



Ondes de Lamb et réfraction négative

François Legrand

► To cite this version:

François Legrand. Ondes de Lamb et réfraction négative. Acoustique [physics.class-ph]. Sorbonne Université, 2020. Français. NNT : 2020SORUS212 . tel-03420718v2

HAL Id: tel-03420718

<https://theses.hal.science/tel-03420718v2>

Submitted on 9 Nov 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale n° 564 : Physique en île de France

Doctorat Sorbonne Université

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

Sorbonne Université

Spécialité doctorale “Acoustique”

présentée et soutenue publiquement par

François LEGRAND

le 27 mars 2020

Ondes de Lamb et Réfraction Négative

Directrice de thèse : **Claire PRADA**

Co-directeur de thèse : **Alexandre AUBRY**

Jury

M Emmanuel Bossy,	Professeur des universités	Rapporteur
M Vincent Pagneux,	Directeur de recherche	Rapporteur
M Olivier Poncelet,	Chargé de Recherche	Examineur
M Tony Valier-Brasier,	Maître de conférence	Examineur
M Bruno Morvan,	Professeur des universités	Examineur
M Bernard Bonello,	Directeur de recherche	Examineur

ESPCI

Institut Langevin

UMR CNRS 7587, 1 rue Jussieu, Paris, France

Remerciements

Après ces années passées à l'institut Langevin, me voici amené à enfin rédiger ces remerciements. Je tiens à remercier chaleureusement Claire Prada et Alexandre Aubry, pour leur encadrement durant mon stage puis ma thèse. Cela fut un plaisir de travailler avec vous, votre confiance et votre patience m'ont permis de mener à bien ces recherches.

Je tiens à remercier également Jérôme Laurent qui m'a encadré et formé au niveau expérimental en particulier, durant la première partie de ma thèse. Je t'adresse donc un immense merci.

Je remercie également François Bruno qui après sa thèse et le départ de Jérôme est venu, lors d'un court post-doctorat, m'apporter une aide considérable d'un point de vue expérimental et un soutien lors des moments difficiles par lesquels passe un thésard.

Je veux exprimer ma gratitude envers MM. Vincent Pagneux et Emmanuel Bossy d'avoir bien voulu consacrer du temps à l'examen de mon travail. Je remercie également MM. Bernard Bonello, Olivier Poncelet, Bruno Morvan, et Tony Valier-Brasier de m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury.

Je tient également à remercier Sébastien Popoff pour le temps qu'il a consacré à répondre à mes nombreuses questions concernant les SLM.

J'en arrive à mes camarades, d'infortunes parfois. La liste est longue et non exhaustive, en quatre années on en rencontre du monde dans un laboratoire. Merci tout d'abord aux anciens qui ont soutenu il y a déjà plusieurs années avec lesquels nous j'ai beaucoup discuté au labo et en ligne : François Bruno et Clément Dupuy. Viennent ensuite les remerciements pour les formidables camarades étant passé ou présent dans le bureau R33 : Guillaume Blanquer, Guillaume d'Hardemard, William Lambert, Elise Gayet, Jeanne Heintz, Gauthier Roubaud, Benjamin Apffel et Guillaume Noettinger. Que de moments formidables passés, des discussions politiques, culturelles et grivoises. Pendant le meilleur et le pire de ma thèse, vous avez été présents avec vos vannes et votre soutien, merci. Et enfin les doctorants n'ayant pas eu le plaisir d'être dans le bureau de l'ambiance, mais squattant régulièrement son canapé : Margaux Thieurry, Romain Monssarat et tant d'autres.

Enfin, à la différence des amis on ne la choisie pas mais je n'aurais pu mieux tomber : merci à la famille ! En particulier à mes parents et mes sœurs.

Je conclus en remerciant Chloé, ton amour est à la fois un support indéfectible sur lequel j'ai pu me reposer lors des moments les plus éprouvants de cette aventure parisienne et un exhausteur de saveur des instants heureux, les rendant fabuleux. Je te dis oui et merci pour ces moments merveilleux passés et à venir.

Table des matières

Table des matières	v
Introduction	1
0.1 Références	3
1 Réfraction négative des ondes de Lamb	5
1.1 Introduction	6
1.2 Milieux à indice négatif et onde rétrograde	6
1.3 Réfraction négative	8
1.4 Matériaux artificiels à indice de réfraction négative	9
1.5 Les ondes de Lamb : Candidates idoines pour une réfraction négative "naturelle"	12
1.6 Génération des ondes de Lamb	17
1.7 Objectifs	19
1.8 Références	20
2 Étude théorique de la réfraction négative des ondes de Lamb	27
2.1 Introduction	28
2.2 Rappels sur les ondes élastiques dans les plaques isotropes [12]	28
2.3 Étude de la réfraction négative au passage d'une marche d'épaisseur	35
2.4 Inversion du problème	38
2.5 Validation du modèle	39
2.6 Optimisation du phénomène de réfraction négative	41
2.7 Réalisation expérimentale : Lentille plate à réfraction négative	46
2.8 Conclusion et perspectives	49
2.9 Références	49
3 Des milieux complémentaires à la lentille parfaite	53
3.1 Introduction	54
3.2 Bandes Complémentaires : annulation de la diffraction des ondes	54
3.3 Camouflage d'un diffuseur par son anti-objet	62
3.4 Étude du double coin : Piégeage des ondes	68
3.5 Vers une lentille parfaite pour les ondes de Lamb	74
3.6 Conclusion et perspectives	80

3.7	Références	81
4	Génération monochromatique et spatialement structurée des modes de Lamb au voi-	
	sinage du point ZGV	85
4.1	Introduction	87
4.2	Rappels sur les modes ZGV	87
4.3	Génération du ZGV avec une onde continue modulée : Dispositif expérimental .	90
4.4	Étude fréquentielle des modes de Lamb autour du point ZGV dans une plaque d'épaisseur homogène	93
4.5	Illumination spatialement structurée pour contrôler l'excitation des modes de Lamb	100
4.6	Excitation annulaire dans une plaque d'épaisseur homogène	103
4.7	Modes de Lamb supportés par une plaque rugueuse au voisinage du point ZGV .	106
4.8	Conclusion et perspectives	115
4.9	Références	116
	Conclusion	119
A	Annexes	I
A.1	Méthode de Muller	I
A.2	Décomposition modale	II
A.3	Détails concernant la prédiction théorique du champ d'onde en présence d'une lentille à réfraction négative	IV
A.4	Calibration du SLM	V
A.5	Algorithme de Grechberg-Saxton	VII
A.6	Expression théorique du champ induit par la réflexion négative dans une cavité [8]	VII
A.7	Références	VIII

Introduction générale

« It is hardly to be expected that the notion of a negative group-velocity will have any very important physical application »

Horace Lamb, *On group-velocity*,
1904

Quelle que soit la nature des ondes, leur contrôle est d'un intérêt fondamental pour de nombreuses applications allant de l'imagerie du vivant au contrôle non destructif dans l'industrie en passant par les télécommunications et la défense. Au cours des dernières décennies, de nombreux travaux de recherche ont été menés pour le contrôle des ondes dans des structures de type guide d'onde et plus généralement dans les milieux complexes. D'une part, il a été montré que l'on peut tirer profit de la complexité du milieu pour focaliser des ondes en les contrôlant de manière active et cohérente avant leur entrée dans le milieu en question. Ceci peut être réalisé dans le domaine temporel en utilisant le concept de retournement temporel [1, 2], qui a été démontré à l'origine en acoustique, ou dans le domaine spatial en utilisant les techniques de façonnage du front d'onde développées plus récemment en optique [3]. D'autre part, on peut forcer une onde à se propager suivant un chemin désiré en concevant soi-même le milieu de propagation. Cela peut être réalisé en utilisant le concept de cristaux photoniques et phononiques [4, 5] qui repose sur la formation de bandes interdites par interférences de Bragg, ou en optant pour des méta-matériaux, structurés à l'échelle sub-longueur d'onde par des éléments résonants conférant des propriétés inédites au matériau à l'échelle macroscopique [6]. L'avènement de telles structures a provoqué l'essor du concept fascinant de réfraction négative et a ouvert la voie à la notion de lentille parfaite [7] et à la capacité de dépasser la limite de diffraction en imagerie. Il a également donné naissance à la notion de milieux complémentaires [4, 8] et à la capacité d'annuler la propagation des ondes en jouxtant deux régions miroir d'indices de réfraction opposés. Cependant, la réfraction négative est obtenue en pratique pour des méta-matériaux résonants, ce qui les rend particulièrement absorbants. Ceci a empêché toute implémentation expérimentale réellement convaincante de tous ces concepts, certes élégants théoriquement, mais qui restent chimère pour les expérimentateurs.

Les ondes élastiques guidées, communément appelées ondes de Lamb, sont des candidates idoine pour l'application du concept de réfraction négative. D'une part, elles présentent un caractère dispersif riche et complexe, avec notamment, l'existence de points à vitesse de groupe nul au-dessus desquels cohabitent des modes à vitesse de phase positive et négative. En modifiant de manière abrupte l'épaisseur d'une plaque, un mode à vitesse de phase positive peut être converti en un mode à vitesse de phase négative, donnant lieu ainsi aux phénomènes de réfraction et réflexion négatives [9]. Par ailleurs, les ondes de Lamb présentent des coefficients d'absorption relativement faibles en comparaison avec les ondes supportées par les métamatériaux. Enfin, elles suscitent un intérêt croissant pour la recherche. Elles sont par exemple extrêmement utiles pour le contrôle de santé intégré notamment en ce qui concerne la détection de fissures dans les plaques et tubes, comme les coques d'avion ou les tuyaux par exemple [10]. La focalisation des ondes de Lamb et l'exaltation locale du champ de déplacement dans une plaque est particulièrement intéressant pour les capteurs de tous types [11] (chimique, pression, thermique, etc.). En particulier, une focalisation sub-longueur d'onde irait de pair avec une grande amplification du champ de déplacement local ce qui peut améliorer considérablement la sensibilité et l'efficacité de ces dispositifs. Enfin, les ondes Lamb peuvent également être utilisées pour des filtres analogiques à ondes de surface [12]. De tels composants sont utilisés dans notre vie quotidienne pour communiquer et transmettre des informations, par exemple dans les domaines de la téléphonie mobile, de la télévision et de la radio. Contrôler la propagation des ondes de Lamb dans ce type de dispositifs multiplierait les fonctionnalités qui peuvent être assurées par un seul appareil.

Cette thèse s'inscrit dans la continuité de celle de Benoît Gérardin qui avait notamment étudié le phénomène de réflexion négative et démarré l'étude des milieux complémentaires [13], travaux auxquels j'avais lors de mon stage de Master. Dans le cadre de cette thèse, j'ai poursuivi l'étude de la réfraction négative des ondes de Lamb et je me suis intéressé à la manière dont on pouvait les manipuler à partir de tous les concepts sus-mentionnés. Inspiré par les travaux théoriques de Benoît Gérardin sur le processus de réflexion négative [14], la première partie de ma thèse a consisté à développer un modèle analytique pour décrire la conversion entre modes à vitesse de phase positive et négative au niveau d'une marche d'épaisseur. Ce modèle permet de déterminer les paramètres physiques les plus favorables au phénomène de réfraction négative, pour ensuite l'étudier expérimentalement.

D'un point de vue numérique, un code aux différences finies (Simsonic [15]) nous a permis de fixer les conditions expérimentales pour l'implémentation de dispositifs basés : (i) sur les idées de milieux complémentaires et la possibilité d'annuler la propagation d'une onde pour la piéger ou rendre invisible certaines parties du milieu de propagation; (ii) sur la notion de lentille parfaite afin de focaliser les ondes de Lamb sous la limite imposée par la diffraction. Une étude expérimentale des systèmes préalablement optimisés a ensuite été menée au moyen d'expériences ultrasons-laser. Les mesures ont en partie confirmé nos prédictions théoriques mais ont également montré l'extrême sensibilité de ces concepts théoriques à la moindre im-

perfection dans le façonnage des plaques. Elles ont également pointé le caractère particulièrement monochromatique des effets recherchés.

Ces difficultés expérimentales ont motivé le développement d'un nouveau dispositif permettant l'étude du comportement des ondes de Lamb dans un régime monochromatique. En combinant les méthodes ultrasons-laser à des techniques de contrôle du front d'onde, nous avons pu sonder de manière extrêmement précise les modes de Lamb autour du point à vitesse de groupe nul. Nous avons ainsi mis en évidence l'existence de modes localisés, éventuellement sub-longueur d'onde, à la surface de la plaque. Ces modes peuvent être induits par les aspérités de la plaque ou un gradient local de température. Le rôle des modes de Lamb inhomogènes (évanescents) issus du point ZGV est mis en lumière.

Ce manuscrit est divisé en quatre chapitres :

- Le chapitre 1 dresse un rapide état de l'art des méthodes utilisées pour réaliser des milieux présentant un indice de réfraction négatif. Il présente également les ondes de Lamb et leurs particularités conduisant au phénomène de réfraction négative. Enfin, les méthodes permettant de générer les ondes de Lamb dans une plaque sont exposées.
- Le chapitre 2 décrit le modèle semi-analytique développé pour prédire les coefficients de réflexion et de transmission des modes de Lamb sur une marche d'épaisseur. Ce modèle est ensuite utilisé pour évaluer la réfraction négative en fonction des caractéristiques de la plaque (matériau, épaisseur) et de l'onde incidente (fréquence, angle d'incidence).
- Le chapitre 3 présente les études numériques et expérimentales de dispositifs mettant en œuvre le principe de milieux complémentaires. Le premier dispositif permet d'annuler la propagation dans une portion du milieu en adjoignant deux bandes d'indices de réfraction opposés. Ce principe est ensuite étendu pour des formes quelconques permettant alors d'annuler la diffusion de l'onde par un objet, le rendant alors invisible. Le dernier dispositif permet de piéger une onde par réfractions négatives successives. En fin de ce chapitre est présentée une étude numérique visant à réaliser une lentille permettant de vaincre la limite de diffraction pour les ondes de Lamb.
- Le chapitre 4 propose un nouveau dispositif expérimental que nous avons mis en place durant ma thèse pour étudier les ondes de Lamb avec une génération monochromatique et sélective spatialement. Pour cela, nous utilisons une diode laser modulée temporellement et un modulateur spatial de lumière qui permet de façonner la source laser. Ce dispositif est alors utilisé pour étudier le comportement des modes de Lamb au voisinage du mode à vitesse de groupe nulle, là où coïncident modes prograde et retrograde.

0.1 Références

- [1] Mathias Fink. Time reversal of ultrasonic fields. i. basic principles. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 39(5) :555–566, 1992. 1

- [2] C Prada and Mathias Fink. Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media. *Wave motion*, 20(2) :151–163, 1994. 1
- [3] I M Vellekoop and AP Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics letters*, 32(16) :2309–2311, 2007. 1
- [4] M Notomi. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Physical Review B*, 62(16) :10696, 2000. 1
- [5] Suxia Yang, JH Page, Zhengyou Liu, ML Cowan, CT Chan, and Ping Sheng. Focusing of sound in a 3d phononic crystal. *Physical review letters*, 93(2) :024301, 2004. 1
- [6] D R Smith, W J Padilla, DC Vier, S C Nemat-Nasser, and S Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical review letters*, 84(18) :4184, 2000. 1
- [7] J B Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85(18) :3966, 2000. 1
- [8] JB Pendry and S Anantha Ramakrishna. Focusing light using negative refraction. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 15(37) :6345, 2003. 1
- [9] F D Philippe, Todd W Murray, and C Prada. Focusing on plates : controlling guided waves using negative refraction. *Scientific reports*, 5, 2015. 2
- [10] Josef Krautkrämer and Herbert Krautkrämer. Ultrasonic testing by determination of material properties. In *Ultrasonic Testing of Materials*, pages 528–550. Springer, 1990. 2
- [11] D Royer and E Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides : propagation libre et guidée*. Masson, 1996. 2
- [12] DeLamar T Bell and Robert CM Li. Surface-acoustic-wave resonators. *Proceedings of the IEEE*, 64(5) :711–721, 1976. 2
- [13] Benoit Gérardin. *Manipulation et contrôle d'ondes élastiques guidées en milieux complexes*. PhD thesis, Sorbonne Paris Cité, 2016. 2
- [14] Benoît Gérardin, Jérôme Laurent, C Prada, and Alexandre Aubry. Negative reflection of lamb waves at a free edge : Tunable focusing and mimicking phase conjugation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 140(1) :591–600, 2016. 2
- [15] Emmanuel Bossy, Maryline Talmant, and Pascal Laugier. Three-dimensional simulations of ultrasonic axial transmission velocity measurement on cortical bone models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(5) :2314–2324, 2004. 2

Chapitre 1

Réfraction négative des ondes de Lamb

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.2	Milieux à indice négatif et onde rétrograde	6
1.3	Réfraction négative	8
1.4	Matériaux artificiels à indice de réfraction négative	9
1.4.1	Matériaux structurés à l'échelle de la longueur d'onde	10
1.4.2	Matériaux résonants à une échelle sub-longueur d'onde	11
1.5	Les ondes de Lamb : Candidates idoines pour une réfraction négative "naturelle"	12
1.5.1	Ondes élastiques guidées	12
1.5.2	Ondes de Lamb	13
1.5.3	Réfraction négative des ondes de Lamb	14
1.5.4	Réflexion négative du mode rétrograde	15
1.6	Génération des ondes de Lamb	17
1.6.1	Génération en contact	17
1.6.2	Génération optique	17
1.6.3	Façonnage de la source	18
1.7	Objectifs	19
1.8	Références	20

1.1 Introduction

Ces trente dernières années, de nombreuses études ont été menées sur le sujet du contrôle des ondes. Une approche envisagée est de forcer une onde à se propager suivant un chemin désiré ou optimiser sa focalisation en un point précis en concevant le milieu de propagation. Ce contrôle peut être réalisé par l'intermédiaire de cristaux photoniques (ou phononiques) [1–7] en exploitant la dispersion au voisinage de bandes interdites; ou en optant pour les métamatériaux [8–10], milieux structurés à l'échelle sub-longueur d'onde par des éléments résonants qui confèrent des propriétés inusuelles comme la réfraction négative.

Dans les années 40, Mandelshtam prévoit le phénomène de réfraction négative au passage d'une interface entre deux milieux de vitesses de phase opposées [11]. Sivukhin en 1957 [12] imagine des matériaux à indice négatif qui doivent présenter des paramètres constitutifs simultanément négatifs. Puis en 1968, Veselago conceptualise, en utilisant la réfraction négative entre deux milieux d'indice opposé, la lentille plate permettant de focaliser une onde sans soucis d'aberrations [13]. Dans les années 2000, Pendry remet ce concept au goût du jour avec la notion de lentille parfaite [14]. De telles propriétés nécessitent l'élaboration de métamatériaux basés sur des éléments résonants et donc fortement dissipatifs. Ceci a singulièrement limité les champs d'applications de la réfraction négative alors qu'elle permet en théorie d'accéder à des propriétés exceptionnelles comme l'invisibilité [15] ou la super-résolution en imagerie [14]. Pour tenter de combler le fossé entre les prédictions théoriques prometteuses et leur difficile mise en pratique expérimentale, nous nous sommes intéressés aux ondes élastiques guidées qui peuvent présenter, sous certaines conditions, une vitesse de phase négative [16]. Les ondes de Lamb constituent en effet des candidates idoine pour la réalisation expérimentale des concepts liés à la réfraction négative [17].

1.2 Milieux à indice négatif et onde rétrograde

En 1957, Sivukhin imagine des milieux ayant une permittivité électrique ϵ et une perméabilité magnétique μ simultanément négatives. Les ondes électromagnétiques s'y propagent avec un nombre d'onde réel dont la norme est donnée par $|k|^2 = \epsilon\mu\omega^2$. La particularité de ces ondes est que leur flux d'énergie défini par le vecteur de Poynting est dans une direction opposée à celle du vecteur d'onde. Un milieu supportant ce type d'onde sera par la suite qualifié de matériau à indice négatif (MIN).

Dans cette section, nous introduisons les grandeurs physiques permettant de décrire un milieu à indice négatif et une onde rétrograde.

Description générale

Soit un paquet d'onde, se propageant au sein d'un milieu isotrope dans la direction x_1 (cf Fig 1.1),

$$\psi(x_1, t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega/2}^{\omega_0 + \Delta\omega/2} \psi(\omega) e^{i(kx_1 - \omega t)} d\omega, \quad (1.1)$$

avec ω_0 la pulsation centrale du paquet d'onde, $\Delta\omega \ll \omega_0$ sa largeur spectrale et k son nombre d'onde. Ce paquet d'onde possède deux vitesses caractéristiques. La première est la vitesse de phase,

$$v_\phi(\omega_0) = \frac{\omega_0}{k}. \quad (1.2)$$

Elle correspond à la vitesse de propagation de fronts d'ondes à la pulsation ω . La seconde est la vitesse de groupe, traduisant le caractère polychromatique du paquet d'onde. Elle est définie comme le gradient de la relation de dispersion,

$$\mathbf{v}_g(\omega_0) = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{\omega=\omega_0} \hat{x}_1, \quad (1.3)$$

où $\hat{x}_1$ est le vecteur unitaire selon la direction x_1 . Elle représente, physiquement, la vitesse de propagation de l'enveloppe du paquet d'onde. De plus, elle indique la direction du vecteur de Poynting Π . Le flux de ce vecteur à travers une surface $\mathcal{S}$ correspond à la puissance $\mathcal{P}$ transportée à travers cette dernière,

$$\mathcal{P} = \iint_{\mathcal{S}} \Pi \cdot \mathbf{n} d\mathcal{S}, \quad (1.4)$$

où $\mathbf{n}$ est le vecteur normal à la surface. La dernière grandeur physique que nous souhaitons définir est l'indice de réfraction. Celui-ci est défini par rapport à une vitesse de référence c_0 . L'indice de réfraction n associé à la pulsation ω et au nombre d'onde k s'exprime ainsi :

$$n = c_0 \cdot \frac{k}{\omega} = \frac{c_0}{v_\phi}. \quad (1.5)$$

Cas d'un milieu à indice négatif

Dans un MIN, le vecteur d'onde est anti-parallèle au vecteur de Poynting : les fronts d'ondes se déplacent donc dans le sens opposé à celui de l'enveloppe du paquet d'onde [Fig. 1.1]. Une telle onde est appelée onde rétrograde (*backward waves*) ou onde à vitesse de phase négative.

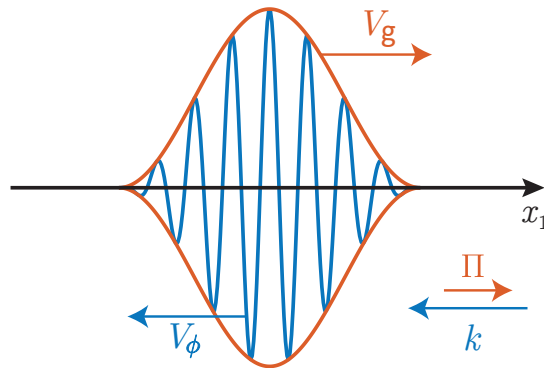


FIGURE 1.1 – Dans les MIN, le vecteur de poynting et le vecteur d'onde sont de directions opposées. Il en est de même pour la vitesse de phase et de groupe.

Pour obtenir un tel milieu, il faut que ses paramètres constitutifs soient simultanément

négatifs. Dans le cas des ondes électromagnétiques il s'agit de la permittivité électrique ϵ et de la perméabilité magnétique μ [13]. Pour les ondes acoustiques, ces paramètres sont la masse volumique ρ et la compressibilité χ [18]. Dans la nature, de tels matériaux n'existent pas. Avant de décrire en section 1.4 les stratégies employées pour les fabriquer, nous nous attardons sur les phénomènes les plus fascinants que permet en théorie la réfraction négative et qui ont suscité beaucoup d'intérêt dans la communauté scientifique.

1.3 Réfraction négative

Un des effets les plus évidents de ces MIN concerne la réfraction d'une onde à l'interface entre deux milieux d'indice n_1 et n_2 . Selon la loi de Snell-Descartes, une onde incidente d'angle θ_i est réfractée selon l'angle θ_t satisfaisant l'équation :

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t). \quad (1.6)$$

Dans le cas *habituel* de deux milieux d'indices positifs, les rayons incidents et réfractés se situent de part et d'autre de la normale à l'interface (cf Fig. 1.2(a)). Dans le cas *inhabituel* de milieux d'indices opposés, le rayon incident est réfracté avec un angle opposé, les rayons incidents et réfractés se situent donc du même côté de la normale à l'interface (cf Fig. 1.2(b)).

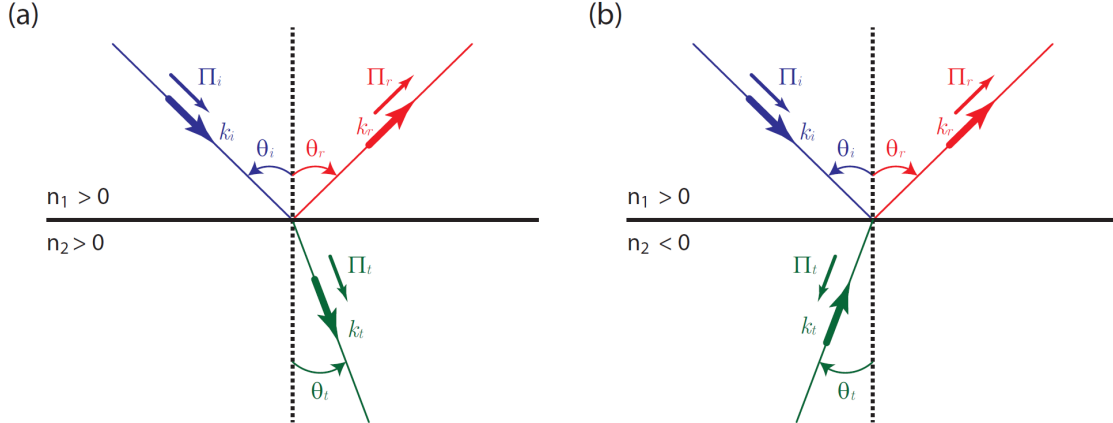


FIGURE 1.2 – Figure adaptée de [11]. Representation de la réfraction et la réflexion à l'interface entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 . (a) n_1 et n_2 sont positifs, l'onde est alors réfléchiée et réfractée de l'autre côté de la normale à l'interface. (b) n_1 et n_2 sont de signe opposés. L'onde est ici réfractée du même côté de la normale que l'onde incidente.

En 1968, Veselago discute l'effet d'une tranche de MIN de largeur L sur une onde émise en un point à une distance d inférieure à L [13]. La double réfraction négative induite par les deux interfaces du MIN engendre deux focalisations successives de l'onde, à l'intérieur puis à l'extérieure du matériau (cf Fig. 1.3(a)). Le dispositif se comporte donc comme une lentille *plate* dont la simplicité géométrique permet de s'affranchir des aberrations géométriques et des réflexions parasites. Un tel dispositif est un instrument d'optique absolu dans le sens où il

reproduit stigmatiquement un domaine tridimensionnel [19, 20] : la couche d'épaisseur d située en amont de la tranche à MIN est en effet reproduite à l'identique en aval de la tranche à MIN. Un tel dispositif est donc un système d'imagerie 3D. On notera que, bien qu'il soit communément utilisé et repris ici, le terme de lentille est quelque peu abusif. En effet, le dispositif décrit par Veselago ne permet pas de focaliser un faisceau incident parallèle ni de magnifier l'image d'un objet.

