dimensions et leurs vitesses caractéristiques. Ces analyses élémentaires montrent que les termes inertiels non linéaires ont, au moins, dans certaines régions et dans certaines conditions, une importance comparable à celle des termes de l'accélération dépendant du temps. Cette situation se trouve certainement réalisée dans les upwellings méditerranéens où les coups de vent sont à la fois violents et de courte durée. Quelle est alors l'action relative des termes transitoires et non linéaires de l'accélération ? Il est possible de retenir maintenant ces termes dans la modélisation numérique. Néanmoins il serait du plus grand intérêt, pour l'intelligence de la dynamique des courants marins, de trouver des solutions analytiques incluant à la fois les effets transitoires et non linéaires des termes de l'accélération.

BIBLIOGRAPHIE

- ABRAMOWITZ M. & I.A. STEGUN, 1970. - Handbook of mathematical functions. Washington, Natn. Bur. Stand. Monogr., 1046 p.
- ANGOT A., 1972. - Compléments de mathématiques. Paris, Masson, 869 p.
- GASCARD J.C., 1977. - Mouvements verticaux profonds en Méditerranée Nord-occidentale en hiver. *Ann. hydrogr.*, **5** (1) : 177-181.
- GONELLA J., A. LAMY & C. MILLOT, 1976. - Upwellings d'été sur la côte méditerranéenne française. *Rapp. P.-v. Réun. Commn int. Explor. Scient. Mer Méditerr.*, **23** (5) : 87-94.
- MILLOT C., 1976. - Specific features of the sea-shore circulation near Cap Leucate. *Mém. Soc. r. Sci. Liège*, **6** (10) : 227-245.
- MILLOT C., 1977. - Etude de la dynamique du plateau continental du Golfe du Lion. *Rapp. P.-v. Réun. Commn int. Expl. Scient. Mer Méditerr.*, **24** (2) : 43-44.
- O'BRIEN J.J., 1975. - Models of coastal upwelling. In : Numerical models of ocean circulation. Washington D.C., Academy of Sciences, pp. 204-215.
- O'BRIEN J.J. & al., 1977. - Upwelling in the ocean. In : KRAUS (E.B.) ed., Modelling and prediction of the upper layers of the ocean. Oxford, Pergamon Press, pp. 178-228.
- PEDLOSKY J., 1978. - An inertial model of steady coastal upwelling. *J. Phys. Oceanogr.*, **8** : 171-177.
- Weather in the Mediterranean. London, Her Majesty's Stationary Office. Vol. 1, 1962, 362 p.

Accepté le 14 décembre 1978.