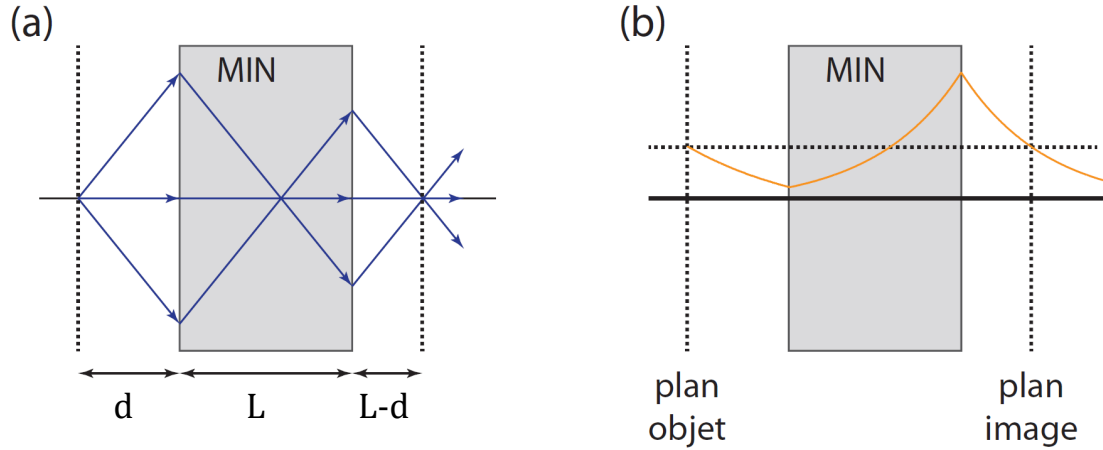


FIGURE 1.3 – (a) Tracé des rayons issus d'un point source situé à une distance d à l'extérieur de la lentille plate d'épaisseur L . On note, une première focalisation à l'intérieur de la lentille puis une seconde à une distance $2L$ de l'objet. (b) Représentation en amplitude du champ évanescent. Celui-ci décroît dans le milieu d'indice positif, puis est amplifié par le milieu d'indice négatif. Dans le plan image, l'amplitude du champ évanescent est alors identique à celle dans le plan objet.

Cette prédiction de Veselago est restée méconnue pendant une trentaine d'années avant que John Pendry ne relance le sujet en 2000. Dans un article pionnier [14], il a en effet prouvé qu'une tranche de MIN ne focalisait pas seulement les ondes propagatives mais permettait également d'amplifier les ondes évanescentes sans briser la conservation de l'énergie (cf Fig. 1.3(b)). Une lentille à MIN est donc parfaite dans le sens où son pouvoir de résolution n'est pas limitée par la diffraction et peut être plus fin que la demi longueur d'onde. L'intérêt de la réfraction négative ne se limite cependant pas à la lentille parfaite, mais conduit aussi au concept de *milieux complémentaires* qui sera développé dans le chapitre 3. Cet intérêt s'est traduit par de nombreuses études menées pour fabriquer des matériaux artificiels à indice de réfraction négatifs. Les différentes stratégies employées et leurs limites sont décrites dans la section suivante.

1.4 Matériaux artificiels à indice de réfraction négative

Diverses stratégies ont été utilisées afin de modifier les propriétés du milieu de propagation. La structuration périodique des éléments constitutifs du milieu de propagation permet d'obtenir des propriétés effectives de propagation particulières dépendant fortement de la géométrie de la structure. On peut différencier ces matériaux artificiels en fonction de l'échelle de

la structuration par rapport à la longueur de l'onde se propageant dans le milieu. On parle ainsi de :

- cristaux photoniques (ou phononiques pour les ondes acoustiques) pour les milieux structurés à l'échelle de la longueur d'onde utilisant alors les interférences de Bragg entre les diffuseurs,
- métamatériaux pour les milieux structurés à une échelle inférieure à la longueur d'onde, ce qui entraîne une hybridation entre l'onde et chaque résonateur du milieu.

1.4.1 Matériaux structurés à l'échelle de la longueur d'onde

Les cristaux photoniques sont des structures dont l'indice diélectrique varie périodiquement sur des échelles de l'ordre des longueurs d'onde avec lesquelles ils interagissent. L'agencement périodique de la structure fait apparaître des bandes fréquentielles pour lesquelles la propagation dans le milieu est impossible. On les appelle *bandes interdites*. Dans ces bandes, aucune solution propagative à l'équation d'onde n'existe, ce qui entraîne une grande réflectivité. C'est cette propriété qui est la plus utilisée dans la majorité des applications des cristaux photoniques, comme la formation de cavités lasers [21], le contrôle de l'émission spontanée de photons [22] ou encore le guidage des ondes [23] nécessaire à tout circuit optique.

Ce phénomène est appelé *diffraction de Bragg*. L'insertion d'un arrangement périodique de diffuseurs modifie complètement la propagation de l'onde dans le milieu. En effet, il apparaît alors sur les courbes de dispersion une structure en bandes liée à la périodicité. Cela se traduit, sur les courbes de dispersion, par un effet de répulsion aux intersections des branches à pente positive et négative qui résulte en l'impossibilité de toute propagation dans ces bandes.

Cette répulsion entraîne également l'existence d'ondes pour lesquelles le vecteur d'onde et le vecteur de Poynting sont anti-parallèles, donc associées à un indice négatif [2, 3]. Notomi envisage une stratégie utilisant cette propriété dans les cristaux photoniques [1] afin de réaliser un phénomène de réfraction négative des ondes électromagnétiques. Ensuite, l'utilisation de ces cristaux afin de créer des lentilles plates a été décrite théoriquement par Luo [24] puis effectuée dans le domaine des micro-ondes [25, 26]. Pour les ondes acoustiques, s'est développée en parallèle l'étude des cristaux phononiques (pendant acoustique des cristaux photoniques) [4–7]. Le contraste d'indice est alors obtenu par l'utilisation de milieux de rigidité et/ou densité différentes. Ainsi, des structures périodiques 2D [27] ou 3D [28] composées de billes ou cylindres de matériaux durs (acier, tungstène...) dans des matrices fluides ou relativement compressibles (air, epoxy, polystyrène, etc) présentent une structure de bande avec notamment l'émergence de bandes interdites. En utilisant les interférences de Bragg, la réfraction négative des ondes élastiques a pu être mise en évidence [29–32]. Les cristaux phononiques présentent une diffusion multiple, or une approche en considérant des résonateurs à des échelles très petites devant la longueur d'onde permet de négliger ces effets de diffusion multiple. Ces matériaux sont alors traités comme des milieux homogènes à l'échelle macroscopique dont les propriétés ne résultent que de la nature des résonateurs. Ces matériaux composites résonants sont appelés métamatériaux.

1.4.2 Matériaux résonants à une échelle sub-longueur d'onde

Les métamatériaux sont des matériaux composites, formés d'atomes artificiels, parfois appelés méta-atomes, dont les propriétés (géométrie et composition) définissent la réponse macroscopique à une excitation ondulatoire. Ces méta-atomes sont très petits devant les longueurs d'onde mises en jeu et sont organisés sur une échelle sub-longueur d'onde. Les métamatériaux sont donc inhomogènes à l'échelle de leurs inclusions, cependant leur réponse macroscopique s'exprime en terme de paramètres effectifs (μ_{eff} et ϵ_{eff} en électromagnétisme, et ρ_{eff} et χ_{eff} en acoustique). Cela s'explique par le fait que l'on peut homogénéiser et moyenniser la réponse d'un grand nombre de méta-atomes qui sont supposés voir le même champ incident.

Le premier MIN a été conçu dans le domaine des micro-ondes par Smith *et al* [33]. Il associait deux inclusions élémentaires au sein d'une même matrice : des fils métalliques d'une part et des résonateurs à anneaux fendus d'autre part. Les travaux de Pendry et collaborateurs avaient préalablement montré que ces inclusions permettaient au milieu de présenter respectivement une permittivité électrique effective ϵ_{eff} négative [34] et une perméabilité magnétique effective μ_{eff} négative [35]. Grâce à une miniaturisation des blocs élémentaires et une meilleure maîtrise des pertes par dissipation, des métamatériaux dans le domaine des ondes visibles ont alors pu être réalisés en 2008 par Valentine [9].

Le développement de méta-matériaux dans le domaine des ondes électromagnétiques a rapidement suscité de l'intérêt dans les autres domaines de la physique des ondes, en particulier celui des ondes acoustiques et élastiques. Par analogie avec les ondes électromagnétiques, la conception de MIN pour les ondes acoustiques se base sur la création d'un milieu pour lequel les paramètres effectifs du milieu sont simultanément négatifs [18]. En 2010, de tels milieux ont pu être réalisés, par l'équipe de Lee, sous la forme de méta-matériaux acoustiques [10] décrits à la fois par une masse volumique effective négative et un module de compressibilité effectif négatif. Cela a ensuite permis à Kaina d'observer expérimentalement le phénomène de réfraction négative en acoustique [36]. Plus récemment encore, l'utilisation de métamatériau acoustique a permis d'imiter le fonctionnement de la cochlée humaine [37].

En ce qui concerne la réalisation de métamatériaux pour les ondes élastiques, le défi s'est avéré plus compliqué, car les ondes de compression et de cisaillement sont intrinsèquement couplées avec les structures micro structurées. Des métamatériaux dans le domaine des ondes élastiques ont cependant été réalisés par Rupin et Du [38, 39]. La réfraction négative dans un métamatériau pour les ondes élastiques a pu être réalisée pour des ondes se propageant dans des plaques minces par Zhu en 2014 [40].

Ces études ont démontré des réalisations expérimentales de la réfraction négative. Cependant les performances de ces prototypes demeurent grandement freinées par les pertes associées à leur structure résonante. Ainsi, à notre connaissance, aucun de ces matériaux artificiels n'a mis en évidence une exaltation du champ proche et la possibilité de réaliser une lentille parfaite telle qu'imaginée par Pendry à l'origine. L'objectif de cette thèse est donc de trouver une nouvelle voie plus "naturelle" pour la réfraction négative. Comme nous allons le voir, les

ondes élastiques guidées, communément appelées ondes de Lamb, sont les candidates idoines pour une étude expérimentale du phénomène de réfraction négative.

1.5 Les ondes de Lamb : Candidates idoines pour une réfraction négative "naturelle"

Dans cette section, nous décrivons les propriétés physiques des ondes de Lamb. Nous mettons notamment en exergue la richesse de leur comportement dispersif, en particulier l'existence de points à vitesse de groupe nulle [41] au dessus desquels coexistent des modes à vitesse de phase positive et négative. Enfin, d'un point de vue plus pratique, nous dresserons un bref état de l'art des méthodes ultrasons-laser qui ont été utilisées jusqu'à maintenant pour exciter et mesurer ces modes.

1.5.1 Ondes élastiques guidées

Les ondes élastiques guidées sont de nature différentes selon la géométrie du milieu et le domaine de fréquence : il peut s'agir d'ondes de surface (ondes de Rayleigh), d'ondes de plaque (ondes de Lamb et ondes transverses horizontales –ou *Shear Horizontal*–), ou encore d'autres types d'onde tels que les ondes d'interfaces (ondes de Stoneley et ondes de Scholte) ou les ondes de Love [42].

L'onde de Rayleigh est une onde guidée se propageant à la surface d'un solide, dont l'énergie est confinée sur une épaisseur de l'ordre d'une longueur d'onde. Elle n'est pas dispersive et sa vitesse de phase est inférieure à la vitesse des ondes transverses c_T [43]. Quant aux ondes de Lamb, Royer et Dieulesaint les définissent de la manière suivante :

Dans un solide isotrope limité par deux surfaces libres parallèles, l'onde guidée normale à deux composantes est appelée onde de Lamb. Une façon d'interpréter la formation d'une onde de Lamb consiste à constater que les ondes de Rayleigh peuvent se propager indépendamment sur chaque face libre de la plaque tant que son épaisseur est grande devant leur longueur d'onde . Quand l'épaisseur de la plaque devient de l'ordre de grandeur de λ , les composantes longitudinale et transversale des ondes de Rayleigh se couplent et donnent naissance à des déformations de la plaque symétriques ou anti-symétriques [42].

Le couplage entre composantes longitudinales et transverses s'explique par le fait qu'à chaque interface une onde est convertie partiellement en chacune des polarisations (cf figure 1.4). La combinaison de ces ondes partielles forme alors deux familles infinies de modes guidés, les fameux modes de Lamb. On distingue les modes symétriques pour lesquels de part et d'autre du plan médian, les composantes longitudinales sont égales et les composantes transversales sont opposées, des modes anti-symétriques, pour lesquels les composantes longitudinales sont opposées et les composantes transversales sont égales. Leurs allures sont données sur la figure 1.5.

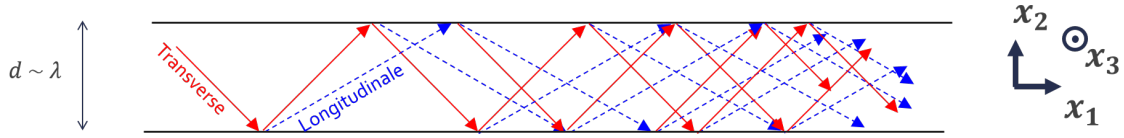


FIGURE 1.4 – Figure adaptée de [42]. Représentation de la propagation des ondes dans la plaque. Les composantes longitudinales (L) et transverse verticale (TV) progressent suivant x_1 en se réfléchissant successivement sur l'une puis l'autre face de la plaque. À chaque réflexion, la composante TV(L) engendre une composante L(TV)

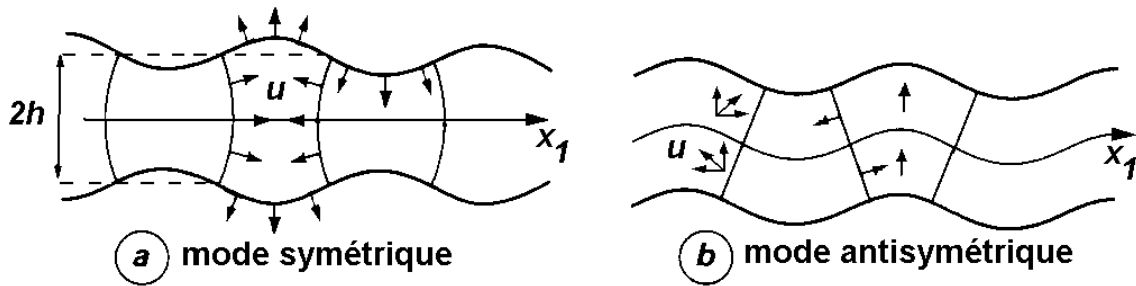


FIGURE 1.5 – Champ de déplacement associé aux modes de Lamb symétriques et antisymétriques [42]

1.5.2 Ondes de Lamb

La propagation des ondes de Lamb est associée à une relation de dispersion complexe, régie par l'équation de Rayleigh-Lamb [42]. L'expression analytique des modes ainsi que leur relation de dispersion seront rappelées en détail au chapitre 2.

La courbe de dispersion des premiers modes de Lamb est présentée sur la figure 1.6 pour une plaque de duralumin (masse volumique $\rho = 2,795 \text{ g.cm}^{-3}$, célérité des ondes longitudinales $c_L = 6,398 \text{ mm.}\mu\text{s}^{-1}$ et des ondes transverses $c_T = 3,122 \text{ mm.}\mu\text{s}^{-1}$) d'épaisseur d . Les courbes en traits pleins rouges représentent les modes de Lamb symétriques et celles en tirets verts représentent les modes de Lamb antisymétriques. Physiquement, un des paramètres clés est le produit entre le nombre d'onde k et l'épaisseur de la plaque d qui détermine la vitesse de phase du mode. Les deux premiers modes de Lamb, notés S_0 et A_0 , peuvent se propager à toutes les fréquences alors que les modes d'ordre supérieurs ont une fréquence de coupure quand le nombre d'onde tend vers 0. Les modes de Lamb présentent une grande étendue de vitesse de phase et de groupe comme l'indique la figure 1.6. Les vitesses de phase varient entre 0 et l'infini et les vitesses de groupe entre 0 et $5,5 \text{ mm.}\mu\text{s}^{-1}$. Elles possèdent également d'autres propriétés remarquables. En effet, la courbe de dispersion présentée en figure 1.6 présente des comportements surprenants. En effet, il s'opère une répulsion entre deux branches issues de résonances d'épaisseur en cisaillement (S_1) et en élongation (S_2) proches. La branche inférieure présente alors un minimum, appelé point à vitesse de groupe nulle –ou *Zero Group Velocity*– (ZGV). En ce point, contrairement aux modes de coupure, la vitesse de groupe est nulle alors que la vitesse de phase demeure finie [41, 44]. L'existence du mode ZGV n'est pas uniquement limité au mode S_1 et est très fortement liée aux propriétés de la plaque. Sa mesure permet donc

d'évaluer localement les propriétés élastiques ou l'épaisseur de la plaque [45]. La mesure de la variation de l'épaisseur est alors très précise, des variations d'épaisseurs inférieures au micron dans une plaque isotrope de duralumin d'épaisseur de 490 μm ont été mesurées par Clorennec en 2006 [46]. Ces mesures présentent également une très bonne résolution latérale [47] inférieure à $\lambda/5$ qui n'est pas encore clairement expliquée. Une hypothèse expliquant ceci est l'implication de mode de Lamb inhomogènes dont le nombre d'onde est complexe. Ces modes issus du point ZGV ne sont pas tracés sur la figure 1.6 mais sont plus précisément présentés dans le chapitre 2. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre 4. L'étude des modes ZGV a été aussi effectuée dans des plaques anisotropes à l'aide d'une ligne source. L'équipe de Prada a alors montré que les résonances dépendent de la direction de propagation [48].

Sur la courbe de dispersion (cf figure 1.6), nous notons la présence d'une branche, pour les nombres d'ondes inférieurs à celui du point ZGV entre la fréquence de coupure et la fréquence ZGV f_{ZGV} , sur laquelle les vitesses de phase et de groupe sont de signes opposés. C'est sur cette portion, appelée branche S_{2B} , qu'est théoriquement possible la propagation d'ondes *rétrogrades* comme l'indiquent Tolstoy et Mindlin [16, 49]. Les équipes de Meitzler, en 1965, en démontrant l'existence expérimentalement [50]. Sur la figure 1.6, cette portion est tracée pour des nombres d'onde négatifs, car c'est ce qui est observé expérimentalement. La branche symétrique est tracée en rouge pale pour plus de lisibilité sur la figure 1.6.

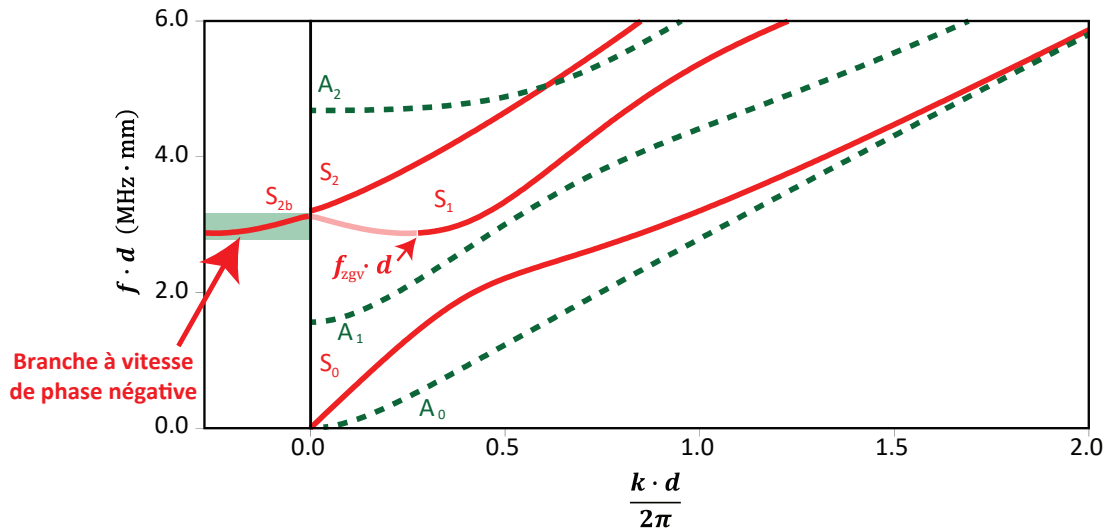


FIGURE 1.6 – Courbes de dispersion des modes de Lamb symétriques et antisymétriques dans une plaque de duralumin d'une épaisseur d . On note la présence du point ZGV, pour le quel la vitesse de groupe est nulle.

1.5.3 Réfraction négative des ondes de Lamb

Les modes de Lamb à vitesse de phase négative ont été exploités pour mettre en évidence les phénomènes de réfraction négative. Les équipes de Claire Prada et Todd Murray ont montré comment une discontinuité d'épaisseur dans une plaque peut entraîner la conversion d'un

mode à vitesse de phase positive (ici le mode S_2 dans la partie épaisse) en un mode à vitesse phase négative (ici le mode S_{2B} dans la partie mince). Ils ont ensuite réalisé expérimentalement une lentille plate de Veselago pour les ondes de Lamb [51] (cf Fig. 1.7). Dans cette thèse nous proposons d’approfondir l’étude de ce phénomène. Dans le chapitre 2, nous étendons aux incidences obliques, le calcul semi-analytique des coefficients de transmission à une marche d’épaisseur réalisé par Benoit Gerardin en incidence normale [52]. Cette étude nous permet d’optimiser l’efficacité de la réfraction négative pour ensuite poursuivre l’exploration numérique et expérimentalement du principe des milieux complémentaires dans le chapitre 3.

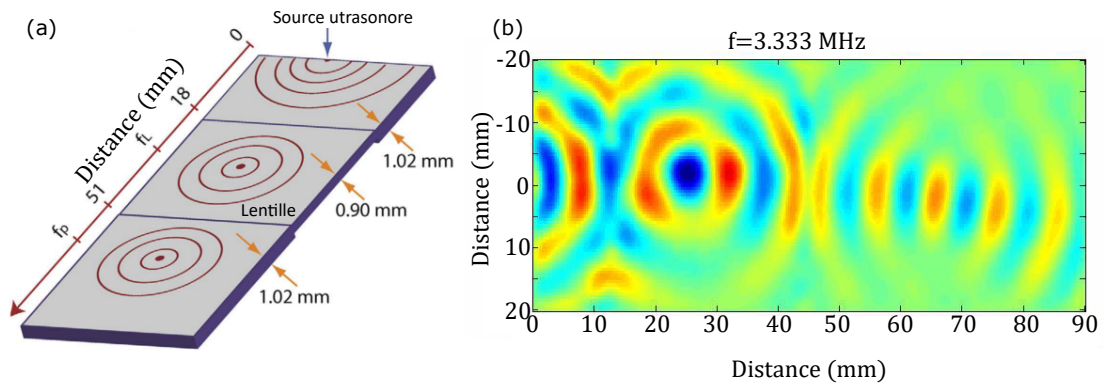


FIGURE 1.7 – Figure adaptée de [51]. (a) Schéma de principe de la lentille de Veselago pour les ondes de Lamb. (b) Champ de déplacement mesuré à la surface de la plaque.

1.5.4 Réflexion négative du mode rétrograde

Proche de la résonance ZGV, cohabitent deux modes à vitesses de phase opposées. Dans sa thèse, Gérardin montre, par une étude semi-analytique, la bonne conversion à un bord libre d’une plaque entre ces deux modes impliqués dans la résonance ZGV [52, 53]. Au point ZGV, la conversion devient totale, le module du coefficient de réflexion vaut alors 1 comme l’indique la figure 1.8. Les modes S_1 incident et S_2 réfléchi sont identiques à la seule différence que leurs vecteurs de Poynting sont de directions opposées. Le signe du coefficient de réflexion est alors négatif, ce qui permet une réflexion négative qui génère un front d’onde réfléchi analogue à celui de l’onde incidente.

Ce phénomène est démontré expérimentalement dans une cavité chaotique : on observe la focalisation au point source de l’onde réfléchie (cf Fig. 1.9) [54]. Nous avons également montré durant mon stage que la réflexion négative permet de masquer la présence de diffuseurs proches de l’interface, comme illustré en figure 1.10, où l’on observe que l’onde réfléchie négativement reste plane, alors que loin de la résonance, le champ réfléchi est diffus [54].

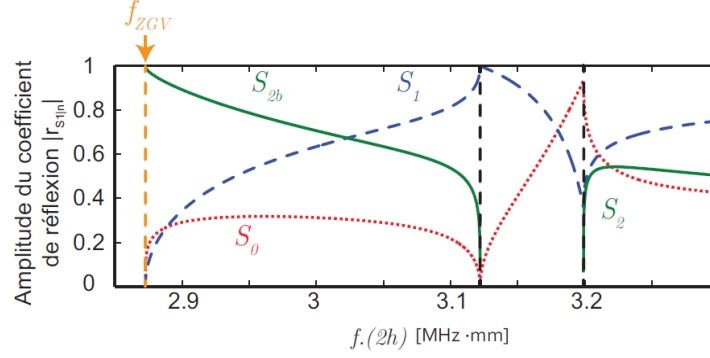


FIGURE 1.8 – Figure tirée de [52]. Module des coefficients de réflexion en amplitude $|r_{S1,n}|$ des modes de Lamb propagatifs pour un mode S_1 en incidence normale sur le bord libre de la plaque en fonction du produit (fréquence $\times$ épaisseur).

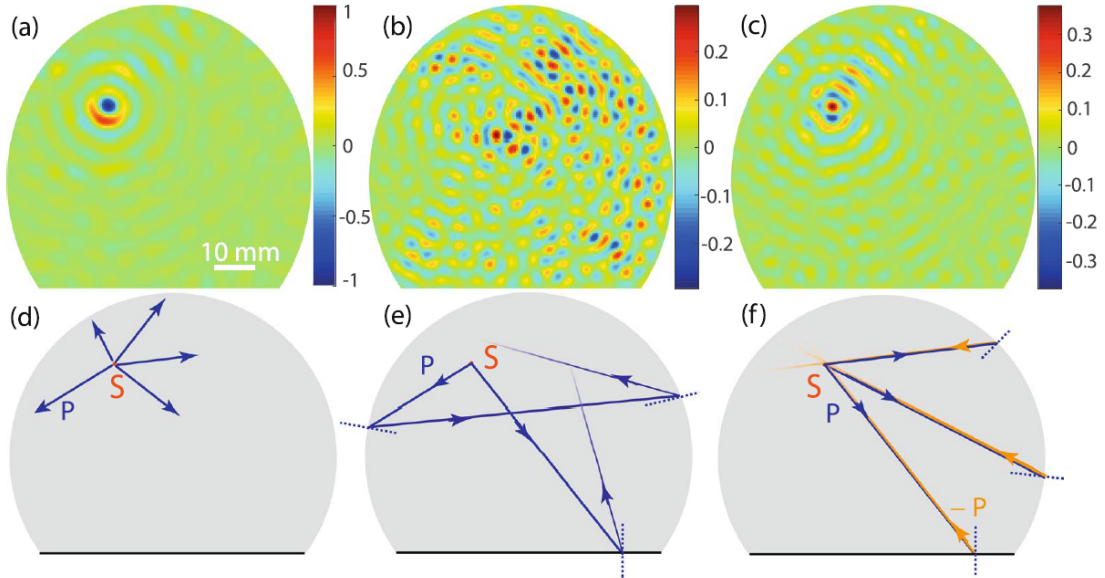


FIGURE 1.9 – Figures tirées de [54]. Réflexion négative sur les parois d'une cavité élastique au voisinage du point ZGV. (a) Champ incident associé au mode S_{2b} excité à la fréquence $f_{ZGV} = 1,91$ MHz. (b,c) Champ associé au mode réfléchi à la fréquence $f = 1,92$ MHz et à la fréquence $f_{ZGV} = 1,91$ MHz respectivement. (d,e,f) Trajectoire des rayons impliqués dans (a,b,c) respectivement.

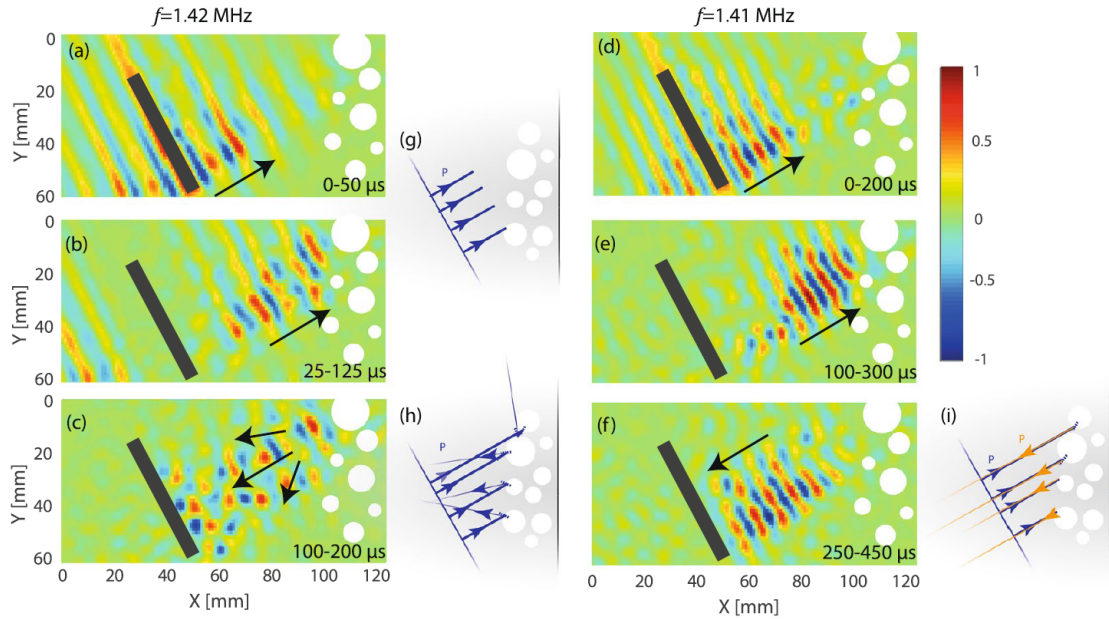


FIGURE 1.10 – Figures tirées de [54]. Réflexion négative sur un nuage de diffuseurs au voisinage de la fréquence ZGV. Déplacement normal filtré à $f = 1,42$ MHz à gauche et $f = 1,41$ MHz, proche du point ZGV, à droite. L'analyse de Fourier effectuée sur les fenêtres temporelles indiquées produit le champ incident (a,b,d,e) et réfléchi (c,f). Les fenêtres temporelles tiennent compte de la dépendance fréquentielle de la vitesse de groupe des modes de Lamb. Les trajectoires des rayons sont présentées pour le mode incident (g) et le mode réfléchi (h) et le mode réfléchi négativement (i).

1.6 Génération des ondes de Lamb

Au cours de cette thèse nous utilisons deux méthodes pour engendrer des ondes élastiques dans la plaque. Une méthode en contact à l'aide de transducteur et une méthode sans contact par laser.

1.6.1 Génération en contact

La génération d'ondes acoustiques ou élastiques est le plus souvent réalisée par des transducteurs piézoélectriques. Un transducteur génère un déplacement à la surface de la plaque, il faut alors s'assurer que les variations spatiales de cette source correspondent à la longueur d'onde du mode désiré. Un transducteur piézoélectrique standard génère un déplacement normal qui engendre une onde dont la longueur d'onde ne peut être inférieure à deux fois le diamètre du transducteur. Pour la génération des ondes élastiques, l'inconvénient des transducteurs est de nécessiter un contact mécanique avec la plaque qui peut perturber le système étudié.

1.6.2 Génération optique

A l'aide d'un laser, une onde peut être engendrée sans contact dans une plaque. La génération laser repose sur plusieurs effets impliqués par l'impact d'une impulsion lumineuse sur

la surface libre d'un solide opaque. Une partie de l'intensité est absorbée et convertie en chaleur. Suivant la densité de puissance, l'élévation de température peut conduire à la génération d'ondes élastiques selon deux mécanismes [42]. Le premier est le régime dit thermoélastique, présent pour de faibles densités de puissance [55, 56]. Dans ce régime, l'état de la surface n'est pas modifié. L'échauffement local du matériau entraîne sa dilatation qui génère alors une déformation se propageant dans la plaque. Dans le cas de fortes densités de puissance le régime est dit d'ablation [57]. L'impulsion incidente entraîne alors une vaporisation de matière à la surface du matériau. Dans la cadre de cette thèse, nous ne désirons pas altérer la plaque. La génération des ondes élastiques est alors effectuée dans le régime thermoélastique.

1.6.3 Façonnage de la source

Le contrôle expérimental des ondes de Lamb nécessite une génération sélective du mode émis dans la plaque. Pour cela, on peut modifier la taille du transducteur et la fréquence du signal émis, ou bien modifier le diamètre du spot laser d'excitation pour sélectionner le mode désiré. Cependant, cela nous limite à des sources ponctuelles et circulaires.

Une modulation temporelle du signal d'excitation avec un laser afin d'obtenir une onde acoustique au spectre étroit est réalisable par diverses méthodes. Une méthode, indiquée par Deaton en 1990, consiste en l'utilisation de lasers pulsés afin d'émettre des trains d'onde à un taux de répétition fixé [58, 59]. Pierce et Veres utilisent une autre méthode, consistant à moduler l'intensité d'une onde source laser continue par un signal arbitraire [60, 61].

Une modulation spatiale est habituellement obtenue en faisant interférer sur la surface plusieurs faisceaux source [62, 63]. Certaines études réalisées par Noroy et Steckenrider dans les années 1990, utilisent des sources lasers avec des retards appropriés imitant alors un système à retard de phase [64, 65]. La source peut aussi être façonnée en utilisant des lentilles appropriées telles qu'une lentille cylindrique afin d'obtenir une ligne source comme proposé par Prada [48]. Celio *et al.* [66], puis plus tard Bruno *et al.* [67], utilisent une lentille axiconique pour obtenir une source annulaire.

Une manipulation plus complexe de la lumière est ensuite développée dans le domaine des ondes électromagnétiques grâce au développement des modulateurs spatiaux de lumière –ou *Spatial Light Modulator*– (SLM), ou modulateur spatial de lumière en français [68]. La stratégie employée consiste en l'application d'un déphasage en chacun des pixels composant le SLM. Pour ce faire Bifano *et al.* utilisent des micro-miroirs [69] puis en 2010 Lueder *et al.* proposent l'utilisation des cristaux liquides [70].

En 2013, Grünsteidl *et al.* développent une méthode utilisant un SLM afin de moduler spatialement la source laser [71]. Le SLM permet alors de façonner la source laser afin d'exciter la plaque en suivant le motif désiré, consistant en un réseau de franges. Le mode de Lamb désiré est alors généré en choisissant le bon inter-franges correspondant à la longueur d'onde (cf figure 1.11). Cette modulation spatiale est couplée à une modulation temporelle obtenue en utilisant une diode laser modulée [71], permettant alors une sélectivité spatiale et fréquentielle de l'émission des ondes de Lamb.

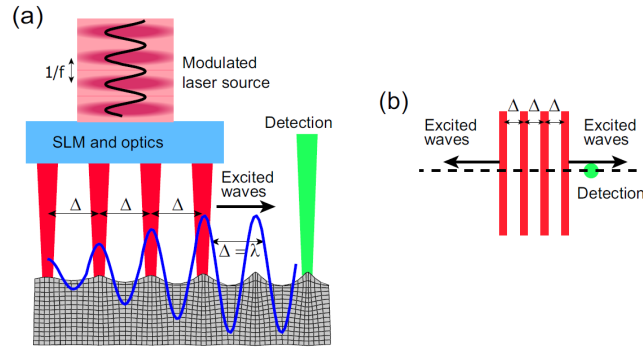


FIGURE 1.11 – Images tirées de [71]. Principe de fonctionnement de la méthode d'excitation sélective. (a) Un réseau de franges est projeté sur la surface de la plaque à l'aide d'un SLM afin d'exciter des ondes de Lamb interférant entre elles. L'interférence est constructive si la longueur d'onde λ du mode de Lamb est égale à la périodicité Δ . Pour plus de clarté, l'onde se propageant dans le sens opposé n'est pas représenté sur la figure. (b) Motif d'excitation et point de détection sur la surface de l'échantillon étudié.

Cette méthode expérimentale permettant l'émission sélective d'un mode de Lamb à l'aide d'un SLM est utilisée dans le chapitre 4 pour étudier les comportements des ondes de Lamb pour des excitations monochromatiques.

1.7 Objectifs

Cette thèse a pour objectif de contrôler la trajectoire et la focalisation des ondes de Lamb. Premièrement, nous optimisons le phénomène de réfraction négative, pour ensuite explorer les concepts des milieux complémentaires et de lentille parfaite qui en découlent. La réfraction négative étant un phénomène par essence monochromatique et monomode, l'objectif expérimental de la thèse est de mettre en place un dispositif ultrasons-laser avec un contrôle spatio-temporel de l'effet thermoélastique afin de permettre une génération sélective et monochromatique des ondes de Lamb.

Le chapitre 2 porte donc sur l'étude théorique du phénomène de réfraction négative des ondes de Lamb. Plus particulièrement, nous avons poursuivi le développement d'une approche semi-analytique afin d'étudier la conversion entre les différents modes de Lamb à une interface. Nous nous sommes intéressés à la conversion des modes de Lamb au niveau d'une marche d'épaisseur dans une plaque. Cette étude nous a permis de déterminer les différents paramètres physiques gouvernant la conversion entre modes prograde et rétrograde et, ainsi, optimiser le processus de réfraction négative dans les plaques.

Une fois le processus de réfraction négative maîtrisé, le chapitre 3 traite de l'étude numérique et expérimentale des phénomènes fascinants qui en découlent. Le premier objectif est notamment de montrer comment les ondes peuvent être rendues invisibles ou piégées dans certaines zones du milieu de propagation grâce à la notion de milieux complémentaires. Le second objectif est d'explorer différentes stratégies pour l'élaboration d'une lentille parfaite pour les ondes de Lamb.

Dans le dernier chapitre, nous décrivons un nouveau dispositif expérimental permettant une génération des ondes de Lamb modulée spatialement et fréquentiellement. Ce dernier met notamment en évidence l'importance des modes de Lamb inhomogènes autour du point ZGV et l'existence de modes sub-longueur d'onde piégés par la rugosité de la plaque.

1.8 Références

- [1] M Notomi. Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap. *Physical Review B*, 62(16) :10696, 2000. 6, 10
- [2] E Cubukcu, K Aydin, E Ozbay, S Foteinopoulou, and C M Soukoulis. Electromagnetic waves : Negative refraction by photonic crystals. *Nature*, 423(6940) :604, 2003. 10
- [3] PV Parimi, WT Lu, P Vodo, J Sokoloff, JS Derov, and S Sridhar. Negative refraction and left-handed electromagnetism in microwave photonic crystals. *Physical review letters*, 92(12) :127401, 2004. 10
- [4] Suxia Yang, JH Page, Zhengyou Liu, ML Cowan, CT Chan, and Ping Sheng. Focusing of sound in a 3d phononic crystal. *Physical review letters*, 93(2) :024301, 2004. 10
- [5] Manzhu Ke, Zhengyou Liu, Chunyin Qiu, Wengang Wang, Jing Shi, Weijia Wen, and Ping Sheng. Negative-refraction imaging with two-dimensional phononic crystals. *Physical Review B*, 72(6) :064306, 2005.
- [6] C Qiu, X Zhang, and Z Liu. Far-field imaging of acoustic waves by a two-dimensional sonic crystal. *Physical Review B*, 71(5) :054302, 2005.
- [7] A Sukhovich, L Jing, and J H Page. Negative refraction and focusing of ultrasound in two-dimensional phononic crystals. *Physical Review B*, 77(1) :014301, 2008. 6, 10
- [8] D R Smith, J B Pendry, and M CK Wiltshire. Metamaterials and negative refractive index. *Science*, 305(5685) :788–792, 2004. 6
- [9] Jason Valentine, Shuang Zhang, Thomas Zentgraf, Erick Ulin-Avila, Dentcho A Genov, Guy Bartal, and Xiang Zhang. Three-dimensional optical metamaterial with a negative refractive index. *nature*, 455(7211) :376, 2008. 11
- [10] S H Lee, C M Park, Y M Seo, Z G Wang, and C K Kim. Composite acoustic medium with simultaneously negative density and modulus. *Physical review letters*, 104(5) :054301, 2010. 6, 11
- [11] LI Mandelshtam. Lectures on some problems of the theory of oscillations (1944). *Complete collection of works*, 5 :428–467, 1950. 6, 8

- [12] DV Sivukhin. The energy of electromagnetic waves in dispersive media. *Opt. Spektrosk*, 3(4) :308–312, 1957. 6
- [13] V G Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of epsilon and mu. *Soviet physics uspekhi*, 10(4) :509, 1968. 6, 8
- [14] J B Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85(18) :3966, 2000. 6, 9
- [15] Ulf Leonhardt and Tomáš Tyc. Broadband invisibility by non-euclidean cloaking. *Science*, 323(5910) :110–112, 2009. 6
- [16] Ivan Tolstoy and Eugene Usdin. Wave propagation in elastic plates : low and high mode dispersion. *J. Acoust. Soc. Am.*, 29(1) :37–42, 1957. 6, 14
- [17] Suraj Bramhavar, C Prada, Alexei A Maznev, Arthur G Every, Theodore B Norris, and Todd W Murray. Negative refraction and focusing of elastic lamb waves at an interface. *Physical Review B*, 83(1) :014106, 2011. 6
- [18] J Li and C T Chan. Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E*, 70(5) :055602, 2004. 8, 11
- [19] AL Pokrovsky and AL Efros. Diffraction theory and focusing of light by a slab of left-handed material. *Physica B : Condensed Matter*, 338(1-4) :333–337, 2003. 9
- [20] Alexandre Aubry and John B Pendry. Mimicking a negative refractive slab by combining two phase conjugators. *JOSA B*, 27(1) :72–84, 2010. 9
- [21] Oskar Painter, RK Lee, Axel Scherer, A Yariv, JD O’Brien, PD Dapkus, and I Kim. Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser. *Science*, 284(5421) :1819–1821, 1999. 10
- [22] Eli Yablonovitch. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Physical review letters*, 58(20) :2059, 1987. 10
- [23] Robert D Meade, A Devenyi, JD Joannopoulos, OL Alerhand, DA Smith, and K Kash. Novel applications of photonic band gap materials : Low-loss bends and high q cavities. *Journal of applied physics*, 75(9) :4753–4755, 1994. 10
- [24] C Luo, S G Johnson, JD Joannopoulos, and JB Pendry. All-angle negative refraction without negative effective index. *Physical Review B*, 65(20) :201104, 2002. 10
- [25] E Cubukcu, K Aydin, E Ozbay, S Foteinopoulou, and C M Soukoulis. Subwavelength resolution in a two-dimensional photonic-crystal-based superlens. *Physical review letters*, 91(20) :207401, 2003. 10

- [26] Z Lu, J A Murakowski, C A Schuetz, S Shi, G J Schneider, and D W Prather. Three-dimensional subwavelength imaging by a photonic-crystal flat lens using negative refraction at microwave frequencies. *Physical review letters*, 95(15) :153901, 2005. 10
- [27] JO Vasseur, Pierre A Deymier, B Chenni, B Djafari-Rouhani, L Dobrzynski, and D Prevost. Experimental and theoretical evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional solid phononic crystals. *Physical Review Letters*, 86(14) :3012, 2001. 10
- [28] John H Page, Suxia Yang, Zhengyou Liu, Michael L Cowan, Che Ting Chan, and Ping Sheng. Tunneling and dispersion in 3d phononic crystals. *Zeitschrift für Kristallographie-Crystalline Materials*, 220(9-10) :859–870, 2005. 10
- [29] B Morvan, A Tinel, A Hladky-Hennion, J Vasseur, and B Dubus. Experimental demonstration of the negative refraction of a transverse elastic wave in a two-dimensional solid phononic crystal. *Appl. Phys. Lett.*, 96(10) :101905, 2010. 10
- [30] C Croënne, ED Manga, B Morvan, A Tinel, B Dubus, J Vasseur, and A-C Hladky-Hennion. Negative refraction of longitudinal waves in a two-dimensional solid-solid phononic crystal. *Phys. Rev. B*, 83(5) :054301, 2011.
- [31] J Pierre, O Boyko, L Belliard, JO Vasseur, and Bernard Bonello. Negative refraction of zero order flexural lamb waves through a two-dimensional phononic crystal. *Appl. Phys. Lett.*, 97(12) :121919, 2010.
- [32] M Dubois, M Farhat, E Bossy, S Enoch, S Guenneau, and P Sebbah. Flat lens for pulse focusing of elastic waves in thin plates. *Appl. Phys. Lett.*, 103(7) :071915, 2013. 10
- [33] D R Smith, W J Padilla, DC Vier, S C Nemat-Nasser, and S Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical review letters*, 84(18) :4184, 2000. 11
- [34] John B Pendry, AJ Holden, WJ Stewart, and I Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Physical review letters*, 76(25) :4773, 1996. 11
- [35] John B Pendry, Anthony J Holden, David J Robbins, WJ Stewart, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 47(11) :2075–2084, 1999. 11
- [36] Nadège Kaina, F Lemoult, Mathias Fink, and G Lerosey. Negative refractive index and acoustic superlens from multiple scattering in single negative metamaterials. *Nature*, 525(7567) :77, 2015. 11
- [37] M Rupin, G Lerosey, J de Rosny, and F Lemoult. Mimicking the cochlea with an active acoustic metamaterial. *New Journal of Physics*, 21(9) :093012, 2019. 11

- [38] M Rupin, P Roux, G Lerosey, and F Lemoult. Symmetry issues in the hybridization of multi-mode waves with resonators : an example with lamb waves metamaterial. *Scientific reports*, 5 :13714, 2015. 11
- [39] Q Du, Y Zeng, G Huang, and H Yang. Elastic metamaterial-based seismic shield for both lamb and surface waves. *AIP Advances*, 7(7) :075015, 2017. 11
- [40] R Zhu, XN Liu, GK Hu, CT Sun, and GL Huang. Negative refraction of elastic waves at the deep-subwavelength scale in a single-phase metamaterial. *Nature communications*, 5, 2014. 11
- [41] C Prada, O Balogun, and TW Murray. Laser-based ultrasonic generation and detection of zero-group velocity lamb waves in thin plates. *Appl. Phys. Lett.*, 87(19) :194109, 2005. 12, 13
- [42] D Royer and E Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides : propagation libre et guidée*. Masson, 1996. 12, 13, 18
- [43] M Cès. *Etude théorique et expérimentale des résonances mécaniques locales de modes guidés par des structures complexes*. PhD thesis, Université Paris-Diderot-Paris VII, 2012. 12
- [44] Stephen D Holland and Dale E Chimenti. Air-coupled acoustic imaging with zero-group-velocity lamb modes. *Appl. Phys. Lett.*, 83(13) :2704–2706, 2003. 13
- [45] D Clorennec, C Prada, and D Royer. Local and noncontact measurements of bulk acoustic wave velocities in thin isotropic plates and shells using zero group velocity lamb modes. *Journal of applied physics*, 101(3) :034908, 2007. 14
- [46] D Clorennec, C Prada, D Royer, and T W Murray. Laser impulse generation and interferometer detection of zero group velocity lamb mode resonance. *Applied physics letters*, 89(2) :024101, 2006. 14
- [47] Maximin Cès. *Etude théorique et expérimentale des résonances mécaniques locales de modes guidés par des structures complexes*. Theses, Université Paris-Diderot - Paris VII, September 2012. 14
- [48] C Prada, D Clorennec, T W Murray, and D Royer. Influence of the anisotropy on zero-group velocity lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(2) :620–625, 2009. 14, 18
- [49] RD Mindlin. Waves and vibrations in isotropic, elastic plates. *Structural mechanics*, pages 199–232, 1960. 14
- [50] Allen H Meitzler. Backward-wave transmission of stress pulses in elastic cylinders and plates. *J. Acoust. Soc. Am.*, 38(5) :835–842, 1965. 14

- [51] F D Philippe, Todd W Murray, and C Prada. Focusing on plates : controlling guided waves using negative refraction. *Scientific reports*, 5, 2015. 15
- [52] Benoît Gérardin. *Manipulation et contrôle d'ondes élastiques guidées en milieux complexes*. PhD thesis, Sorbonne Paris Cité, 2016. 15, 16
- [53] Benoît Gérardin, Jérôme Laurent, C Prada, and Alexandre Aubry. Negative reflection of lamb waves at a free edge : Tunable focusing and mimicking phase conjugation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 140(1) :591–600, 2016. 15
- [54] Benoît Gérardin, Jérôme Laurent, François Legrand, C Prada, and Alexandre Aubry. Negative reflection of elastic guided waves in chaotic and random scattering media. *Scientific reports*, 9(1) :2135, 2019. 15, 16, 17
- [55] R M White. Elastic wave generation by electron bombardment or electromagnetic wave absorption. *Journal of Applied Physics*, 34(7) :2123–2124, 1963. 18
- [56] AM Aindow, RJ Dewhurst, DA Hutchins, and SB Palmer. Laser-generated ultrasonic pulses at free metal surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 69(2) :449–455, 1981. 18
- [57] HM Ledbetter and JC Moulder. Laser-induced rayleigh waves in aluminum. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 65(3) :840–842, 1979. 18
- [58] JB Deaton Jr, ADW McKie, JB Spicer, and JW Wagner. Generation of narrow-band ultrasound with a long cavity mode-locked nd : Yag laser. *Applied physics letters*, 56(24) :2390–2392, 1990. 18
- [59] Youichi Matsuda, Christopher JK Richardson, and James B Spicer. Narrowband generation of ultrafast acoustic and thermal transients in thin films for enhanced detectability. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 49(7) :915–921, 2002. 18
- [60] SG Pierce, B Culshaw, and Q Shan. Laser generation of ultrasound using a modulated continuous wave laser diode. *Applied physics letters*, 72(9) :1030–1032, 1998. 18
- [61] István A Veres, Alison Cleary, Graham Thursby, Campbell McKee, Ian Armstrong, Gareth Pierce, and Brian Culshaw. Golay code modulation in low-power laser-ultrasound. *Ultrasonics*, 53(1) :122–129, 2013. 18
- [62] Anil R Duggal, John A Rogers, Keith A Nelson, and Mordechai Rothschild. Real-time characterization of acoustic modes of polyimide thin-film coatings using impulsive stimulated thermal scattering. *Applied physics letters*, 60(6) :692–694, 1992. 18
- [63] AA Maznev, KA Nelson, and John A Rogers. Optical heterodyne detection of laser-induced gratings. *Optics letters*, 23(16) :1319–1321, 1998. 18

- [64] Marie-Hélène Noroy, D Royer, and Mathias Fink. The laser-generated ultrasonic phased array : Analysis and experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(4) :1934–1943, 1993. 18
- [65] J Scott Steckenrider, Todd W Murray, James W Wagner, and John B Deaton Jr. Sensitivity enhancement in laser ultrasonics using a versatile laser array system. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(1) :273–279, 1995. 18
- [66] P Cielo, F Nadeau, and M Lamontagne. Laser generation of convergent acoustic waves for materials inspection. *Ultrasonics*, 23(2) :55–62, 1985. 18
- [67] F Bruno, J Laurent, P Jehanno, D Royer, and C Prada. Laser beam shaping for enhanced zero-group velocity lamb modes generation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 140(4) :2829–2838, 2016. 18
- [68] Neil Savage. Digital spatial light modulators. *Nature Photonics*, 3(3) :170, 2009. 18
- [69] TG Bifano and JB Stewart. High-speed wavefront control using mems micromirrors. In *Target-in-the-Loop : Atmospheric Tracking, Imaging, and Compensation II*, volume 5895, page 58950Q. International Society for Optics and Photonics, 2005. 18
- [70] Ernst Lueder. *Liquid crystal displays : addressing schemes and electro-optical effects*. John Wiley & Sons, 2010. 18
- [71] Clemens Grünsteidl, István A Veres, Jürgen Roither, Peter Burgholzer, Todd W Murray, and Thomas Berer. Spatial and temporal frequency domain laser-ultrasound applied in the direct measurement of dispersion relations of surface acoustic waves. *Applied Physics Letters*, 102(1) :011103, 2013. 18, 19

Chapitre 2

Étude théorique de la réfraction négative des ondes de Lamb

Sommaire

2.1	Introduction	28
2.2	Rappels sur les ondes élastiques dans les plaques isotropes [12]	28
2.2.1	Expression analytique des modes SH dans la plaque	30
2.2.2	Expression analytique des modes de Lamb dans la plaque	31
2.2.3	Courbes de dispersion	33
2.3	Étude de la réfraction négative au passage d'une marche d'épaisseur	35
2.3.1	Géométrie de la marche considérée	35
2.3.2	Mise en équation du problème pour un mode S_2 incident	36
2.4	Inversion du problème	38
2.5	Validation du modèle	39
2.5.1	Validation numérique en incidence normale	39
2.6	Optimisation du phénomène de réfraction négative	41
2.6.1	Cas de la réfraction négative à un changement de matériau	44
2.7	Réalisation expérimentale : Lentille plate à réfraction négative	46
2.8	Conclusion et perspectives	49
2.9	Références	49

2.1 Introduction

Comme indiqué dans le chapitre 1, les ondes de Lamb présentent une particularité qui est l'existence de branches à vitesse de phase négative pour certains matériaux. La progression des fronts d'onde associés à ces branches se fait dans la direction opposée au flux d'énergie. Autrement dit, le vecteur d'onde est opposé au vecteur de Poynting. Ces modes proviennent de la répulsion entre deux branches de dispersion dont les fréquences de coupure se trouvent voisines. La branche dont la fréquence de coupure est la plus basse présente alors un minimum au point à vitesse de groupe nulle –ou *Zero Group Velocity*– (ZGV) [1, 2]. Au dessus de cette résonance existent deux modes; un à vitesse de phase positive (mode *prograde*) et un à vitesse de phase négative (mode *rétrograde*). En 2012, Germano *et al* [3] ont montré que, sur un simple bord libre, la conversion entre ces deux modes conduit à un phénomène de réflexion négative. Une étude récente de Gérardin *et al* a consisté à développer un modèle semi analytique permettant de connaître les coefficients de réflexion et de conversion d'un mode de Lamb à une interface libre [4].

Ces modes à vitesse de phase négative permettent aussi d'observer l'effet de réfraction négative. Les équipes de Claire Prada et Todd Murray [5] ont montré comment la conversion d'un modes *prograde* en un mode *rétrograde* pouvait être observée dans une plaque, au passage d'une discontinuité d'épaisseur. Ils ont aussi exploité ce phénomène afin de réaliser une lentille plate de Veselago pour les ondes de Lamb [6].

Dans ce chapitre nous étudions théoriquement la conversion des modes de Lamb à une discontinuité d'épaisseur afin d'optimiser l'effet de réfraction négative. Ce problème a déjà été étudié pour des incidences normales [7, 8] et obliques [9] mais à des fréquences qui n'impliquaient uniquement que des modes d'ordre inférieur, en aucun cas, un mode *rétrograde*. En suivant l'approche utilisée par Benoit Gérardin pour la réflexion négative [4], nous développons un modèle semi-analytique pour calculer les coefficients de réflexion et de transmission entre modes de Lamb à une discontinuité d'épaisseur.

Les paramètres optimaux (coefficient de Poisson, matériau, ratio d'épaisseur) afin d'atteindre un effet de réfraction négative efficace sur une large bande angulaire et fréquentielle sont déterminés en utilisant ce modèle. Les résultats théoriques sont finalement confirmés par simulation numérique en différences finies dans le domaine temporel –ou *Finite Differences in Time Domain*– (FDTD) [10] puis par une expérience ultrason-laser réalisée sur une plaque préalablement optimisée à l'aide de notre modèle semi-analytique. Les travaux présentés dans ce chapitre ont été publiés dans la revue Physical Review B [11].

2.2 Rappels sur les ondes élastiques dans les plaques isotropes [12]

En régime harmonique les équations de l'élastodynamique s'écrivent :

$$-\rho\omega^2\mathbf{u} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.1)$$

avec ρ la masse volumique, $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T$ le champ de déplacement et $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{ij}]$ le tenseur des contraintes.

Dans un milieu isotrope, la loi de Hooke s'écrit :

$$\sigma_{ij} = \lambda \text{Tr}[\boldsymbol{\epsilon}] \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (2.2)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé, δ_{ij} le symbole de Kronecker et $\boldsymbol{\epsilon} = [\epsilon_{ij}]$ le tenseur des déformations défini à partir du vecteur des déplacements ainsi :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.3)$$

Considérons une plaque semi infinie d'épaisseur $d = 2h$, et un repère cartésien tel que x_2 soit la normale au plan de la plaque, comme indiqué par la figure 2.1. Les conditions aux limites sont obtenues par l'annulation de la composante normale du tenseur des contraintes sur les surfaces libres de la plaque, $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0}$, où $\mathbf{n}$ est la normale à la surface.

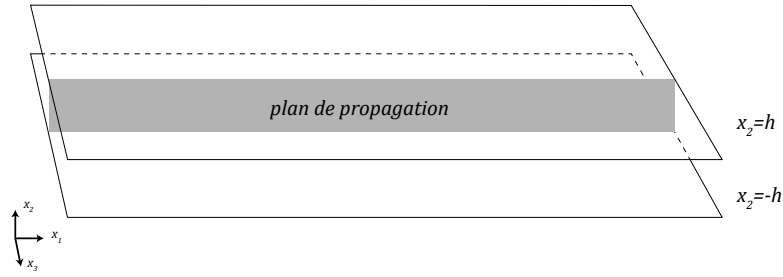


FIGURE 2.1 – Géométrie du guide d'onde considéré

On cherche des solutions associées à une onde se propageant dans la direction x_1 . Le milieu étant invariant selon x_3 , ces solutions peuvent s'écrire sous la forme :

$$\{u_i(x_1, x_2, t), \sigma_{ij}(x_1, x_2, t)\} = \{u_i(x_2), \sigma_{ij}(x_2)\} \cdot e^{i(kx_1 - \omega t)}. \quad (2.4)$$

En substituant l'expression des modes dans les équations de Hooke et de l'élastodynamique (Eqs. (2.1) et (2.2)), on obtient alors les équations suivantes :

$$\mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + i k (\lambda + \mu) \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = [(\lambda + 2\mu) k^2 - \rho \omega^2] u_1, \quad (2.5)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + i k (\lambda + \mu) \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = [\mu k^2 - \rho \omega^2] u_2, \quad (2.6)$$

$$\mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} = [\mu k^2 - \rho \omega^2] u_3. \quad (2.7)$$

Dans ce système, les équations (2.5) et (2.6) régissent les composantes de déplacement (u_1, u_2) et sont découplées de l'équation (2.7), associée à la composante de déplacement u_3 . Ce découplage est conservé quand les conditions aux limites sont considérées pour $x_2 = \pm h$,

Ces conditions s'écrivent comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2}(x_2 = \pm h) + i\mu k u_2(x_2 = \pm h) = \sigma_{12} = 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_2}{\partial x_2}(x_2 = \pm h) + i\lambda k u_1(x_2 = \pm h) = \sigma_{22} = 0, \end{array} \right. \quad (2.8)$$

et

$$\left\{ \mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2}(x_2 = \pm h) = \sigma_{23} = 0. \right. \quad (2.9)$$

Deux familles de solutions sont alors trouvées : les modes de Lamb, qui sont polarisés dans le plan de propagation ($u_3 = 0$) et les modes transverses horizontaux –ou *Shear Horizontal*– qui sont polarisés orthogonalement au plan de propagation ($u_1 = u_2 = 0$).

2.2.1 Expression analytique des modes SH dans la plaque

Les modes SH sont les modes polarisés orthogonalement au plan de propagation. Ils satisfont à l'équation différentielle (2.7) et à l'équation (2.9). Les solutions de telles équations s'écrivent :

$$u_3(x_2) = Ae^{i\alpha x_2} + Be^{-i\alpha x_2}, \quad (2.10)$$

avec $\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2}$, où $c_T = \sqrt{\mu/\rho}$ est la célérité des ondes transverses. On peut alors écrire les conditions limites sur $x_2 = \pm h$

$$\left\{ \begin{array}{l} Ae^{i\alpha h} - Be^{-i\alpha h} = 0 \\ Ae^{-i\alpha h} - Be^{i\alpha h} = 0. \end{array} \right. \quad (2.11)$$

En annulant le déterminant correspondant, on obtient l'équation :

$$e^{2i\alpha h} - e^{-2i\alpha h} = 2i \sin(2\alpha h) = 0, \quad (2.12)$$

dont les solutions sont

$$\alpha = \frac{n\pi}{2h}, \quad n \in \mathbb{N}^*. \quad (2.13)$$

La relation de dispersion suivante est alors obtenue :

$$\frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2 = \left(\frac{n\pi}{2h} \right)^2, \quad (2.14)$$

où k peut être réel ou imaginaire, en effet il existe des modes SH évanescents, de ce fait leurs nombres d'ondes sont imaginaires.

Le champ de déplacement est ainsi obtenu en substituant les solutions de l'équation de

dispersion (2.14) dans l'équation (2.10),

$$u_3(x_2) = \cos\left(\frac{n\pi}{2h}(x_2 + h)\right). \quad (2.15)$$

Il est courant de distinguer les modes SH symétriques et antisymétriques. Ils correspondent respectivement à une composante paire et impaire $u_3(x_2)$ dans l'épaisseur. Le champ des contraintes est obtenu en utilisant la loi de Hooke (Eqs.(2.2) et (2.3)),

$$\begin{cases} \sigma_{13}(x_2) = -i\mu k_n u_3(x_2), \\ \sigma_{23}(x_2) = -\mu \frac{n\pi}{2h} \sin\left(\frac{n\pi}{2h}(x_2 + h)\right), \end{cases} \quad (2.16)$$

où $k_n = \sqrt{(\omega/c_T)^2 - (n\pi/2h)^2}$.

2.2.2 Expression analytique des modes de Lamb dans la plaque

Les modes de Lamb vérifient les équations différentielles (2.5) et (2.6) avec les conditions aux limites décrites dans les équations (2.8). Un système d'équations découplées peut être écrit en utilisant la décomposition de Helmholtz qui permet d'écrire le champ de déplacement à partir d'un potentiel scalaire ϕ et un potentiel vecteur $\psi \cdot \mathbf{x}_3$ polarisé suivant la direction x_3 :

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \wedge \psi \cdot \mathbf{x}_3. \quad (2.17)$$

Ces derniers satisfont aux équations de propagation :

$$\nabla^2\phi + \frac{\omega^2}{c_L^2}\phi = 0 \quad \text{et} \quad \nabla^2\psi + \frac{\omega^2}{c_T^2}\psi = 0, \quad (2.18)$$

où $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ et c_T sont les célérités des ondes longitudinales et transverses. Les composantes du déplacement s'écrivent alors ainsi en fonction des potentiels :

$$\begin{cases} u_1(x_2) = ik\phi(x_2) + \frac{\partial\psi}{\partial x_2}(x_2), \\ u_2(x_2) = \frac{\partial\phi}{\partial x_2}(x_2) - ik\psi(x_2). \end{cases} \quad (2.19)$$

En écrivant

$$p^2 = \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2 \quad \text{et} \quad q^2 = \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2, \quad (2.20)$$

le système couplé avec u_1 et u_2 (Eqs. (2.5) et (2.6)), est alors remplacé par le système découplé (Eq. (2.21))

$$\begin{cases} \frac{\partial^2\phi}{\partial^2 x_2^2} + p^2\phi = 0, \\ \frac{\partial^2\psi}{\partial^2 x_2^2} + q^2\psi = 0. \end{cases} \quad (2.21)$$

Les potentiels ϕ et ψ peuvent alors s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi(x_2) = [A_\phi e^{ipx_2} + B_\phi e^{-ipx_2}] e^{i.kx_1}, \\ \psi(x_2) = [A_\psi e^{iqx_2} + B_\psi e^{-iqx_2}] e^{i.kx_1}, \end{cases} \quad (2.22)$$

où A_ϕ , B_ϕ , A_ψ et B_ψ sont des constantes. La relation entre ces dernières peut être déterminée en écrivant l'annulation des contraintes σ_{12} et σ_{22} à la surface de la plaque ($x_2 = \pm h$) :

$$\begin{cases} (k^2 - q^2)\psi(x_2 = \pm h) + 2ik \frac{\partial \phi}{\partial x_2}(x_2 = \pm h) = 0, \\ (k^2 - q^2)\phi(x_2 = \pm h) - 2ik \frac{\partial \psi}{\partial x_2}(x_2 = \pm h) = 0. \end{cases} \quad (2.23)$$

Pour satisfaire ces deux conditions simultanément, ϕ et ψ doivent être des fonctions paires ou impaires de x_2 . Les solutions de l'équation (2.21) sont nécessairement de parité différente :

$$\phi = A \sin(qx_2 + \alpha) \quad \text{et} \quad \psi = B \cos(px_2 + \alpha), \quad (2.24)$$

avec $\alpha = 0$ (modes symétriques) ou $\alpha = \pi/2$ (modes antisymétriques). Les conditions aux limites s'écrivent alors comme suit :

$$\begin{cases} (k^2 - q^2)B \cos(ph + \alpha) + 2ikqA \cos(qh + \alpha) = 0, \\ (k^2 - q^2)A \sin(qh + \alpha) + 2ikpB \sin(ph + \alpha) = 0. \end{cases} \quad (2.25)$$

Les solutions non triviales sont obtenues en annulant le déterminant correspondant, ce qui conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\omega^4}{c_T^4} = 4k^2 q^2 \left\{ 1 - \frac{p \tan(ph + \alpha)}{q \tan(qh + \alpha)} \right\}. \quad (2.26)$$

Cette relation de dispersion entre k et ω est appelée l'équation de Rayleigh-Lamb. La résolution de cette équation permet d'obtenir un spectre discret de nombre d'onde k_n . En effet à une pulsation fixée ω , seul un nombre fini de modes propagatifs (associés à un nombre d'onde réel) existe, tandis qu'il existe un nombre infini de modes évanescents ou inhomogènes (associés respectivement à un nombre d'onde imaginaire ou complexe).

En substituant l'expression de B, issue de l'équation (2.25), dans l'expression des potentiels (Eq. (2.22)), on peut exprimer les composantes du champ de déplacement pour chacun des modes,

$$\begin{cases} u_1^{(n)}(x_2) = -C_n(k_n \cos(p_n x_2 - \alpha) - R_n q_n \cos(q_n x_2 - \alpha)), \\ u_2^{(n)}(x_2) = iC_n(p_n \sin(p_n x_2 - \alpha) + R_n k_n \sin(q_n x_2 - \alpha)), \end{cases} \quad (2.27)$$

avec

$$R_n = \frac{(k_n^2 - q_n^2) \cos(p_n h - \alpha)}{2k_n q_n \cos(q_n h - \alpha)}. \quad (2.28)$$

En appliquant alors la loi de Hooke (Eqs. (2.2), (2.3)) on peut exprimer le champ de contraintes de la manière suivante :

$$\begin{cases} \sigma_{11}(x_2) = i\mu C_n [(k_n^2 + q_n^2 - 2p_n^2) \cos(p_n x_2 - \alpha) - 2R_n k_n q_n \cos(q_n x_2 - \alpha)], \\ \sigma_{22}(x_2) = i\mu C_n [-(k_n^2 - q_n^2) \cos(p_n x_2 - \alpha) + 2R_n k_n q_n \cos(q_n x_2 - \alpha)], \\ \sigma_{12}(x_2) = \mu C_n [2k_n p_n \sin(p_n x_2 - \alpha) + R_n (k_n^2 - q_n^2) \sin(q_n x_2 - \alpha)], \\ \sigma_{33}(x_2) = i\lambda C_n [k_n (k_n \cos(p_n x_2 - \alpha) - R_n q_n \cos(q_n x_2 - \alpha)) + p_n^2 \cos(p_n x_2 - \alpha) + R_n k_n \cos(q_n x_2 - \alpha)]. \end{cases} \quad (2.29)$$

La complexité de l'équation de Rayleigh-Lamb (Eq. (2.26)) ne permet pas d'écrire les solutions sous forme analytique. Un grand nombre de méthodes numériques ont été développées pour estimer les courbes de dispersion $\omega(k)$. Ici, nous avons choisi d'utiliser la méthode dite de Muller qui est une généralisation de la méthode sécante [13] développée en annexe A.1.

2.2.3 Courbes de dispersion

La méthode de Muller nous permet de calculer les courbes de dispersion des modes de Lamb déduits de l'équation (2.26) pour une plaque de duralumin ($\rho = 2790 \text{ kg/m}^3$, $c_L = 6,4 \text{ mm}/\mu\text{s}$, $c_T = 3,1 \text{ mm}/\mu\text{s}$), que nous représentons en figure 2.2 avec les courbes de dispersion des modes SH déduits de l'équation (2.14).

La géométrie choisie pour la suite de la thèse est une marche symétrique. Cette géométrie préserve la symétrie des modes impliqués. Cela permet de ne faire intervenir que les modes symétriques, évitant toute conversion entre modes antisymétriques et symétriques et inversement. Nous ne nous intéressons donc, à partir de maintenant, qu'à ces derniers. Le mode symétrique d'ordre zéro S_0 est le mode d'extension de la plaque qui peut se propager à toutes les fréquences, tandis que les modes d'ordre plus élevé possèdent une fréquence de coupure. En particulier, les fréquences de coupure des modes S_1 et S_2 sont $f_{c1} = c_T/d$ et $f_{c2} = c_L/2d$. Elles correspondent respectivement aux premières résonances d'épaisseur transverses et longitudinales. Une particularité des ondes de Lamb est l'existence de ces branches pour lesquelles la vitesse de phase ω/k et la vitesse de groupe $d\omega/dk$ sont de signes opposés. Les modes correspondant sont appelés modes *rétrogrades* et présentent naturellement une vitesse de phase négative. Ils résultent de la répulsion entre deux branches de dispersion présentant des fréquences de coupures très proches, associées à des modes d'épaisseur longitudinal et transverse de même symétrie. C'est le cas des modes S_1 et S_2 représentés en figure 2.2 pour une plaque de duralumin. La branche S_1 présente un minimum correspondant au point ZGV [1, 2]. Au dessus de cette résonance, coexistent un mode *rétrograde* S_{2b} et un mode *prograde* S_1 .

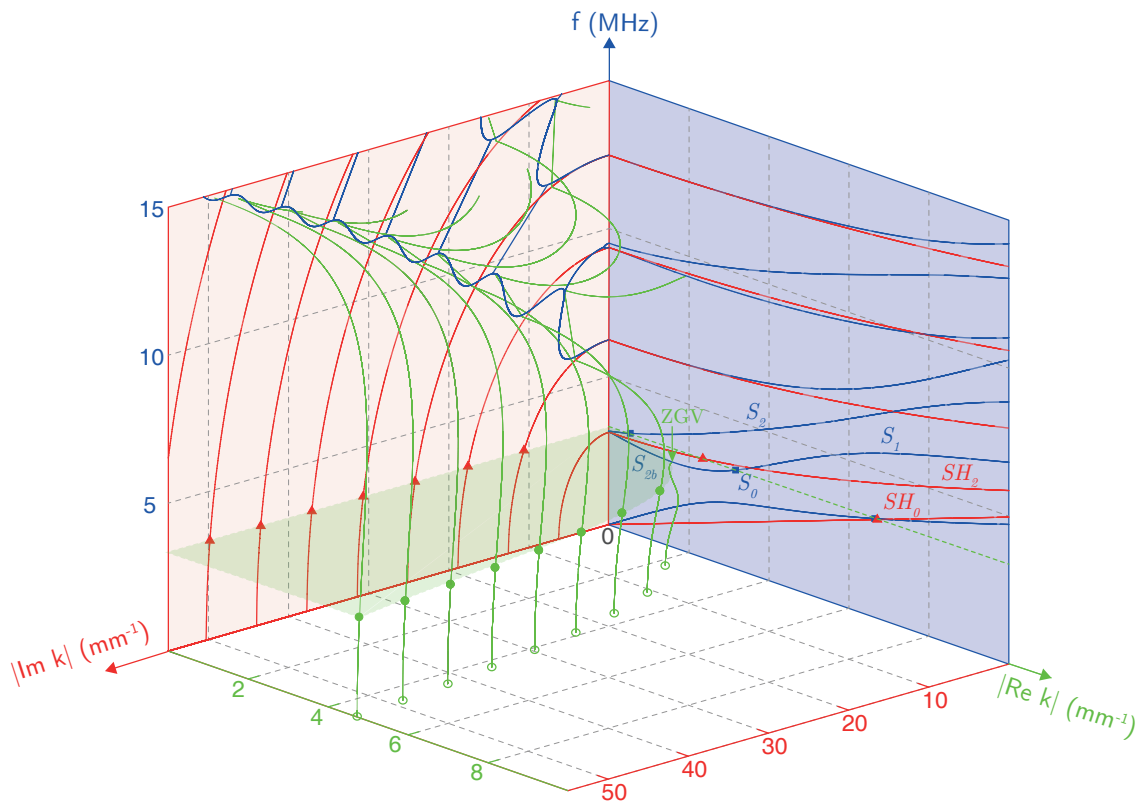


FIGURE 2.2 – Courbes de dispersion des modes élastiques guidés dans une plaque de duralumin de 1 mm d'épaisseur, calculées à partir des équations de dispersion (2.14)-(2.26) avec la méthode de Muller : les modes SH propagatifs et évanescents (rouge), les modes de Lamb propagatifs et évanescents (bleu) et les modes de Lamb inhomogènes (vert).

2.3 Étude de la réfraction négative au passage d'une marche d'épaisseur

Comme démontré dans de précédentes études [5, 6], la réfraction négative des ondes de Lamb peut être observée par conversion d'un mode *prograde* en un mode *rétrograde* à une marche d'épaisseur.

2.3.1 Géométrie de la marche considérée

Pour plus de simplicité, nous considérons ici une marche symétrique par rapport au plan $x_2 = 0$ qui préserve la symétrie des modes en jeu (Fig. 2.3). Par conséquent, un mode de Lamb symétrique ne peut être réfléchi ou transmis qu'en des modes de Lamb et SH symétriques sans qu'il n'y ait de couplage avec les modes antisymétriques.

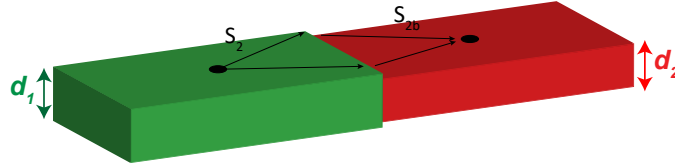


FIGURE 2.3 – Géométrie de la marche d'épaisseur considérée

Pour étudier l'interaction d'un mode de Lamb d'incidence oblique, un second système d'axe (x'_1, x'_2, x'_3) est introduit (voir figure 2.4). L'axe x'_3 est orienté selon la marche d'interface tandis que l'axe x'_1 est normal à cette marche. L'épaisseur est telle $d_1 = 2h_1$ pour $x'_1 < 0$ et $d_2 = 2h_2$ pour $x'_1 > 0$ avec $h_1 > h_2$. Nous considérons alors une onde incidente venant de la partie épaisse.

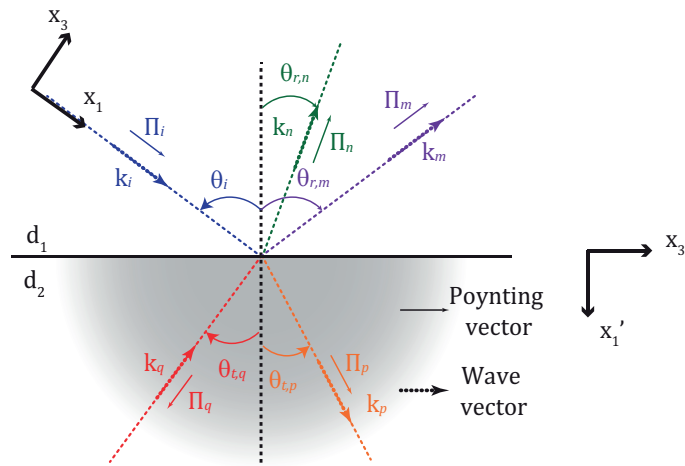


FIGURE 2.4 – Réflexion et réfraction d'un mode de Lamb au passage d'une marche symétrique. Le rayon bleu est le mode *prograde* incident. Les rayons vert et mauve représentent les modes de Lamb et SH réfléchis. Le rayon orange représente un mode de Lamb *prograde* ou SH transmis, et le rayon rouge représente le mode de Lamb *rétrograde* transmis avec un angle négatif.

La figure 2.5 présente les courbes de dispersion des modes de Lamb et SH dans chacune des parties de la plaque. Les courbes sont représentées en fonction du module de $k/(2\pi)$, contrairement à la figure 1.6 (où k est un nombre d'onde relatif). Les modes à vitesse de phase négative présentent dans cette figure une pente négative (Fig. 2.5). Ce choix de représentation est justifié par notre volonté de mettre en exergue la fréquence de croisement pour laquelle le phénomène de réfraction négative va avoir lieu. Les modes propagatifs allant vers la droite (respectivement vers la gauche) correspondent à une vitesse de phase positive (respectivement négative), tandis que les modes évanescents et inhomogènes allant vers la droite (respectivement vers la gauche) correspondent à des nombres d'ondes de partie imaginaire positive (respectivement négative). Le fait que les courbes de dispersion présentent une loi d'échelle linéaire vis à vis de l'épaisseur de la plaque (cf Eqs. (2.14) et (2.26)) entraîne le croisement du mode prograde propagatif S_2 dans la partie épaisse ($x'_1 < 0$) avec le mode rétrograde propagatif S_{2b} dans la partie mince de la plaque. Comme observé expérimentalement [5, 6], le phénomène de réfraction négative se produit à ce croisement par conversion d'un mode vers l'autre. L'efficacité de cette conversion est étudiée plus en détails dans la suite.

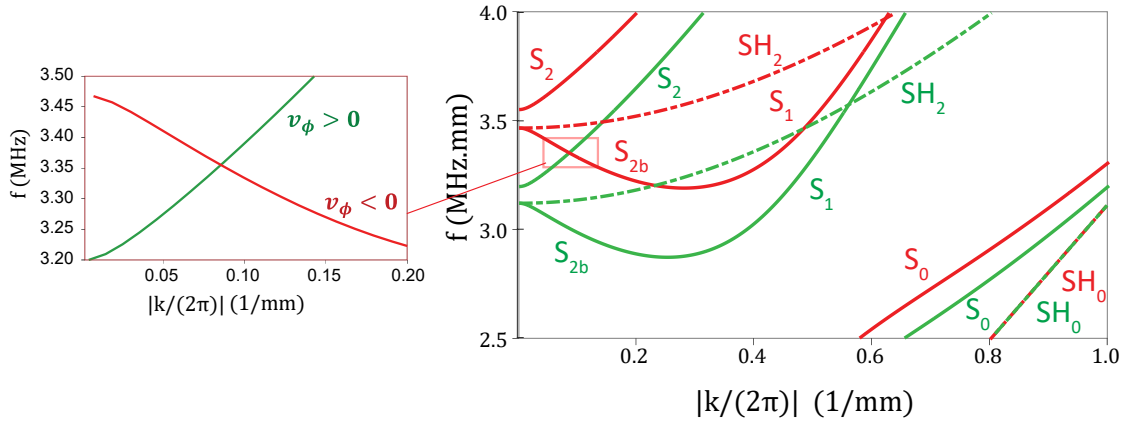


FIGURE 2.5 – Courbes de dispersion des modes de Lamb et SH propagatifs dans des plaque d'épaisseurs différentes (vert pour $d_1 = 1$ mm et rouge pour $d_2 = 0,9$ mm). Le mode propagatif prograde S_2 dans la partie épaisse croise le mode rétrograde propagatif S_{2b} dans la partie mince.

2.3.2 Mise en équation du problème pour un mode S_2 incident

Considérons un mode propagatif incident S_2 , de nombre d'onde k_1 , portant un flux d'énergie unitaire selon x_1 avec un angle d'incidence θ_1 par rapport à l'axe (x'_1), comme indiqué en figure 2.4. Le champ de déplacement-contrainte correspondant est noté $\{u^I_i, \sigma^I_{ij}\}$. Afin de satisfaire les conditions de contrainte libre ou de continuité à l'interface, ce mode de Lamb incident est réfléchi/transmis en une infinité de modes de Lamb et SH, de nombre d'onde $k_{r,n}$ et $k_{t,n}$, respectivement. En effet, pour assurer les conditions de continuité, il est nécessaire de

considérer, non seulement les modes propagatifs, mais aussi les différents modes évanescents et inhomogènes de Lamb et SH. Pour un mode donné n , les angles de réflexion et transmission, $\theta_{r,n}$ et $\theta_{t,n}$, sont déterminés par la conservation de la composante du vecteur d'onde le long de x'_3 :

$$k_l \sin(\theta_l) = k_{r,n} \sin(\theta_{r,n}) = k_{t,n} \sin(\theta_{t,n}). \quad (2.30)$$

Les champs de déplacement-contrainte, $\{\tilde{u}'^{(n)}, \tilde{\sigma}'^{(n)}_{ij}\}$ et $\{u'^{(n)}, \sigma'^{(n)}_{ij}\}$, des modes réfléchis et transmis, exprimés dans les coordonnées du système (x'_1, x'_2, x'_3) , peuvent être obtenus à partir des champs de déplacement-contrainte $\{u^{(m)}, \sigma^{(m)}_{ij}\}$ exprimés dans le système de coordonnées (x_1, x_2, x_3) :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'^{(m)} &= \mathbf{R}(\theta_m) \cdot \mathbf{u}^{(m)}, \\ \boldsymbol{\sigma}'^{(m)} &= \mathbf{R}(\theta_m) \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(m)} \cdot \mathbf{R}(\theta_m)^T, \end{aligned}$$

où $\mathbf{R}(\theta)$ est la matrice de rotation,

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}.$$

Afin de définir les coefficients de transmission et de réflexion, il est nécessaire de normaliser chacun des modes par le flux d'énergie transportée dans la direction normale à l'interface x'_1 :

$$\bar{\mathbf{u}}^{(n)} = \frac{\mathbf{u}^{(n)}}{C_n} \quad \text{et} \quad \bar{\boldsymbol{\sigma}}^{(n)} = \frac{\boldsymbol{\sigma}^{(n)}}{C_n},$$

C_n étant le coefficient de normalisation. Pour le déterminer, nous utilisons la relation de bi-orthogonalité établie par Auld [14], Fraser [15] et généralisée par Gunawan [16], basée sur le coefficient de bi-orthogonalité P_{mn} :

$$P_{mn} = \frac{i\omega}{4} \int_{-h}^{+h} \left[u_j'^{(m)} (\sigma_{1j}'^{(n)})^* - (u_j'^{(p)})^* \sigma_{1j}'^{(m)} \right] dx_2.$$

Pour les modes propagatifs, le coefficient P_{mn} est non nul uniquement quand $m = n$. La partie réelle de ce coefficient correspond au flux d'énergie passant à travers l'interface. Le coefficient C_n pour chaque modes propagatif est alors donné par :

$$C_n = \Re \{P_n\}, \quad (2.31)$$

Cette équation ne peut pas, en revanche, s'appliquer aux modes non propagatifs car leur flux d'énergie est par définition nul à travers l'interface ($\Re \{P_{mm}\} = 0$). Cependant, en suivant les travaux de Auld [14], il existe pour chaque mode non propagatif m de nombre d'onde k_m un mode non propagatif conjugué p , associé au nombre d'onde $k_p = k_m^*$. L'association de ces

deux modes permet un transport de l'énergie dont le flux est donné par la partie réelle de P_{mp} . Chaque mode non propagatif peut alors être normalisé par ce coefficient

$$C_m = \Re \{P_{mp}\}.$$

Dans la suite, $\bar{\mathbf{u}}$ et $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ seront notés $\mathbf{u}$ et $\boldsymbol{\sigma}$ afin d'alléger les expressions. Les conditions limites à l'interface sont l'annulation de la contrainte sur les bords de la marche et la continuité des déplacements et contraintes sur la partie centrale. Elles s'écrivent :

$$u_j^{(l)} + \sum_{n_1=1}^{\infty} r_{(l|n_1)} \tilde{u}_j^{(n_1)} = \sum_{n_2=1}^{\infty} t_{(l|n_2)} u_j^{(n_2)}, \quad |x_2| < h_2, \quad (2.32)$$

$$\sigma_{1j}^{(l)} + \sum_{n_1=1}^{\infty} r_{(l|n_1)} \tilde{\sigma}_{1j}^{(n_1)} = \begin{cases} 0 & , h_2 < |x_2| < h_1 \\ \sum_{n_2=1}^{\infty} t_{(l|n_2)} \sigma_{1j}^{(n_2)} & , |x_2| < h_2, \end{cases} \quad (2.33)$$

avec $j = 1, 2, 3$. $r_{(l|n)}$ et $t_{(l|n)}$ représentent les coefficients de réflexion et transmission du mode incident dans le n^{ieme} mode dans la partie correspondante de la plaque. Ce système d'équations ne peut pas être résolu analytiquement. Il nécessite la troncature des séries et la discrétisation des champs de déplacement et contrainte.

2.4 Inversion du problème

Pour résoudre numériquement les équations (2.32) et (2.33), les champs de déplacement et contrainte doivent être discrétisés le long de la normale à la plaque avec un pas d'échantillonnage Δx_2 . Un nombre maximum de modes considérés est ainsi fixé par le critère de Shannon spatial indiquant qu'il est nécessaire d'avoir au moins 2 points par période :

$$k_{x_2} < \frac{2\pi}{\Delta x_2}$$

avec $k_{x_2} = \sqrt{(\omega/c_T)^2 - k^2}$. Le nombre N de modes sélectionnés est inférieur au nombre de points discrets le long de l'épaisseur. Cette discrétisation du champ de déplacement et contrainte

permet d'écrire les équations (2.32) et (2.33) sous une forme matricielle :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_i \\ \vdots \\ r_{N_1} \\ \\ t_1 \\ \vdots \\ t_i \\ \vdots \\ t_{N_2} \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\tilde{u}_1^{(1)} & -\tilde{u}_1^{(n)} & -\tilde{u}_1^{(N_1)} & u_1^{(1)} & u_1^{(n)} & u_1^{(N_2)} \\ -\tilde{u}_2^{(1)} & -\tilde{u}_2^{(n)} & -\tilde{u}_2^{(N_1)} & u_2^{(1)} & u_2^{(n)} & u_2^{(N_2)} \\ -\tilde{u}_3^{(1)} & -\tilde{u}_3^{(n)} & -\tilde{u}_3^{(N_1)} & u_3^{(1)} & u_3^{(n)} & u_3^{(N_2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\tilde{\sigma}_{11}^{(1)} & -\tilde{\sigma}_{11}^{(n)} & -\tilde{\sigma}_{11}^{(N_1)} & \sigma_{11}^{(1)} & \sigma_{11}^{(n)} & \sigma_{11}^{(N_2)} \\ -\tilde{\sigma}_{12}^{(1)} & -\tilde{\sigma}_{12}^{(n)} & -\tilde{\sigma}_{12}^{(N_1)} & \sigma_{12}^{(1)} & \sigma_{12}^{(n)} & \sigma_{12}^{(2,N_2)} \\ -\tilde{\sigma}_{13}^{(1)} & -\tilde{\sigma}_{13}^{(n)} & -\tilde{\sigma}_{13}^{(N_1)} & \sigma_{13}^{(1)} & \sigma_{13}^{(n)} & \sigma_{13}^{(N_2)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}}^{-1} \underbrace{\begin{pmatrix} u_1^{(I)} \\ u_2^{(I)} \\ u_3^{(I)} \\ \\ \sigma_{11}^{(I)} \\ \sigma_{12}^{(I)} \\ \sigma_{13}^{(I)} \end{pmatrix}}_{\mathbf{Y}}. \quad (2.34)$$

$\mathbf{C}$ est le vecteur contenant les coefficients de réflexion et transmission, $\mathbf{M}$ est la matrice contenant le champ de déplacement et contraintes pour chacun des modes, et $\mathbf{Y}$ est le champ de déplacement et contrainte du mode incident. La matrice rectangulaire $\mathbf{M}$ est inversée en utilisant la pseudo-inversion de Moore-Penrose [17]. L'intervalle d'échantillonnage choisi $\Delta x_2 = 2 \cdot 10^{-4}$ mm implique la prise en compte de $N_L = 241$ modes de Lamb et $N_{SH} = 120$ modes SH dans chaque partie de la plaque. Ce choix est fait afin de remplir les conditions de conservation de l'énergie avec une précision suffisante telle que : $1 - \left(\sum_{i=1}^N |r_i|^2 + |t_i|^2 \right) < 10^{-3}$.

2.5 Validation du modèle

Comme indiqué ci dessus, la conservation de l'énergie dans le système est un premier indicateur de la validité possible de cette méthode semi-analytique. Cependant la divergence théorique du champ de contrainte sur le coin de la marche pose potentiellement problème. Dans cette section, nous présentons une simulation numérique FDTD nous permettant de valider le modèle pour une incidence normale.

2.5.1 Validation numérique en incidence normale

Tout d'abord, le problème est simulé en utilisant le logiciel Simsonic [10, 18] développé par Emmanuel Bossy. Il s'agit d'une méthode FDTD résolvant les équations de l'élasto-dynamique dans les solides (cf Eqs. (2.1)-(2.2)-(2.3)). Le problème est simulé en deux dimensions en ne considérant uniquement que le cas de l'incidence normale, car la simulation d'une plaque en trois dimensions avec un maillage suffisamment fin nécessite une trop grosse puissance de calcul. La configuration étudiée numériquement est celle optimisée dans la suite en section 2.6, soit une marche d'épaisseur de 1 et 0,92 mm d'épaisseur dans une plaque de duralumin (Fig.

2.6). La partie épaisse fait 250 mm de long et la partie mince 200 mm. Nous fixons au bords de la plaque des conditions de couche absorbante parfaitement adaptée –ou *Perfectly Matched Layer*– (PML) afin d’éviter les réflexions parasites. Nous souhaitons induire dans la partie épaisse le mode S_2 sur la bande de fréquence [3,25 -3,45] MHz et de fréquence spatiale [0,02 - 0,14] mm^{-1} (l’inverse de la longueur d’onde) avec une source de déplacement normal sur la surface de la plaque. Le pas $\delta x = 0,01$ mm du maillage ainsi que la vitesse de propagation maximale des ondes élastiques $c_L = 6,42$ mm/ μs dans le dispositif fixent l’échantillonnage temporel $\delta t = 9 \cdot 10^{-4}$ μs permettant la convergence de la simulation numérique, en vertu des conditions CFL (Courant Friedrichs Levy) [19] :

$$\delta t = \frac{\delta x}{\sqrt{D}c_L}, \quad (2.35)$$

où $D = 2$ en 2D et $D = 3$ en 3D. Si le maillage est adapté, la méthode de calcul en différence finies permet de simuler la propagation des ondes élastiques dans la géométrie désirée. Pour définir la source permettant l’excitation désirée, nous effectuons la transformée de Fourier inverse discrète spatio-temporelle de la courbe de dispersion théorique située dans la bande de fréquence et de nombre d’onde choisie. La courbe de dispersion est préalablement convoluée avec un élément structurant gaussien. Le signal spatio-temporel à émettre est alors obtenu pour une durée de 40 μs sur 50 mm.

L’ensemble des champs de contraintes et de déplacements sont ensuite mesurés sur deux lignes réceptrices situées 50 mm en amont de la marche et 50 mm en aval pour éviter les effets de champ proche près de l’interface. Le pas spatiale de mesure sur ces lignes est le pas $\delta x = 0,01$ mm du maillage. On calcule ensuite le coefficients de réflexion et transmission à partir de la méthode de décomposition modale proposée par Pagneux *et al* [20] indiquée en annexe A.2. En utilisant cette méthode, on obtient l’amplitude des composantes propagatives $A_n^{(p)}$ et contre-propagatives $B_n^{(p)}$ de chacun des modes de Lamb pour le champ mesuré de part et d’autre de la discontinuité d’épaisseur. La comparaison des résultats numériques avec ceux prédits par le modèle semi-analytique est indiquée sur le tableau 2.1. L’accord entre les résultats numériques et théoriques est satisfaisant (l’erreur relative est d’environ 0,7%). L’approche semi analytique est donc valide dans le cas d’une incidence normale.

TABLEAU 2.1 – Comparaison des coefficients de réflexion et de transmission obtenus par la méthode semi-analytique et la simulation avec Simsonic

Coefficient	Méthode semi-analytique	Méthode numérique
$r_{S_2 \rightarrow S_0}$	0,197	0,167
$r_{S_2 \rightarrow S_1}$	0,210	0,204
$r_{S_2 \rightarrow S_2}$	0,099	0,097
$t_{S_2 \rightarrow S_0}$	0,013	0,015
$t_{S_2 \rightarrow S_1}$	0,184	0,180
$t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}$	0,937	0,941
$\sum t_i^2 + r_i^2$	1,000	1,000

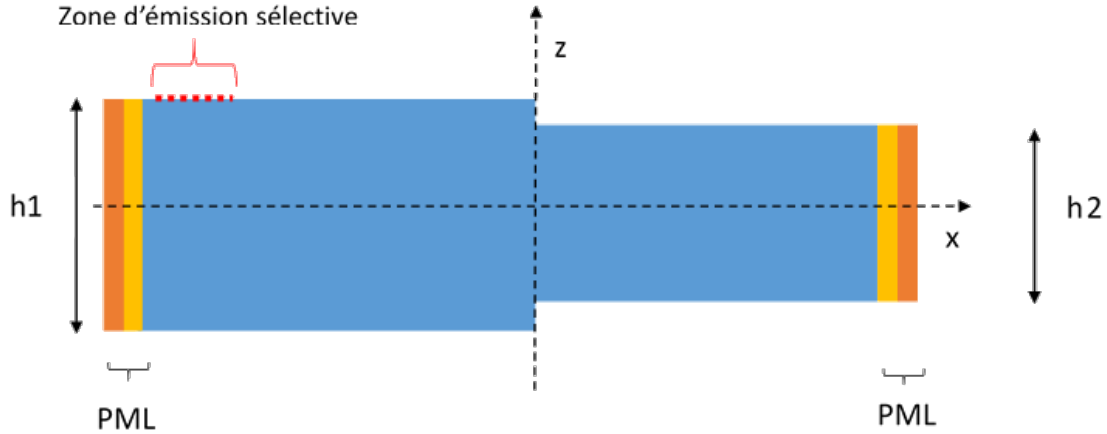


FIGURE 2.6 – Représentation de la géométrie de la plaque simulée. Aux extrémités, des conditions de PML permettent d'éliminer les réflexions en bout de plaque

2.6 Optimisation du phénomène de réfraction négative

Ce modèle semi-analytique validé est alors utilisé afin de déterminer le ratio d'épaisseur qui maximise la conversion du mode prograde S_2 vers le rétrograde S_{2b} pour une incidence normale. Le coefficient de transmission $|t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}|$ est représenté en figure 2.7(a) en fonction du ratio d'épaisseur d_2/d_1 pour une incidence normale et différents matériaux. Pour chaque ratio d'épaisseur, le coefficient de transmission en amplitude est calculé à la fréquence de croisement, intersection du mode S_2 dans la partie épaisse et du mode S_{2b} dans la partie mince (voir Fig. 2.5). De façon intéressante, le coefficient de transmission en amplitude peut être proche de l'unité pour des matériaux comme le duralumin ou le cuivre ($|t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}| = 0,94$). Cela s'explique par le fait que les profils de déplacement des deux modes sont très semblables à la fréquence de croisement (voir Fig. 2.8(b)). Cependant, pour chaque matériau, le coefficient de transmission décroît fortement quand le ratio d'épaisseur tend vers 1. Dans ce cas asymptotique, la fréquence de croisement se rapproche des fréquences de coupure auxquelles le mode S_2 tend à être purement longitudinal alors que le mode S_{2b} devient purement transverse. Les modes présentent alors des natures très différentes, d'où un coefficient de conversion qui s'annule lorsque $d_2/d_1 \rightarrow 1$ (voir Fig. 2.8.(a)). La figure 2.7(b) présente $|t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}|$ et le ratio d'épaisseur optimal en fonction du coefficient de Poisson ν . Curieusement, quand ν tend vers $1/3$, le coefficient de transmission atteint 1 avec un ratio d'épaisseur optimal de 1. Cette valeur critique de ν implique en effet la coïncidence des fréquences de coupure de S_2 et S_{2b} . Les modes S_2 et S_{2b} sont donc strictement identiques dans ce cas, ce qui signifie qu'il y a un complet recouvrement et une conversion parfaite entre eux (voir Fig. 2.8.c). Un tel cas a été étudié récemment par Stobbe *et al* [21] car cela entraîne aussi un cône dit de Dirac autour de la fréquence de croisement. Un tel point singulier implique une vitesse de groupe finie alors que le nombre d'onde tend vers zero. Cependant, dans le cas présent, une longueur d'onde infinie limite l'intérêt expérimental pour ce cas idéal. Un compromis est donc trouvé entre le coefficient de transmission et la longueur d'onde du mode : le choix du duralumin apparaît être le meilleur

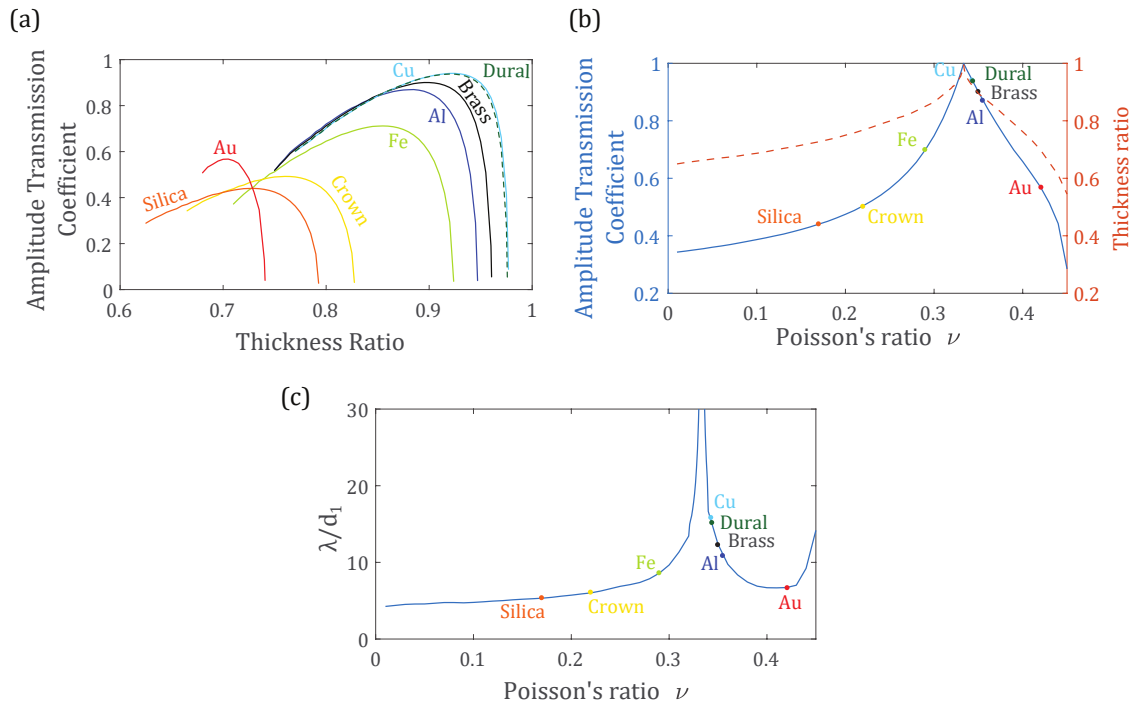


FIGURE 2.7 – Transmission du mode S_2 à incidence normale : (a) Coefficient de transmission $|t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}|$ en fonction du ratio d'épaisseur d_2/d_1 pour différents matériaux (seule la transmission vers le mode S_{2b} propagatif est tracée). (b) Coefficient de transmission en amplitude (ligne continue) et le meilleur ratio d'épaisseur associé (ligne pointillée) en fonction du coefficient de Poisson. Le coefficient atteint 1 pour $\nu = 1/3$, c'est à dire quand S_2 et S_{2b} partagent la même fréquence de coupure. (c) Évolution de la longueur d'onde au croisement en fonction du coefficient de Poisson.

avec un coefficient de transmission $|t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}| = 0,94$ pour un ratio d'épaisseur d_2/d_1 de 0,92 et une longueur d'onde raisonnable $\lambda = 15d_1$. De plus, le duralumin présente un coefficient d'absorption bien inférieur à celui du cuivre (~ 1 dB/m pour le duralumin au lieu de ~ 20 dB/m pour le cuivre [22]).

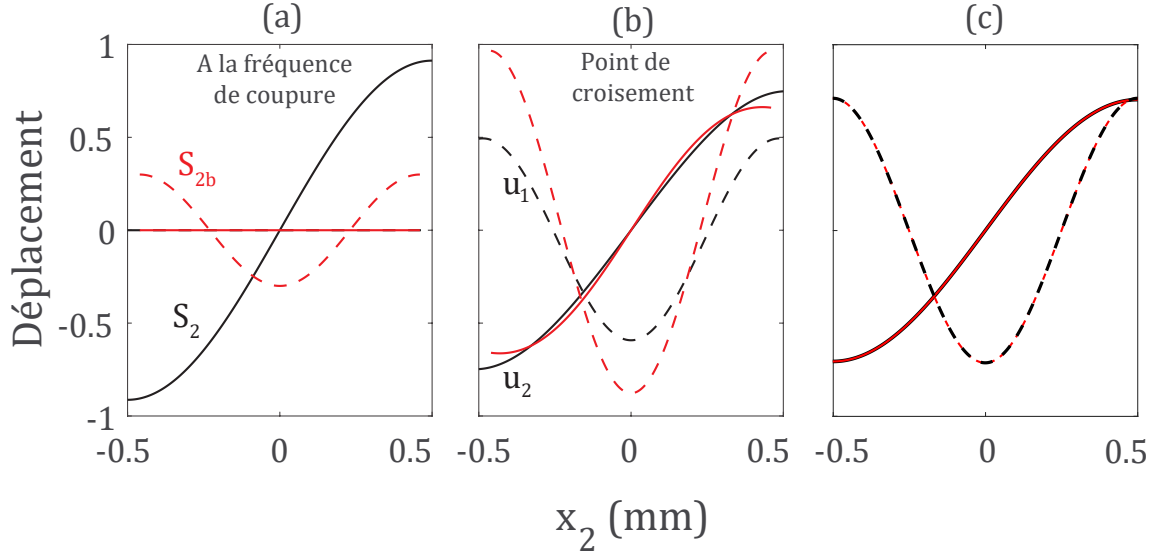


FIGURE 2.8 – Déplacement u_2 (ligne continue) et u_1 (ligne pointillée) de S_2 (noir) dans une plaque de duralumin de 1 mm d'épaisseur et S_{2b} (rouge) dans une plaque de duralumin de 0,9 mm d'épaisseur : (a) à la fréquence de coupure. (b) Au point de croisement. (c) A la coïncidence quand $v = 1/3$, et $d_2/d_1 = 1$

Ayant sélectionné le duralumin comme matériau le plus favorable, nous étudions l'évolution fréquentielle de la conversion entre S_2 et S_{2b} . Cette dernière est présentée en figure 2.9(a). D'une manière surprenante, elle reste efficace sur une large bande passante. Le coefficient de transmission est au dessus de 0,9 sur une bande de fréquence $\Delta f/f \sim 4,5\%$. Pour $d_1 = 1$ mm, le phénomène de réfraction négative peut donc être observé dans le domaine temporel pour des paquets d'onde d'une durée $\Delta t \sim 1/\Delta f \sim 6 \mu s$. Cet aspect important sera confirmé dans la suite du manuscrit.

L'étude de la dépendance angulaire de la conversion entre les modes S_2 et S_{2b} est également pertinente pour prédire le pouvoir de résolution de la lentille plate à réfraction négative [6]. La figure 2.9(b) présente les coefficients de réflexion et transmission du mode incident S_2 vers les divers modes propagatifs supportés par chaque partie de la plaque. Il apparait alors que $|t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}|$ reste supérieur à 0,8 sur un large spectre angulaire de 45° . Il faut cependant noter que, pour de grands angles d'incidence, le mode S_2 est principalement réfléchi en lui même et dans le mode SH_2 . Comme cela sera montré plus loin, cette robustesse angulaire de la conversion $S_2 \rightarrow S_{2b}$ assure une large ouverture numérique de 0,7 pour la lentille plate à réfraction négative.

Ce modèle semi-analytique nous permet également d'étudier la réflexion et la transmission des modes de Lamb à une interface autre qu'un changement d'épaisseur. Notamment le cas de la réfraction négative à un changement de matériau.

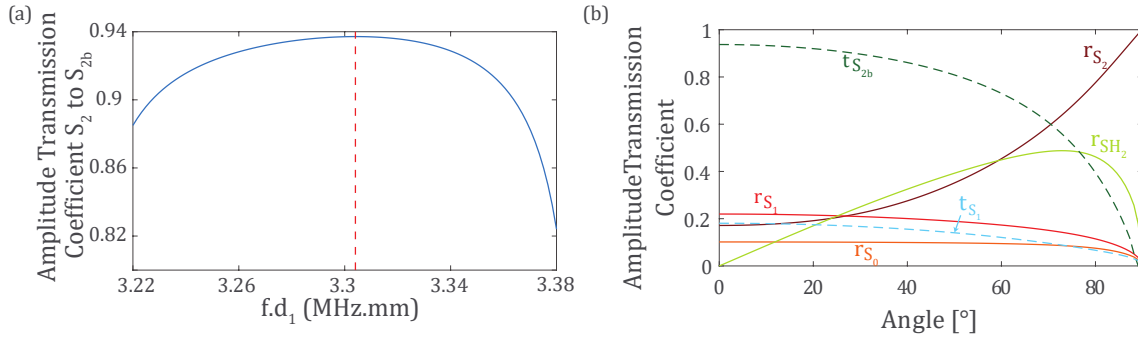


FIGURE 2.9 – (a) Variation fréquentielle du coefficient de transmission en amplitude autour de la fréquence de croisement (pointillés) et pour un ratio d'épaisseur optimal. (b) Coefficients de réflexion et transmission en fonction de l'angle d'incidence du mode S_2 à la fréquence $f = 3,33$ MHz. (Le coefficient de réflexion de S_2 vers SH_0 et ceux de transmission en S_0 et en SH_0 sont nuls).

2.6.1 Cas de la réfraction négative à un changement de matériau

L'équipe de Manjunath a en effet récemment étudié la réfraction négative des ondes de Lamb, sans changement d'épaisseur mais avec une discontinuité de matériaux [23]. Ils n'ont cependant pas présenté de prévisions théoriques de l'efficacité de leur système, composé de plaques d'aluminium et de molybdène jointes entre elles. La figure 2.10 présente certains résultats proposés dans leur article. Le contraste des vitesses entre les deux matériaux (cf figure 2.10(b)) se traduit par le croisement du mode S_2 dans l'aluminium avec le mode S_{2b} dans le molybdène à une fréquence de 1,09 Mhz plaque de 3 mm d'épaisseur (cf Fig.2.10(a)). Ils observent numériquement et expérimentalement une focalisation de l'onde (cf figures 2.10(c) et (d)). Cependant, en utilisant le modèle semi-analytique, le coefficient de transmission du mode S_2 en S_{2b} est estimé à 0,6 en incidence normale (cf figure 2.11). Ce coefficient, relativement faible à cause du contraste de densité, n'est donc pas du tout optimal pour concevoir une lentille de Veselago. Cependant, cette combinaison de matériaux n'est peut être pas la meilleure et il serait intéressant de faire une recherche plus systématique afin de trouver l'association de matériaux conduisant à un coefficient de conversion supérieur à celui de la marche en duralumin. Une telle configuration permettrait alors de s'affranchir des limites liées à la conception de la marche, telles que la précision de son usinage. Cela éviterait en outre les conversions vers les modes d'ordre inférieur et les réflexions indésirables pouvant perturber les effets de réfraction négative dans des dispositifs plus complexes comme ceux présentés dans le chapitre 3.

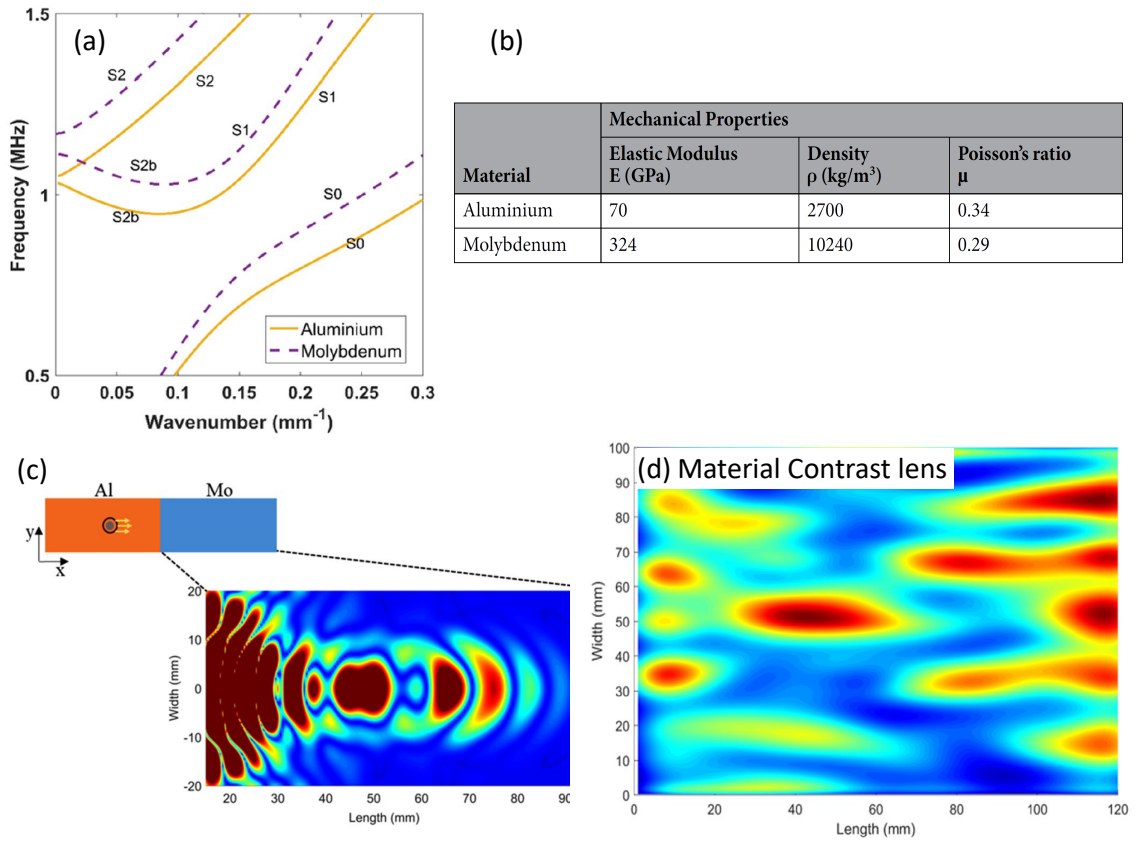


FIGURE 2.10 – Figures prises de [23]. Réfraction négative se produisant à un changement de matériaux. (a) Courbes de dispersion des ondes de Lamb dans une plaque d'épaisseur 3 mm. Le mode S₂ dans l'aluminium et le mode S_{2b} dans le Molybdène se croisent à 1,09 MHz. (b) Propriétés mécaniques des matériaux utilisés. (c) Résultats obtenus par simulation, présentant une focalisation dans la zone en Molybdène. (d) Scan 2D du déplacement normal obtenu expérimentalement sur la zone en Molybdène sur la surface de la plaque.

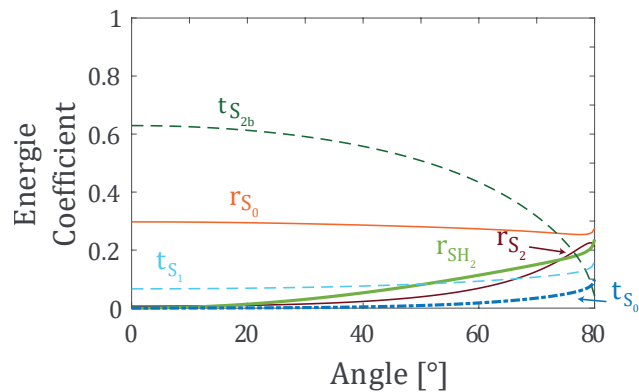


FIGURE 2.11 – Coefficients de réflexion et transmission en fonction de l'angle d'incidence du mode S₂ à une interface entre de l'aluminium et du molybdène à la fréquence de croisement $f = 3,23$ MHz. (Les coefficients de réflexion de S₂ vers S₁ et vers SH₀, et de transmission en SH₀ et en SH₂ ne sont pas présentés ici car beaucoup plus petits que 10^{-3})

2.7 Réalisation expérimentale : Lentille plate à réfraction négative

Maintenant que nous avons trouvé les différents paramètres optimisant le processus de réfraction négative, nous réalisons expérimentalement une lentille plate à réfraction négative pour ondes de Lamb dont nous allons pouvoir comparer les performances par rapport aux prédictions théoriques.

A cette fin, nous gravons une plaque de duralumin de 1 mm d'épaisseur par érosion chimique en utilisant du perchlorure de fer afin d'obtenir une partie mince de 0,9 mm d'épaisseur. La longueur L de la marche est de 50 mm (cf Fig.2.12(a)). Les dimensions de la plaque ($200 \times 200 \text{ mm}^2$) sont choisies afin de limiter les réflexions sur les bords pendant la mesure.

Pour mesurer le champ induit par un point source, nous utilisons habituellement un transducteur piézo-électrique comme source et un interféromètre hétérodyne pour mesurer le déplacement induit par les ondes de Lamb à la surface de la plaque. Toutefois, la faible réflectivité optique de la plaque nous a conduit à procéder autrement et à utiliser le principe de réciprocité spatiale. Une source laser mobile permet de générer les ondes de Lamb à différents points de la plaque et un transducteur piézo-électrique mesure le champ induit en un point fixe. Par réciprocité spatiale, la réponse enregistrée est identique à celle qui serait mesurée pour une source au niveau du transducteur et un détecteur au niveau du faisceau laser.

L'excitation est réalisée à l'aide d'un laser pulsé Nd :Yag à 1064 nm (Centurion, Quantel) sur une grille de points recouvrant $150 \times 50 \text{ mm}^2$ de la surface (voir Fig.2.12(a)) avec un pas de 1 mm. Le déplacement normal est mesuré avec un transducteur de 10 mm de diamètre (Olympus V183-RM) collé avec du phenyl salicylate sur la partie épaisse de la plaque et placé à une distance $D = 25 \text{ mm}$ de la première marche (voir Fig.2.12(a)). En utilisant un oscilloscope USB (TiePie HS5), les signaux mesurés par le transducteur sont transférés à l'ordinateur. Une transformée de Fourier spatio-temporelle des fronts d'onde enregistrés est alors effectuée de 3,22 à 3,52 MHz et pour des fréquences spatiales $k/(2\pi)$ allant de $-0,15$ à $0,15 \text{ mm}^{-1}$. Afin d'éviter les réflexions sur les surfaces libres de la plaque, la transformée de Fourier est calculée pour des fenêtres temporelles adaptées à chacune des parties de la lentille : $0 - 20 \text{ }\mu\text{s}$ pour la première partie épaisse, $10 - 70 \text{ }\mu\text{s}$ pour la partie mince et $40 - 100 \text{ }\mu\text{s}$ pour la deuxième partie épaisse.

La figure 2.12(b) présente le champ de déplacement normal mesuré sur la plaque à la fréquence $f = 3,33 \text{ MHz}$. Comme prédit théoriquement (Fig.2.9(b)), la lentille à réfraction négative présente de remarquables capacités de focalisation avec une large ouverture angulaire. Afin d'aller plus loin qu'une analyse qualitative, nous calculons, à l'aide du modèle semi-analytique, le champ induit par une source axi-symétrique dans la lentille à réfraction négative (méthode détaillée en annexe A.3). Pour imiter au mieux l'expérience et prendre en compte la durée limitée de la mesure, seuls les angles inférieurs à 60° sont considérés. Le champ de déplacement alors obtenu est présenté en figure 2.12(c). Nous observons alors un très bon accord avec l'expérience (Fig.2.12(b)). Pour une comparaison quantitative, deux observables pertinentes sont évaluées. La première est le ratio entre le déplacement maximum sur la tache focale dans la troisième et deuxième partie de la plaque. Dans l'expérience, ce ratio est de 0,84 alors qu'il est de 0,87 via le modèle semi-analytique. La seconde est la largeur à mi-hauteur de la tache fo-

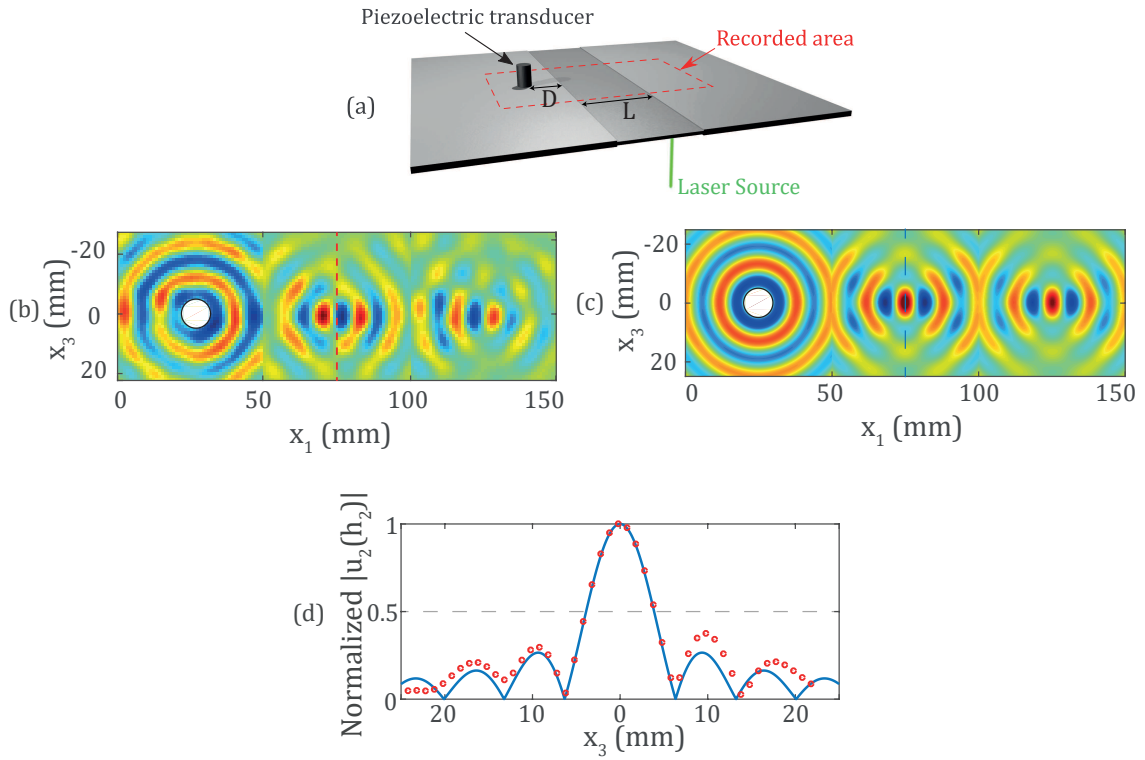


FIGURE 2.12 – Lentille à réfraction négative réalisée sur une plaque de duralumin avec un ratio d'épaisseur $d_2/d_1 = 0,9$. (a) Dispositif expérimental. (b) Champ mesuré expérimentalement à la surface de la lentille à la fréquence de croisement $f = 3,33$ MHz. (c) Champ prédit théoriquement à la surface de la lentille à la même fréquence. (d) Focalisation transverse dans le plan image de la partie mince de la plaque : Le déplacement normal mesuré (points rouges) est comparé aux prédictions semi-analytiques (ligne bleue continue).

cale dans la partie mince de la plaque selon la direction x_3 . Les taches focales expérimentale et théorique correspondantes sont comparées en figure 2.12(d). Expérimentalement, une largeur à mi hauteur de 7,9 mm est observée, quand celle prédite par le modèle semi-analytique est de 7,8 mm. Ces observables démontrent un accord quantitatif remarquable. Les quelques désaccords résiduels sont expliqués par les imperfections expérimentales. Tout d'abord, la marche n'est pas parfaitement abrupte. Deuxièmement, l'épaisseur de la partie érodée de la plaque présente de légères variations (entre 0,88 et 0,92 mm), ce qui entraîne un décalage du point de croisement entre S_2 et S_{2b} . Dernièrement, bien que faible, l'atténuation des modes de Lamb est augmentée par les pertes dans l'air ($< 1\text{dB/m}$).

L'effet de la lentille peut aussi être observé dans le domaine temporel [6]. Grâce à la robustesse spectrale de la conversion $S_2 \rightarrow S_{2b}$ (Fig. 2.9.(a)), la lentille plate opère pour des paquets d'onde de durée finie (6 μs) (cf figure 2.13). Nous pouvons noter les imperfections du champ causées par les réflexion parasites sur l'interface qui dégradent le champ dans la lentille (cf le premier quadrant des figures 2.13(c) et (f)). Nous notons que le mode S_2 dans le premier quadrant (figure 2.13(d)) se convertit en S_{2b} dont les nombres d'ondes associés sont négatifs (figure 2.13(e)).

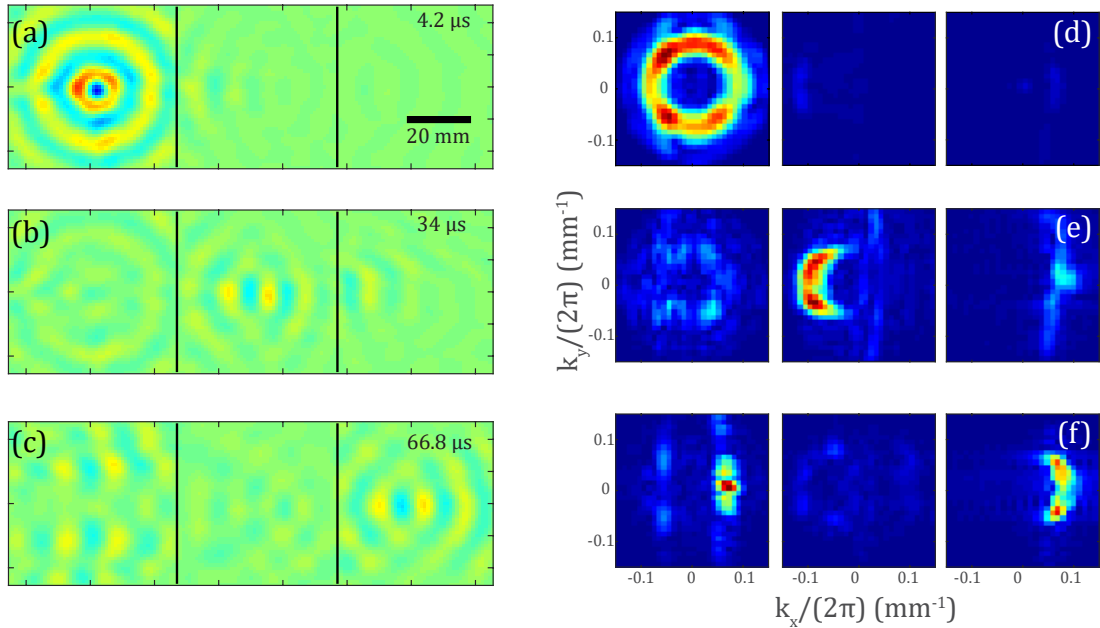


FIGURE 2.13 – Observation expérimentale du paquet d'onde associé aux modes S_2 et S_{2b} dans la lentille. (a),(b) et (c) représentent la partie réelle du champ de déplacement normal associé respectivement aux temps de vol 4,2 μs , 34,0 μs et 66,8 μs . (d),(e) et (f) représentent les transformée de Fourier spatiale dans chacune des zones de la lentille plate aux mêmes instants.

De manière intéressante, le paquet d'onde reste remarquablement résolu en temps à travers la lentille malgré la dispersion temporelle du dispositif.

2.8 Conclusion et perspectives

Nous avons réalisé l'étude semi-analytique de l'interaction d'une onde de Lamb avec un marche d'épaisseur. En s'intéressant plus spécifiquement à la conversion des modes de Lamb *progrades* et *rétrogrades*, nous avons pu trouver un design optimal afin d'obtenir un phénomène de réfraction négative. Ce modèle semi-analytique prévoit une robustesse fréquentielle et angulaire du phénomène de réfraction négative et indique que le duralumin, comme utilisé dans de précédents travaux [1, 6], est un excellent matériau pour observer la réfraction négative des ondes de Lamb. Ce modèle a été validé numériquement à l'aide du code FDTD Simsonic. Un excellent accord est trouvé ensuite entre nos prédictions théoriques et une expérience ultrasons-laser permettant de mesurer le champ à la surface de la lentille plate. Cette expérience démontre en outre la large bande passante du dispositif et sa capacité à réfracter négativement un paquet d'onde résolu en temps.

Maintenant que le processus de réfraction négative a été optimisé théoriquement et est bien maîtrisé expérimentalement, nous présentons dans le chapitre suivant, l'étude de phénomènes liés à la réfraction négative, tel que le concept de milieu complémentaires [24] et de lentille parfaite [25]. Nous explorons notamment les possibilités offertes par la réfraction négative pour piéger les ondes, annuler leur diffraction ou bien la vaincre en focalisant leur énergie sur des dimensions inférieures à la demi-longueur d'onde.

2.9 Références

- [1] C Prada, O Balogun, and TW Murray. Laser-based ultrasonic generation and detection of zero-group velocity lamb waves in thin plates. *Appl. Phys. Lett.*, 87(19) :194109, 2005. 28, 33, 49
- [2] Stephen D Holland and Dale E Chimenti. Air-coupled acoustic imaging with zero-group-velocity lamb modes. *Appl. Phys. Lett.*, 83(13) :2704–2706, 2003. 28, 33
- [3] M Germano, A Alippi, A Bettucci, and G Mancuso. Anomalous and negative reflection of lamb waves in mode conversion. *Physical Review B*, 85(1) :012102, 2012. 28
- [4] Benoît Gérardin, Jérôme Laurent, C Prada, and Alexandre Aubry. Negative reflection of lamb waves at a free edge : Tunable focusing and mimicking phase conjugation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 140(1) :591–600, 2016. 28
- [5] Suraj Bramhavar, C Prada, Alexei A Maznev, Arthur G Every, Theodore B Norris, and Todd W Murray. Negative refraction and focusing of elastic lamb waves at an interface. *Physical Review B*, 83(1) :014106, 2011. 28, 35, 36
- [6] F D Philippe, Todd W Murray, and C Prada. Focusing on plates : controlling guided waves using negative refraction. *Scientific reports*, 5, 2015. 28, 35, 36, 43, 48, 49

- [7] C Schaal and A Mal. Lamb wave propagation in a plate with step discontinuities. *Wave Motion*, 66 :177–189, 2016. 28
- [8] Banibrata Poddar and Victor Giurgiutiu. Scattering of lamb waves from a discontinuity : An improved analytical approach. *Wave Motion*, 65 :79–91, 2016. 28
- [9] Feilong Feng, Zhuangzhi Shen, and Jianzhong Shen. Scattering of obliquely incident waves by straight features in a plate. *Wave Motion*, 60 :84–94, 2016. 28
- [10] Emmanuel Bossy. “simsonic”. <http://simsonic.fr/>, 2012. 28, 39
- [11] F Legrand, B Gérardin, J Laurent, C Prada, and A Aubry. Negative refraction of lamb modes : A theoretical study. *Physical Review B*, 98(21) :214114, 2018. 28
- [12] D Royer and E Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides : propagation libre et guidée*. Masson, 1996. v, 27, 28
- [13] David E Muller. A method for solving algebraic equations using an automatic computer. *Mathematical tables and other aids to computation*, 10(56) :208–215, 1956. 33
- [14] Bertram Alexander Auld. *Acoustic fields and waves in solids*. John Wiley and Sons, 1973. 37
- [15] WB Fraser. Orthogonality relation for the rayleigh–lamb modes of vibration of a plate. *J. Acoust. Soc. Am.*, 59(1) :215–216, 1976. 37
- [16] Arief Gunawan and Sohichi Hirose. Reflection of obliquely incident guided waves by an edge of a plate. *Mater. Tran.*, 48(6) :1236–1243, 2007. 37
- [17] Roger Penrose. A generalized inverse for matrices. In *Mathematical proceedings of the Cambridge philosophical society*, volume 51, pages 406–413. Cambridge University Press, 1955. 39
- [18] Emmanuel Bossy, Maryline Talmant, and Pascal Laugier. Three-dimensional simulations of ultrasonic axial transmission velocity measurement on cortical bone models. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(5) :2314–2324, 2004. 39
- [19] Richard Courant, Kurt Friedrichs, and Hans Lewy. Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik. *Mathematische annalen*, 100(1) :32–74, 1928. 40
- [20] V Pagneux and A Maurel. Lamb wave propagation in inhomogeneous elastic waveguides. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 458(2024) :1913–1930, 2002. 40
- [21] David M Stobbe and Todd W Murray. Conical dispersion of lamb waves in elastic plates. *Phys. Rev. B*, 96(14) :144101, 2017. 41

- [22] Claire Prada, Dominique Clorennec, and Daniel Royer. Power law decay of zero group velocity lamb modes. *Wave Motion*, 45(6) :723–728, 2008. 43
- [23] CT Manjunath and Prabhu Rajagopal. Lensing in the ultrasonic domain using negative refraction induced by material contrast. *Scientific reports*, 9(1) :6368, 2019. 44, 45
- [24] JB Pendry and S Anantha Ramakrishna. Focusing light using negative refraction. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 15(37) :6345, 2003. 49
- [25] J B Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85(18) :3966, 2000. 49

Chapitre 3

Des milieux complémentaires à la lentille parfaite

Sommaire

3.1 Introduction	54
3.2 Bandes Complémentaires : annulation de la diffraction des ondes	54
3.2.1 Démonstration numérique	55
3.2.2 Démonstration expérimentale	58
3.3 Camouflage d'un diffuseur par son anti-objet	62
3.3.1 Démonstration numérique	64
3.3.2 Démonstration expérimentale	65
3.4 Étude du double coin : Piégeage des ondes	68
3.4.1 Démonstration numérique	68
3.4.2 Démonstration expérimentale	71
3.5 Vers une lentille parfaite pour les ondes de Lamb	74
3.6 Conclusion et perspectives	80
3.7 Références	81

3.1 Introduction

L'étude théorique réalisée au chapitre 2 nous a permis de trouver une configuration optimale pour observer la réfraction négative des ondes de Lamb. Dans ce chapitre, nous tirons profit de ce phénomène pour étudier les deux concepts fascinants que sont les milieux complémentaires et la lentille parfaite imaginés par Pendry au début des années 2000 [1, 2].

Au chapitre précédent, nous avons montré comment une tranche de matériau à indice négatif (MIN) d'épaisseur L permettait de translater un champ incident sur une distance $2L$. Tout se passe comme si le MIN compensait exactement la propagation de l'onde incidente à travers une couche d'indice positif de même épaisseur. C'est le principe des milieux complémentaires. Pendry et son équipe ont généralisé ce concept en montrant que toute zone de l'espace pouvait être annihilée en lui adjoignant une zone complémentaire, miroir de la première avec un indice de réfraction opposé. Suivant les positions relatives de la source et de l'observateur, un milieu complémentaire peut agir comme : (i) une couche d'anti-matière annihilant la diffraction subie par l'onde dans la couche voisine [2], (ii) un anti-objet permettant de camoufler une zone de l'espace [3]; (iii) un piège pour les ondes générées à l'intérieur du dispositif [4]. Ce chapitre explore donc l'application de ce concept aux ondes de Lamb à travers les études expérimentales et numériques de trois dispositifs initiées avec Benoit Gérardin durant la fin de sa thèse [5] : les bandes complémentaires, l'anti-objet, et le coin parfait.

Enfin, en guise d'ouverture, nous discuterons du cas des ondes évanescentes et du concept de lentille parfaite dont la proposition initiale avait suscité tant d'intérêt dans la communauté scientifique [1]. Particulièrement difficile à réaliser expérimentalement avec des métamatériaux du fait de leur caractère fortement dissipatif [6], nous mettons en évidence numériquement la possibilité de translater à l'identique le champ évanescent d'un objet associé à ses détails sub-longueur d'onde. D'une part, nous montrons numériquement comment cela peut être réalisé à l'aide du concept de méta-lentille initialement proposé par Fabrice Lemoult et Geoffroy Lerosey pour les ondes électromagnétiques et acoustiques [7, 8]. D'autre part, nous observons numériquement l'existence de modes sub-longueur d'onde se propageant le long d'une marche d'épaisseur à indice de réfraction négatif. De tels modes seraient le pendant élastique des plasmons de surface pour la lumière, modes électromagnétiques sub-longueur d'onde se propageant à la surface des métaux [9]. Les réflexions multiples de type Fabry-Pérot entre deux marches d'épaisseur constitueraient alors le mécanisme d'amplification du champ évanescent, comme l'avait suggéré Pendry dans son article fondateur [1]. Ces premiers résultats ouvrent un champ de recherche passionnant mais nécessiteront une étude approfondie pour confirmer la possibilité d'une lentille parfaite pour les ondes de Lamb.

3.2 Bandes Complémentaires : annulation de la diffraction des ondes

En 2004, John Pendry étend le phénomène de lentille plate de Veselago à des configurations plus complexes [3]. En effet, une tranche de MIN d'épaisseur L permet de translater un champ incident sur une distance $2L$ (cf Chapitre 2 et fig. 3.1(a)). Le MIN compense alors exactement la

propagation de l'onde incidente à travers une couche d'indice positif de même épaisseur. Dans le cas d'une configuration plus complexe avec une source ponctuelle en entrée, en adjoignant à la configuration initiale son objet dit "complémentaire" (un objet symétrique dont l'indice est opposé), on peut annuler les effets d'un milieu sur la propagation d'une onde (cf fig. 3.1). Le trajet complémentaire suivi par le champ d'onde dans le milieu complémentaire compense la phase accumulée dans le premier milieu (cf fig. 3.1(b)). En sortie du milieu complémentaire, la phase du front d'onde est analogue à ce qu'elle était en entrée du premier milieu, comme si on avait fait disparaître les deux tranches complémentaires (cf fig. 3.1(c)). Cet effet est aussi observé pour une onde incidente quelconque.

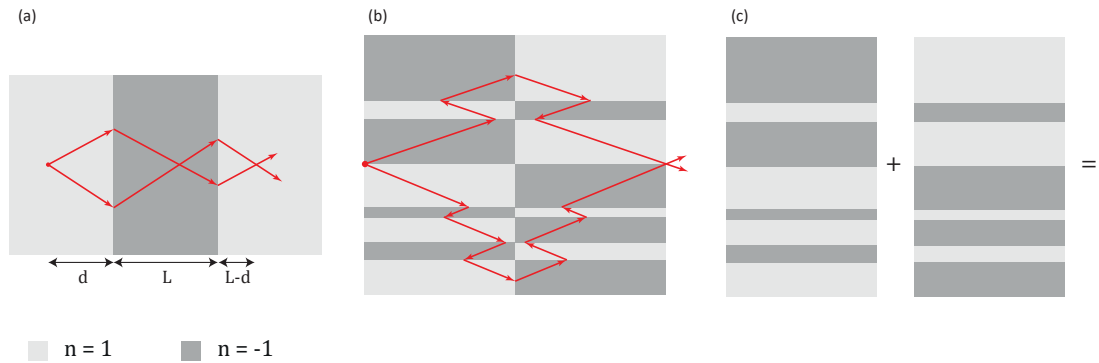


FIGURE 3.1 – Représentation schématique de l'effet de la lentille plate et des milieux complémentaires. (a) Une tranche de MIN d'épaisseur L permet de translater un champ incident sur une distance $2L$. (b) Deux bandes de milieux complémentaires accolées annulent chacune l'effet de l'autre. Le champ à la sortie de cette paire de milieux complémentaires est identique à celui en entrée. (c) Illustration de l'effet général des deux milieux complémentaires. La tranche d'espace de la largeur des deux bandes est alors comme supprimée de l'expérience.

3.2.1 Démonstration numérique

L'étude théorique du chapitre précédent nous a permis d'établir que la conversion du mode prograde S_2 en mode rétrograde S_{2B} était maximale à une discontinuité d'épaisseur (appelée marche dans la suite) respectant un ratio de 0,92 dans une plaque de duralumin. Cette marche pour ce matériau permet d'observer au mieux le phénomène de réfraction négative. Cependant, le contrôle imprécis de l'usinage des plaques a entraîné un ratio d'épaisseur d'environ 0,9. Afin de pouvoir comparer les réalisations expérimentales avec les simulations, la marche dans ces dernières est donc de 0,9. Heureusement, le coefficient de transmission en amplitude du mode S_2 vers le mode S_{2B} reste élevé pour ce ratio ($t_{S_2 \rightarrow S_{2B}}(h_2/h_1 = 0,9) = 0,93$ alors que $t_{S_2 \rightarrow S_{2B}}(h_2/h_1 = 0,92) = 0,94$). Afin d'observer les ondes propagatives et de s'affranchir des effets de champ proche, nous choisissons des bandes complémentaires de dimensions supérieures à la longueur d'onde du mode S_2 ($\lambda \sim 10$ mm, cf Figure 3.2). Par ailleurs, la conversion n'étant pas optimale pour les grands angles, nous avons placé la source à 50 mm des bandes complémentaires limitant les angles d'incidence dans la zone observée à 45° .

Tout d'abord, nous avons étudié cette configuration d'un point de vue numérique. La simu-

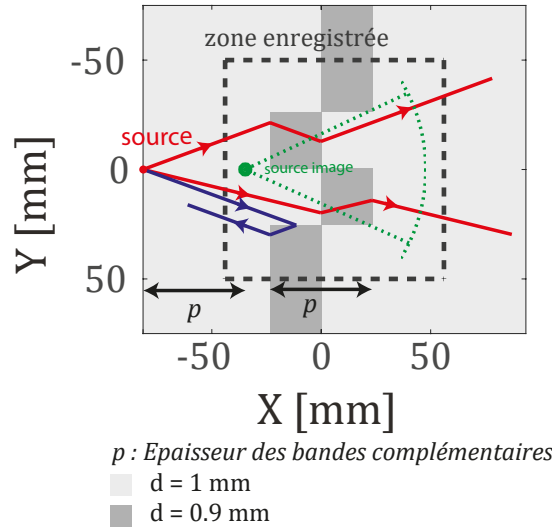


FIGURE 3.2 – Tracé de rayons à travers les bandes complémentaires. Une partie des rayons qui atteint la première bande, est réfléchi par les coins de la marche d'épaisseur ce qui entraîne une *zone d'ombre* à la sortie les bandes complémentaires.

lation est réalisée à l'aide du logiciel Simsonic [10] utilisé dans le chapitre précédent en section 2.5.1. Nous simulons la propagation d'une onde élastique dans une plaque de duralumin de $200 \times 200 \times 1$ mm³. Le maillage est réalisé avec un pas de $\delta x = 0,05$ mm. Nous considérons l'onde induite par une source ponctuelle de déplacement normal d'une durée de 1 μ s à la surface de la plaque. Des conditions de couche absorbante parfaitement adaptée –ou *Perfectly Matched Layer*– (PML) sont appliquées aux bords de la plaque afin d'éviter les réflexions. Une transformation de Fourier temporelle du champ de déplacement normal est effectuée afin de pouvoir étudier le phénomène à la fréquence de croisement $f_c = 3,32$ MHz. Celui ci est ensuite filtré dans l'espace de Fourier spatial en utilisant un filtre spatial passe bas idoine pour ne conserver que la contribution du mode S_2 et S_{2b} , soit les fréquences spatiales inférieures à $0,25$ mm⁻¹.

Nous représentons en figure 3.3(a) la partie réelle du champ de déplacement à la fréquence de croisement. L'onde incidente est en partie réfractée négativement dans la première bande lorsqu'elle atteint les marches. Le champ à la sortie de la première bande complémentaire est ainsi sévèrement distordu. La deuxième bande complémentaire permet toutefois d'annuler la distorsion induite par la première. En sortie du dispositif, tout se passe comme si l'espace occupé par les deux bandes complémentaires avait disparu. Cet effet est mis en exergue sur la figure 3.3(b) par la juxtaposition graphique des zones pré et post bandes complémentaires.

Cet effet de compensation de la diffraction par les bandes complémentaires est ensuite quantifié par le calcul d'un coefficient de corrélation C entre le champ mesuré Φ et le champ de référence Φ_0 , une onde cylindrique $\Phi_0 = \exp\left(ik(f)\sqrt{X^2 + Y^2}\right)$ où $k(f)$ est le nombre d'onde

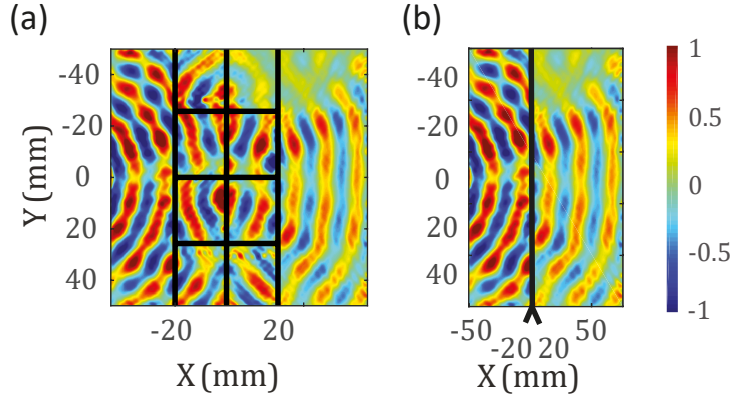


FIGURE 3.3 – Démonstration numérique de l'annulation de la diffraction d'une onde de Lamb par deux bandes complémentaires à la fréquence de croisement $f_c = 3,32$ MHz. (a) Représentation de la partie réelle du champ de déplacement correspondant à la propagation du mode S_2 . (b) Le même champ est montré en supprimant l'espace occupé par les bandes complémentaires et en adjoignant les champs en entrée et sortie du dispositif.

du mode S_2 à la fréquence f ,

$$C(X) = \left| \frac{\langle \Phi \Phi_0^* \rangle_y}{\sqrt{\langle |\Phi|^2 \rangle_y} \sqrt{\langle |\Phi_0|^2 \rangle_y}} \right|. \quad (3.1)$$

Pour comparer le champ mesuré, nous le considérons uniquement en dehors des bandes complémentaires, comme présenté en figure 3.3(b). Le coefficient de corrélation est calculé à la fréquence de croisement $f_c = 3,32$ MHz et présenté sur la figure 3.4(a). Nous notons qu'après les bandes complémentaires, $C = 0,82$ ce qui indique que la phase en sortie des bandes complémentaires est semblable à celle de l'onde cylindrique de référence. La figure 3.4(b) présente le coefficient C calculé à la fréquence $f = 3,4$ MHz, soit en dehors du croisement entre les modes S_2 et S_{2B} . A cette fréquence C est plus faible, $S = 0,36$, témoignant d'une moins bonne compensation de la diffusion. Cela indique le caractère peu large bande de la réfraction négative, le mode rétrograde S_{2b} s'étendant sur une bande de $0,3$ MHz. Sur ces deux figures, le coefficient de corrélation ne vaut pas 1 avant les bandes complémentaires, cela est dû aux réflexions parasites sur les bandes complémentaires et autour des coins.

Nous notons sur le champ transmis la présence d'une zone *d'ombre*, dans la partie supérieure de la plaque entre $Y = -50$ mm et $Y = -25$ mm sur les figures 3.3(b)). D'une part, cela s'explique par une conversion entre modes prograde et rétrograde qui diminue avec l'angle d'incidence (cf figure 2.9 dans le chapitre 2). D'autre part, une fraction de l'onde incidente est réfléchiée par les coins des marches en entrée et en sortie du dispositif (cf figure 3.2). De telles réflexions parasites induisent une transmission hétérogène du front d'onde incident à travers les bandes complémentaires. David Smith avait déjà soulevé ce problème [3]. En réponse, John Pendry résolvait cette contradiction en soulignant que ces réflexions parasites étaient, dans un cas idéal, éliminées par interférence destructives avec la couche complémentaire via un cou-

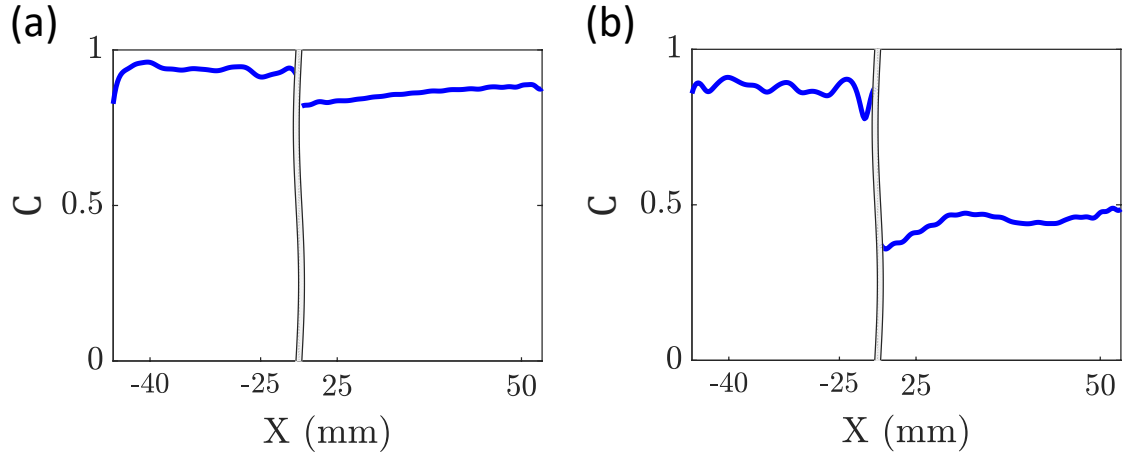


FIGURE 3.4 – Coefficient de corrélation C en fonction de X (a) à la fréquence de croisement $f_c = 3,32$ MHz et (b) à la fréquence $f = 3,46$ MHz.

plage de type champ proche entre objet et anti-objet (ici entre les coins parfaits des bandes complémentaires). Dans le cas présent, ce genre de mécanisme ne semble pas être à l'œuvre et les réflexions parasites sont assez importantes.

L'observation de l'effet des bandes complémentaires dans le domaine temporel en suivant l'évolution d'un paquet d'onde permet de mettre en évidence ces réflexions parasites (cf Figure 3.5(c) et (d)). La figure 3.5 présente la partie réelle du champ de déplacement normal à la surface de la plaque à différents instants obtenu en effectuant la transformée de Fourier temporelle inverse du champ pour les fréquences comprises dans une bande de largeur $\Delta f = 0,2$ MHz centrée sur la fréquence de croisement après filtrage spatiale ne conservant que les contributions des modes S_2 et S_{2B} . Nous pouvons noter que la partie balistique du champ conserve sa forme cylindrique en étant que peu perturbée (cf Figure 3.5(f)).

3.2.2 Démonstration expérimentale

Après cette étude numérique, nous avons testé expérimentalement cette configuration de bandes complémentaires. Pour ce faire, nous avons procédé comme dans le chapitre précédent. Les zones d'indice négatif, d'épaisseur 0,9 mm, ont donc été gravées par électro-érosion, auprès de professionnels, dans une plaque de duralumin 1 mm d'épaisseur et de dimension $200 \times 200 \text{ mm}^2$. L'excitation est réalisée avec un transducteur faisant 7 mm de diamètre (*Olympus V183-RM*) collé avec du phenyl salicylate à 50 mm des bandes complémentaires (cf Fig. 3.6). Le transducteur est excité par une rampe linéaire en fréquence de 3,1 MHz à 3,6 MHz de durée 5 μs . La mesure du déplacement normal y est réalisée sur une grille de $100 \times 100 \text{ mm}^2$ avec un pas de 0,5 mm comme indiqué en figure 3.2 en utilisant une sonde interférométrique homodyne avec un cristal photoréfractif (Sound&Bright, *TEMPO 1D*).

Un oscilloscope USB (*TiePie HS5*) est utilisé pour transférer les signaux mesurés sur un ordinateur. Une transformation de Fourier temporelle est effectuée afin de pouvoir étudier le phénomène à la fréquence de croisement $f_c = 3,37$ MHz. Le champ de déplacement mesuré

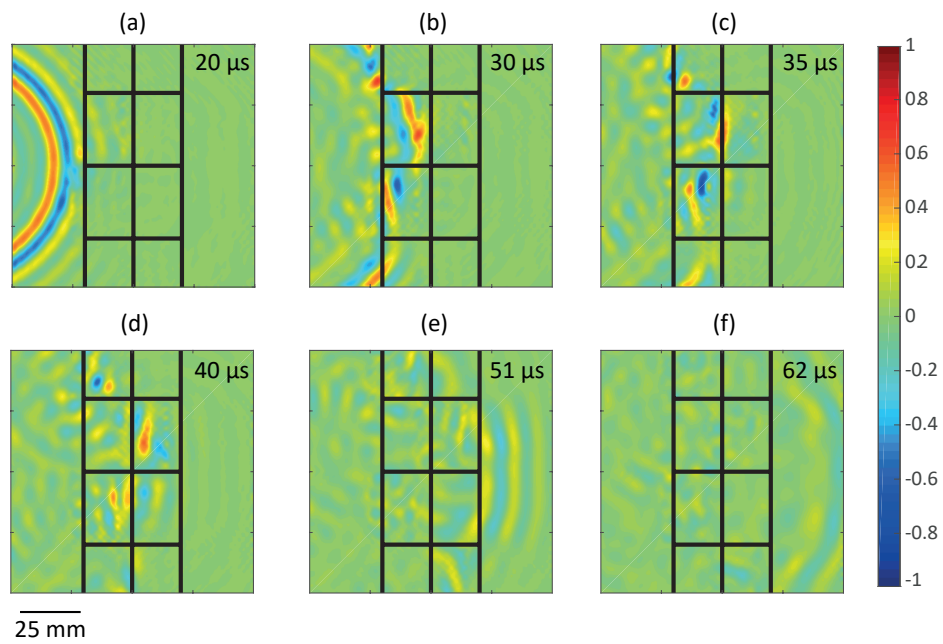


FIGURE 3.5 – Représentation à différents instants du champ simulé correspondant au mode S_2 se propageant dans les tranches de milieux complémentaires.

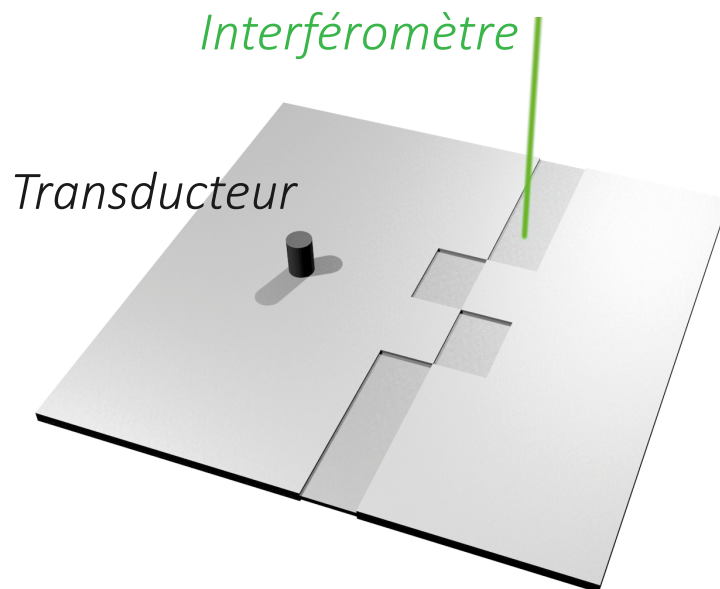


FIGURE 3.6 – Dispositif expérimental. La génération est assurée avec un transducteur faisant 7 mm de diamètre (Olympus V183-RM) et la mesure du déplacement normal est réalisée en utilisant une sonde interférométrique, la *TEMPO 1D*.

à la surface de la plaque est ensuite filtré dans l'espace de Fourier spatial en utilisant un filtre passe bas idoine pour ne conserver que la contribution du mode S_2 et S_{2b} , soit les fréquences spatiales inférieures à $0,25 \text{ mm}^{-1}$. La fréquence de croisement n'est pas la même que dans la simulation car l'épaisseur des parties érodées est moins bien contrôlée. Le ratio d'épaisseur est ici d'environ 0,89, ce qui implique que le coefficient de transmission en énergie du mode S_2 vers S_{2b} n'est pas optimal et vaut 0,83. Nous observons en figure 3.7(a), le champ de déplacement à la fréquence de croisement. Le phénomène d'annulation est bien visible comme l'illustre la figure 3.7(b) adjoignant les parties pré et post bandes. Comme attendu, on note une zone d'ombre. L'expérience souffre principalement donc des mêmes limitations que la simulation numérique.

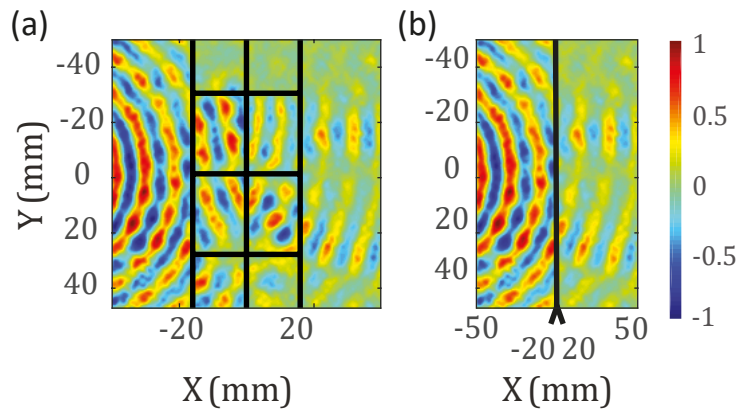


FIGURE 3.7 – Démonstration expérimentale de l'annulation de la diffraction d'une onde de Lamb par deux bandes complémentaires à la fréquence de croisement $f_c = 3,37 \text{ MHz}$ (a) Représentation de la partie réelle du champ de déplacement correspondant à la propagation du mode S_2 . (b) Le même champ est montré en supprimant l'espace occupé par les bandes complémentaires et en adjoignant les champs en entrée et sortie du dispositif.

Nous notons que le front d'onde en entrée n'est pas aussi cylindrique que dans la simulation (cf figure 3.3), cela est dû aux limitations expérimentales. En effet, la couche de phenyl salicylate collant le transducteur n'est pas parfaitement uniforme et la source n'est donc pas tout à fait cylindrique. Le calcul du coefficient de corrélation C est effectué de la même façon que pour la simulation afin d'estimer l'efficacité du dispositif. Il est représenté en figure 3.8(a) à la fréquence de croisement $f_c = 3,37 \text{ MHz}$, et à $f = 3,46 \text{ MHz}$.

Le coefficient C est de 0,25 à la fréquence de croisement après les bandes complémentaires. Ce résultat décevant témoigne d'une restitution imparfaite du front d'onde et est lié aux imperfections de gravure de la plaque. En effet, le système étant très dispersif, une faible variation d'épaisseur entraîne un décalage de la fréquence de croisement à laquelle la conversion entre les modes S_2 et S_{2B} n'est plus optimale. Cependant ce résultat est à comparer à la valeur $C = 0,1$ en sortie des bandes complémentaires en dehors de la fréquence de croisement ($f = 3,46 \text{ MHz}$). Les bandes complémentaires ont donc malgré tout un effet positif à la fréquence de croisement et annulent en partie la diffraction du champ se propageant à travers elles.

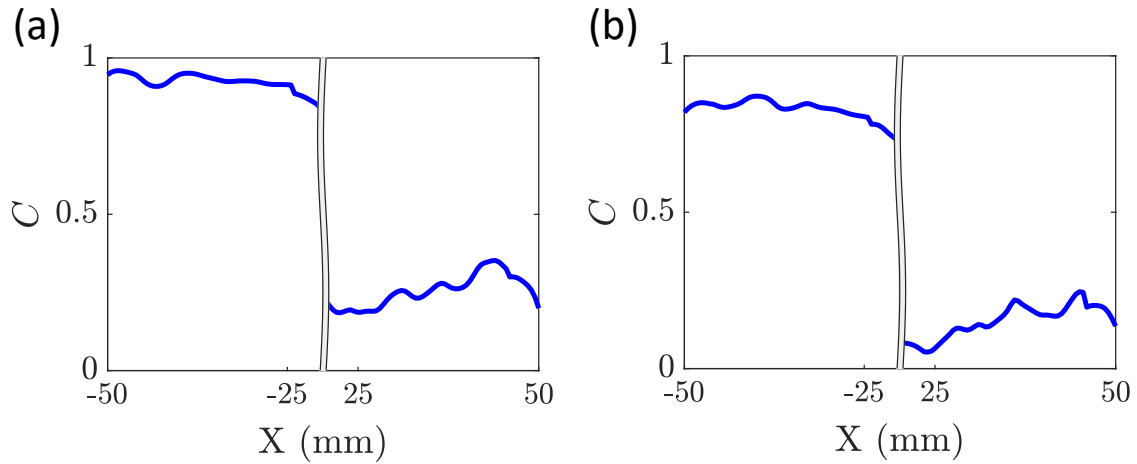


FIGURE 3.8 – Coefficient de corrélation C en fonction de X (a) à la fréquence de croisement $f_c = 3,37$ MHz et (b) à la fréquence $f = 3,46$ MHz.

Afin de mieux cerner les effets préjudiciables aux bandes complémentaires, nous observons sur la figure 3.9 la propagation d'un paquet d'onde de largeur $\Delta f = 0,2$ MHz à différents instants. Les différences d'épaisseur dans les parties érodées entraînent un déphasage entre les parties supérieure et inférieure du front d'onde. Cette asymétrie explique la rotation du front d'onde en sortie des bandes complémentaires (cf Figure 3.9(f)). Par ailleurs, cette visualisation temporelle du paquet d'onde met en évidence les réflexions parasites induites principalement par les coins de marche d'épaisseur (cf figure 3.9(d)). Nous verrons plus loin comment profiter, au contraire, de telles singularités pour piéger les ondes générées à leur voisinage (cf section 3.4).

Le dispositif de bandes complémentaires permet en théorie d'annuler la diffraction d'une onde sur l'épaisseur du dispositif. Toutefois, en pratique, un tel dispositif est particulièrement sensible à la moindre imperfection de fabrication. Ses singularités (coins de marche d'épaisseur) induisent de fortes réflexions parasites qu'aucune résonance de type champ proche ne vient ici contrecarrer, contrairement aux prédictions théoriques de Pendry. Afin de s'affranchir de ce problème, nous considérons maintenant une configuration sans ces singularités en étendant l'approche de milieux complémentaires au concept *d'anti-objet* (cf section 3.3).

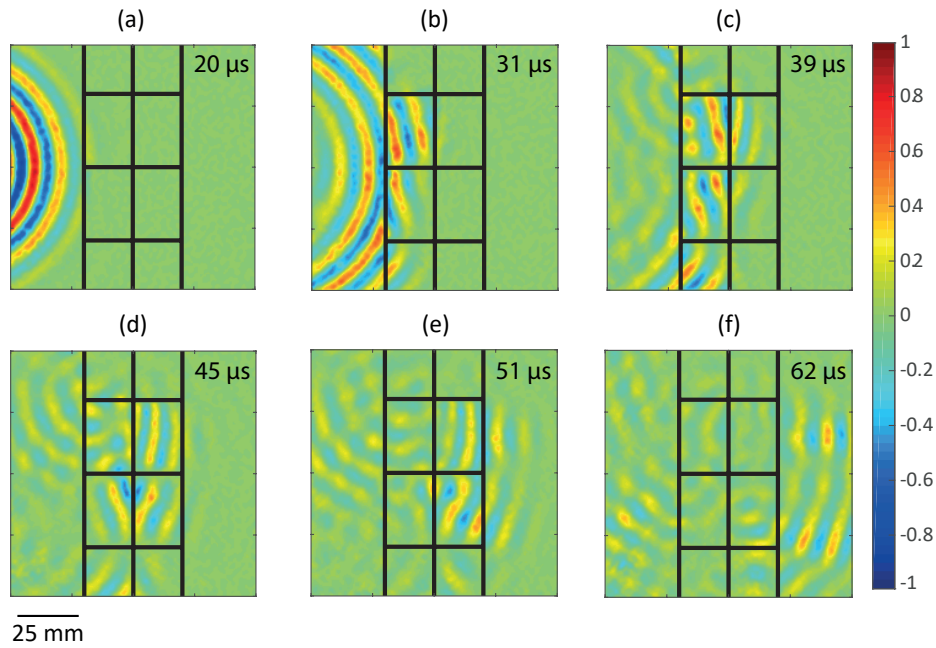


FIGURE 3.9 – Représentation à différents instants du champ de déplacement obtenu par l'expérience correspondant au mode S_2 se propageant dans les tranches de milieux complémentaires. Le champ est normalisé à tout les instants par la valeur maximale de la partie réelle du champ dans la figure (a) afin de permettre une lecture des figures plus aisée.

3.3 Camouflage d'un diffuseur par son anti-objet

Le concept de milieux complémentaires peut être étendu à toutes les distributions d'indices. Comme l'indique John Pendry, il est alors possible de masquer les effets de diffusion d'un objet sur la propagation de l'onde en y adjoignant l'*anti-objet* correspondant [3] (cf fig. 3.10). L'*anti-objet* est une bande symétrique à l'objet diffuseur (un disque tronqué dans la figure 3.10) par rapport à un axe perpendiculaire à la propagation de l'onde. L'indice de l'anti objet est opposé à celui de l'objet. L'objet est alors camouflé dans le sens où un observateur situé en aval de l'anti-objet ne perçoit plus la diffusion engendrée par l'objet. En effet sur la figure 3.10, les rayons suivant le trajet rouge sont réfractés négativement masquant alors l'objet tandis que les rayons verts (figure 3.10) sont réfléchis vers la source. Dans un cas parfait cependant, John Pendry indique qu'il s'établit un effet tunnel grâce à une série de résonances dans l'objet permettant à l'onde de rayonner jusqu'à l'interface par radiation [3] annihilant alors les réflexions parasites. Dans ce cas, le camouflage est parfait.

Brun et Guenneau ont étudié théoriquement en 2009 un camouflage cylindrique pour les ondes élastiques de compression [11] se basant sur une stratégie de changement d'indice de réfraction permettant de courber l'onde afin de masquer un objet. La même année, Farhat *et al* proposent une configuration pour obtenir un camouflage des ondes élastiques dans les plaques en variant graduellement le module d'Young et la densité de la plaque [12]. Ce dispositif se limitant aux ondes de flexion est réalisé expérimentalement par Stenger *et al* en 2012 [13] en

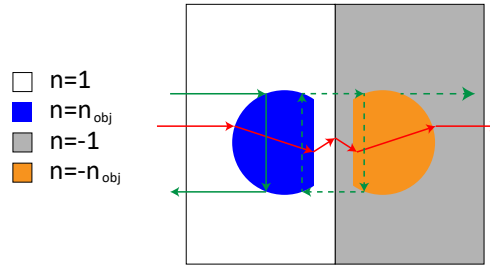


FIGURE 3.10 – Principe du camouflage d'un objet d'indice n_{obj} par un milieu complémentaire contenant son *anti-objet*, d'indice $-n_{obj}$.

utilisant 16 métamatériaux différents, chacun étant un polymère soigneusement conçu. Jin *et al* ont proposé une méthode reposant sur une variation graduelle de l'épaisseur de la plaque afin de camoufler la diffraction de modes de Lamb A_0 et S_0 et de modes transverses horizontaux –ou *Shear Horizontal*– [14].

Dans notre cas, la stratégie adoptée repose sur l'utilisation de la réfraction négative à une marche afin de réaliser un anti-objet qui compense la diffraction et *rembobine* la phase pour masquer l'objet comme proposé par Pendry [3]. Comme pour la section précédente, la plaque utilisée est une plaque de duralumin de $200 \times 200 \text{ mm}^2$ de 1 mm d'épaisseur. Les parties d'indice négatif correspondent à une épaisseur de 0,90 mm. La réfraction négative des ondes de Lamb étant moins efficace pour les grands angles (cf Chapitre 2), nous avons choisi un diffuseur en forme de disque de 104 mm de diamètre tronqué à 7,5 mm (cf Fig. 3.11(b)). L'excitation de la plaque est réalisée par une ligne source afin que les angles d'incidence sur le diffuseur et la zone complémentaire restent faibles. Un dispositif de référence comprenant uniquement le croissant diffuseur est aussi étudié, pour mettre en évidence l'effet de l'anti-objet (cf Fig. 3.11(a)).

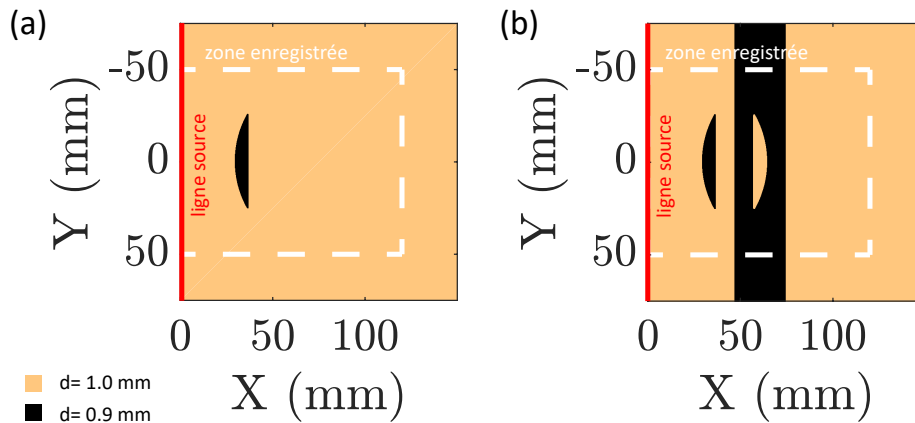


FIGURE 3.11 – (a) Géométrie de la plaque de référence (b) Géométrie de la plaque considérée afin d'étudier le camouflage d'un diffuseur.

3.3.1 Démonstration numérique

L'étude est d'abord réalisée numériquement, avec le logiciel *Simsonic* [10], comme dans la section 3.2. La propagation dans la plaque de référence (cf figure 3.11(a)) est simulée avec un maillage de $\delta x = 0,05$ mm. Des conditions de PML sont appliquées aux bords de la plaque pour éviter des réflexions sur ces derniers. La ligne source située à 35 mm du croissant émet le même signal que la source ponctuelle dans la simulation de la section 3.2 soit un rampe linéaire en fréquence de 3,10 MHz à 3,60 MHz sur une durée de 1 μ s. Comme dans la section précédente, le champ correspondant au mode S_2 est obtenu en filtrant spatialement le champ simulé à la fréquence de croisement. Le champ correspondant, en figure 3.12(a), illustre l'effet diffusant du croissant, sur la phase et l'amplitude de l'onde. Nous considérons ensuite le dispositif présenté en figure 3.11 (a), constitué du diffuseur et son *anti-objet*. Le champ obtenu par simulation puis traitement, présenté en figure 3.12(b), témoigne de l'efficacité de l'*anti-objet*. En effet, les fronts d'onde plans sont restitués, annulant de ce fait la diffusion induite par le croissant.

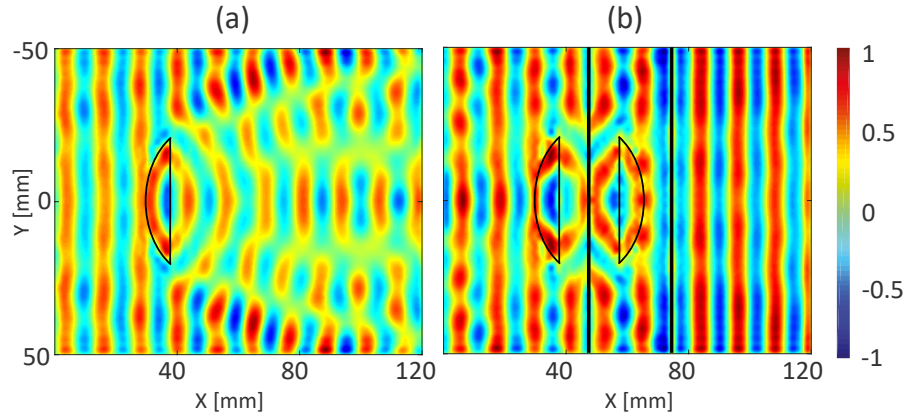


FIGURE 3.12 – Démonstration numérique du camoufrage d'un objet par son *anti-objet* pour les ondes de Lamb. (a) Champ simulé numériquement correspondant à la diffusion du mode S_2 incident par l'objet à la fréquence de croisement $f = 3,32$ MHz. (b) Champ correspondant à l'interaction de ce même mode avec l'objet puis l'*anti-objet* correspondant à la fréquence de croisement $f = 3,32$ MHz, ce qui permet le camoufrage du croissant.

Afin de quantifier l'effet remarquable de camoufrage de l'objet, nous calculons le ratio de Strehl [15] utilisé en imagerie optique afin de mesurer l'influence sur la phase des aberrations par rapport à une image de référence. Le ratio de Strehl S est défini comme suit :

$$S(X) = \left| \left\langle e^{i[\text{Arg}(\Phi) - \text{Arg}(\Phi_0)]} \right\rangle_y \right|^2 \quad (3.2)$$

où Φ est le champ mesuré et Φ_0 le champ de référence. Dans le cas présent le champ de référence est une onde plane donc de phase constante. La figure 3.13 présente le ratio de Strehl calculé à la fréquence de croisement $f = 3,32$ MHz.

La chute brutale du ratio de Strehl de $S = 0,98$ à $S = 0,2$ sur la figure 3.13(a) témoigne de la diffraction induite par le croissant. S reste alors majoritairement en dessous de 0,5, indiquant

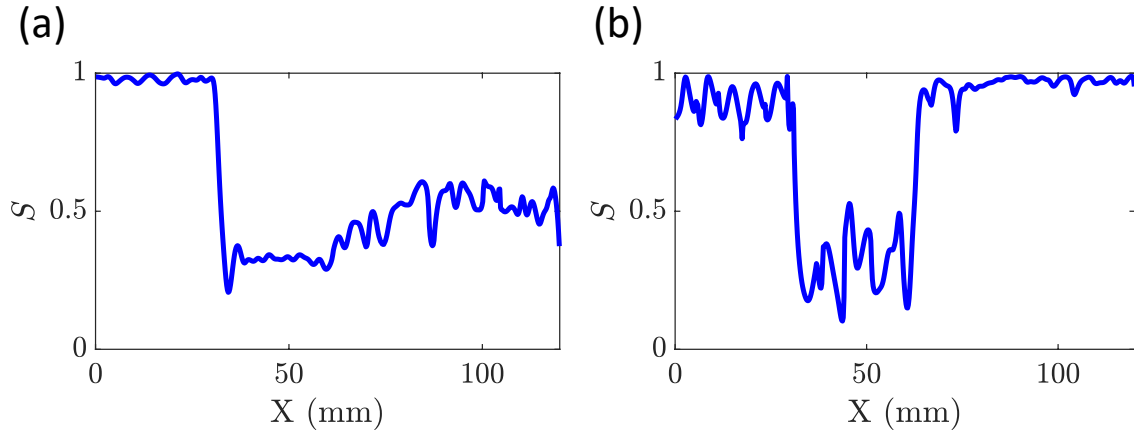


FIGURE 3.13 – Ratio de Strehl en fonction de x (a) dans la configuration de référence et (b) dans la configuration impliquant l'anti-objet à la fréquence de croisement $f_c = 3,32$ MHz.

que le champ reste perturbé par le croissant. Cette chute brutale dans la figure 3.13(b) est ensuite compensée par une augmentation brutale de $S = 0,15$ à $S = 0,92$ en $X = 70$ mm, ce qui correspond au sommet de l'anti-croissant. L'effet de camouflage est alors illustré par le fait que S reste supérieur à 0,92 en sortie de l'anti-croissant. La perturbation du champ avant le croisement (cf figure 3.12(b) et figure 3.13(b)) résulte de réflexions aux interfaces et aux extrémités du croissant.

3.3.2 Démonstration expérimentale

Pour la réalisation expérimentale, seuls les objets diffuseurs (soit le croissant) sont érodés par électro-érosion. En effet, cette méthode est trop imparfaite pour éroder de façon homogène de grandes surfaces. La bande comprenant l'anti-objet est gravée par érosion chimique en utilisant du perchlorure de fer afin d'obtenir la partie mince de 0,9 mm d'épaisseur. Afin d'engendrer une onde plane, nous avons utilisé une lamelle piézoélectrique de 10 mm de large et 1 mm d'épaisseur, collée aussi avec du phenyl salicylate sur la partie épaisse de la plaque à 35 mm du croissant (Fig. 3.14(a) et (b)). La source est excitée par une rampe linéaire en fréquence variant de 3,10 MHz à 3,60 MHz en 5 μ s. Un interféromètre homodyne (Sound&Bright, *Quartet*) est ici utilisé car il permet une mesure de meilleure qualité sur les zones érodées qui sont particulièrement diffusantes.

Pour nous assurer de la qualité des plaques, nous avons réalisé une cartographie de leur épaisseur à partir de la fréquence de résonance du mode à vitesse de groupe nulle –ou *Zero Group Velocity*– (ZGV) [16] mesurée à l'aide d'un interféromètre et d'un laser pulsé Nd :Yag à 1064 nm (Centurion, Quantel). Les cartographies des fréquences de résonance normalisées par la fréquence obtenue en moyenne sur la partie épaisse (zone encadrée en pointillés sur les figures) sont présentées sur les figure 3.15(a) et (b) pour la plaque de référence et celle présentant l'anti-objet. La fréquence mesurée sur la partie épaisse de la plaque de référence, est plus élevée (2,888 MHz) que celle de la plaque "anti-objet" (2,812 MHz). Bien que le ratio d'épaisseur

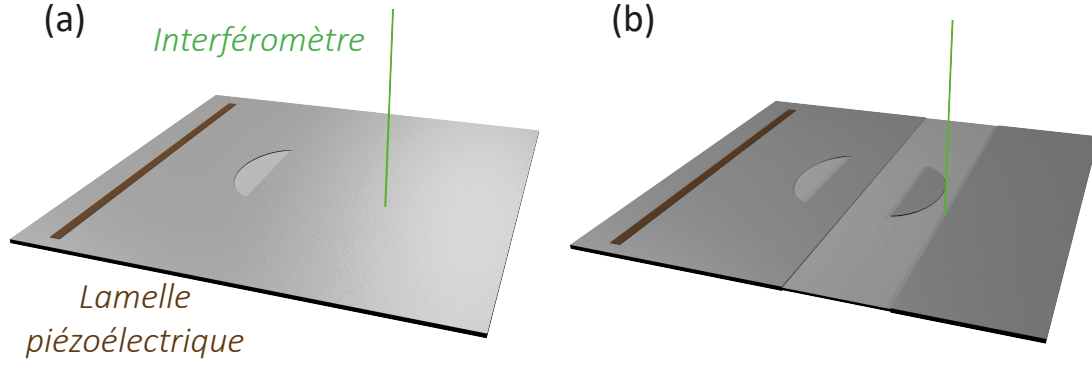


FIGURE 3.14 – Représentation des dispositifs expérimentaux pour le camouflage. L'excitation est assurée avec une lamelle piézoélectrique de 10 mm de large et 1 mm d'épaisseur, la mesure du champ de déplacement normale étant réalisée avec l'interféromètre *Quartet*. (a) Plaque de référence avec uniquement le croissant diffusant. (b) Plaque présentant le croissant et l'*anti-croissant* annulant la diffusion par le croissant.

soit sensiblement le même sur les deux plaques ($d_2/d_1 \in [0,88,0,91]$, cf figure 3.15), la plaque de référence est donc plus mince d'un facteur 0,97. La fréquence de croisement n'est donc pas la même pour les deux plaques.

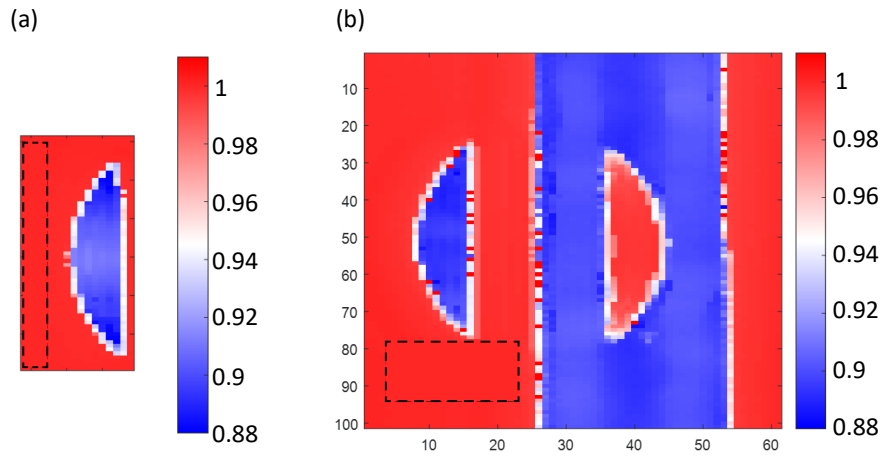


FIGURE 3.15 – Mesure des résonances ZGV normalisées, permettant de déduire les épaisseurs relatives entre les parties minces et épaisses. (a) Cartographie autour du croissant sur la plaque de référence. (b) cartographie de la plaque contenant l'*anti-objet*.

La figure 3.16(a) représente le champ à la fréquence de croisement pour le dispositif de référence et en figure 3.16(b) pour le dispositif avec l'*anti-objet*. Nous pouvons noter que le diffuseur en figure 3.16(a) induit un déphasage moins important qu'en simulation (cf Figure 3.12(a)). Cependant, l'*anti-objet* joue son rôle, en annulant le déphasage induit par le croissant (cf figure 3.16(b)). Cela est confirmé par le calcul du ratio de Strehl dans la plaque de référence présenté en figure 3.17(a). S est faible avant le croissant ($S = 0,6$), cela est dû au fait que la source n'est pas parfaitement linéique, la couche de phenyl salicylate collant la languette piézoélectrique n'étant pas très homogène. Cependant, la diffusion de l'onde par le croissant

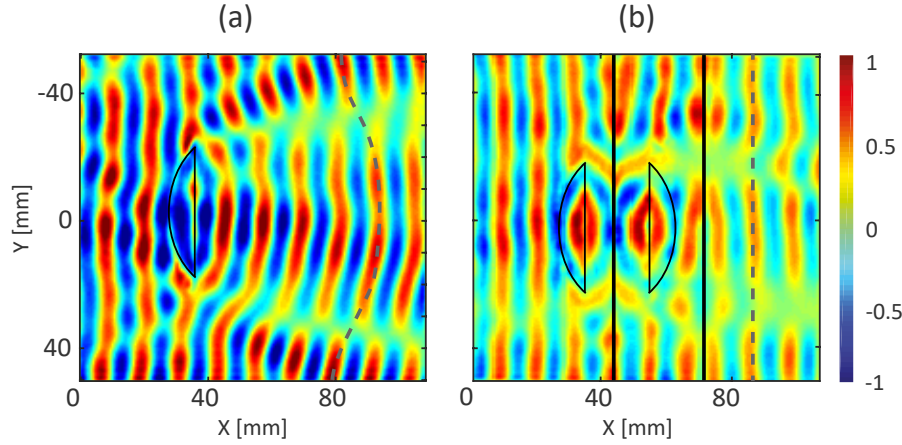


FIGURE 3.16 – Démonstration expérimentale du camoufrage d'un objet par son *anti-objet* pour les ondes de Lamb. (a) Champ expérimental diffusé par l'objet à la fréquence de croisement $f = 3,37$ MHz. (b) Champ expérimental dans la configuration avec l'*anti-objet* à la fréquence de croisement $f = 3,29$ MHz. Les lignes en pointillés suivent le front d'onde transmis à travers chaque dispositif.

se traduit par la chute d'un facteur 2 du facteur de Strehl. Nous observons dans une moindre mesure sur la figure 3.17(b) le même effet qu'en simulation (cf figure 3.13(b)). L'ajout de l'anti-objet permet de compenser la diffusion. Cela est illustré par l'évolution du facteur de Strehl passant de $S = 0,01$ en $X = 50$ mm à $S = 0,5$ mm en $X = 78$ mm.

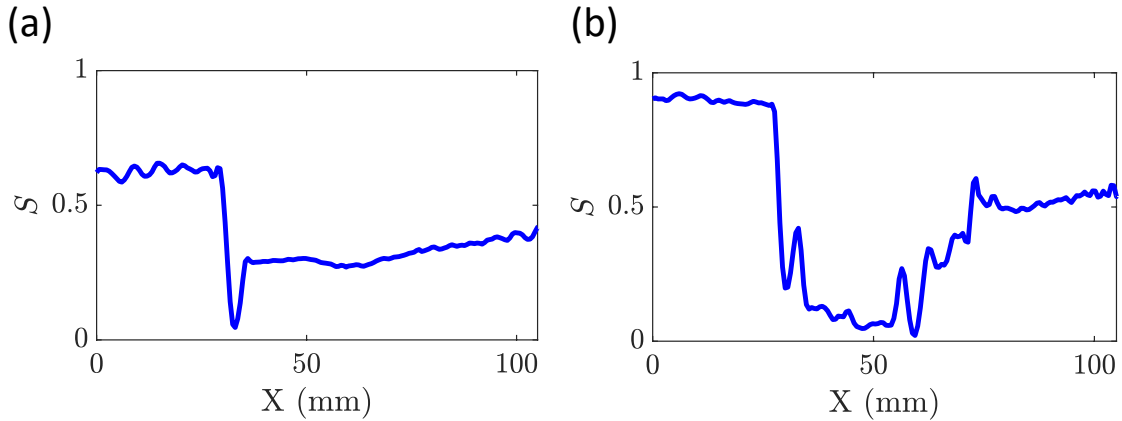


FIGURE 3.17 – Facteur de Strehl en fonction de x (a) dans la configuration de référence à la fréquence $f_c = 3,37$ MHz et (b) dans la configuration impliquant l'anti-objet à la fréquence $f_c = 3,29$ MHz.

Les effets sont moins spectaculaires qu'en simulation ce qui peut s'expliquer par les mêmes facteurs que pour l'expérience précédente (marches non abruptes et épaisseur non homogène, cf section 3.2).

De façon intéressante, le coefficient de transmission théorique à une marche d'épaisseur est de $T = 0,85$ en énergie (cf Chapitre 2, figure 2.7). Il devrait donc en résulter une perte d'énergie à travers le dispositif complémentaire, car l'onde traverse 6 marches d'épaisseur, soit un coefficient de transmission global $T^6 = 0,38$. Or, nous observons (notamment sur le champ simulé

en figure 3.12(b)) que la transmission à travers le dispositif est remarquablement bonne. Cela peut s'expliquer par le fait que les réflexions aux interfaces dans la première bande interfèrent destructivement avec les mêmes réflexions dans le milieu complémentaire [3]. Une étude future dans le domaine temporel pourrait nous permettre de séparer les réflexions parasites et de mettre en évidence ces interférences.

Ces résultats convaincants présentent une première preuve de concept expérimentale du camouflage obtenu par l'utilisation d'un anti-objet pour les ondes élastiques dans les plaques pour des modes de Lamb d'ordre supérieur à 0. Ces dispositifs ont cependant la même limite que les réalisations de camouflage présentées dans la littérature [13, 14, 17–19]. En effet, les propriétés de la couche permettant le camouflage doivent être précisément adaptées à l'objet camouflé. Cependant, le cas présent présente l'avantage de ne pas nécessiter la fabrication délicate d'un métamatériau résonant et de limiter ainsi les problèmes de dissipation d'énergie.

Pour réaliser le camouflage d'une source et l'isoler complètement de l'environnement extérieur il est nécessaire de confiner l'onde générée. Pour les milieux complémentaires, ceci est réalisé par le dispositif du double coin parfait.

3.4 Étude du double coin : Piégeage des ondes

Les configurations précédentes (sections 3.2 et 3.3) ont montré que les coins ou les singularités généraient des réflexions parasites. On peut toutefois tirer profit de ce type de singularités pour piéger les ondes générées à proximité.

Cette idée a été proposée par Notomi [4] et Pendry [2]. Elle consiste à mettre la source au sein du milieu composé de quatre quadrants d'indices opposés répartis en damier (cf Fig. 3.18). L'onde émise par la source ponctuelle au sein du milieu, se propage dans le quadrant, une partie des rayons est alors réfractée négativement aux deux interfaces. L'onde circule alors en boucle autour du double coin et forme quatre images de la source, notées A, B, C et D sur la figure 3.18. On qualifie de parfait ce dispositif, car, comme pour la lentille parfaite de Pendry, le champ est identique après chaque demi boucle, reproduisant également les composantes évanescences du champ. Cet effet a été étudié numériquement par Guenneau pour les ondes électromagnétiques [20] et les ondes de flexion [21].

En adoptant la même stratégie que dans les deux expériences précédentes, le double coin est réalisé dans une plaque de duralumin de $200 \times 200 \text{ mm}^2$. Les quadrants d'indice négatif présentent une épaisseur de 0,9 mm et les quadrants d'indice positif présentent une épaisseur de 1 mm. La source ponctuelle est située dans le quadrant en haut à droite, soit un quadrant d'indice positif. Elle est placée à 15 mm de chacune des interfaces. Le piégeage de l'onde est d'abord étudié numériquement puis expérimentalement.

3.4.1 Démonstration numérique

L'étude numérique suit les mêmes étapes que les deux précédentes. La propagation des ondes de Lamb dans la plaque est simulée à l'aide de Simsonic. Contrairement aux simulations

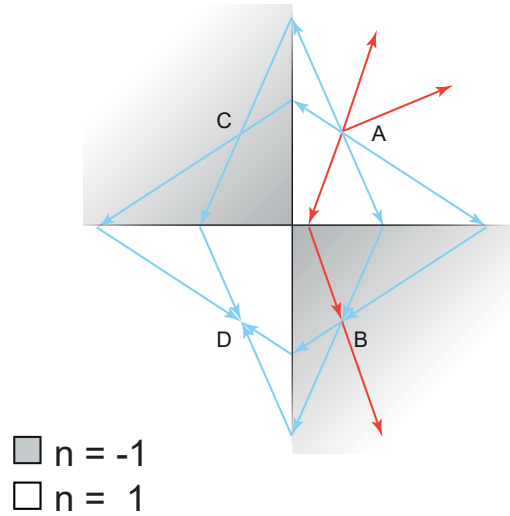


FIGURE 3.18 – Principe du double coin. Une partie des rayons issus de la source située au point A, est réfractée négativement successivement à chaque interface entre les quadrants d'indices opposés. L'onde se refocalise dans chacun des quadrants. Dans un cas parfait, une partie de l'onde est alors piégée autour du double coin. Une partie des rayons (en rouge) n'atteindra toutefois jamais le quadrant opposé et peut s'échapper du coin parfait.

présentées par Benoît Gérardin [5], nous appliquons des conditions de PML aux limites afin d'éviter toutes réflexions. Le déplacement normal en surface de la plaque est enregistré sur une zone centrale couvrant $60 \times 60 \text{ mm}^2$ (cf figure 3.19).

Par transformée de Fourier temporelle, le comportement de l'onde autour du double coin est étudié à la fréquence de croisement $f_c = 3,32 \text{ MHz}$. Le déplacement normal à la surface de la plaque est ensuite filtré dans l'espace de Fourier spatial en utilisant un filtre spatial passe bas ($k/(2\pi) < 0,25 \text{ mm}^{-1}$) comme dans la section 3.2 pour ne conserver que la contribution des modes S_2 et S_{2b} . Le déplacement normal à la fréquence de croisement f_c est présenté sur la figure 3.20. La partie réelle du déplacement (cf figure 3.20(a)) montre l'effet du double coin pour les ondes de Lamb. En effet, on observe une refocalisation dans chacun des quadrants. Ceci est bien notable sur la représentation de la phase en figure 3.20(b).

Par transformée de Fourier spatiale du déplacement normal dans chacun des quadrants à la fréquence de croisement (cf figure 3.20(c)) nous observons que le mode S_2 émis dans le quadrant 2 (cf figure 3.20(c₂)) est réfracté négativement dans les quadrants 1 et 4 (cf figure 3.20(c₁) et (c₄)). Dans le quadrant 3 (cf figure 3.20(c₃)) le mode S_2 n'est plus omnidirectionnel et présente une direction privilégiée témoignant d'une perte de résolution angulaire. En effet, comme l'indique la figure 3.18, seulement une partie des rayons émis par la source atteint l'interface et est réfractée négativement dans les quadrants adjacents, limitant de ce fait l'énergie de l'onde piégée autour du coin. De plus, après réfraction négative, seuls les rayons situés en dehors du rectangle ABCD formé par la source et ses images, restent piégés, les autres sont absorbés par les PML (cf figure 3.18).

Afin d'observer temporellement l'onde piégée autour du double coin, le champ est filtré sur une bande de fréquence de 0,1 MHz autour de la fréquence de croisement. La propagation

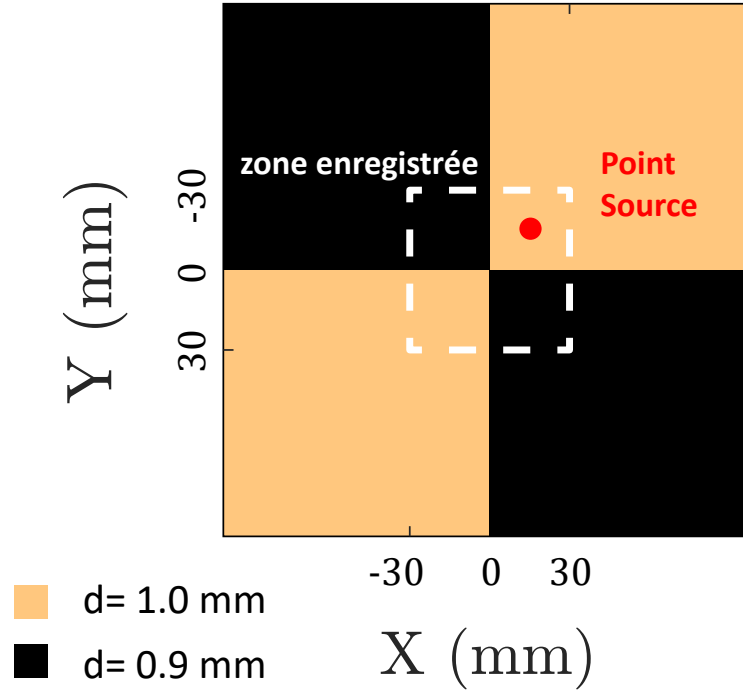


FIGURE 3.19 – Géométrie du double coin parfait

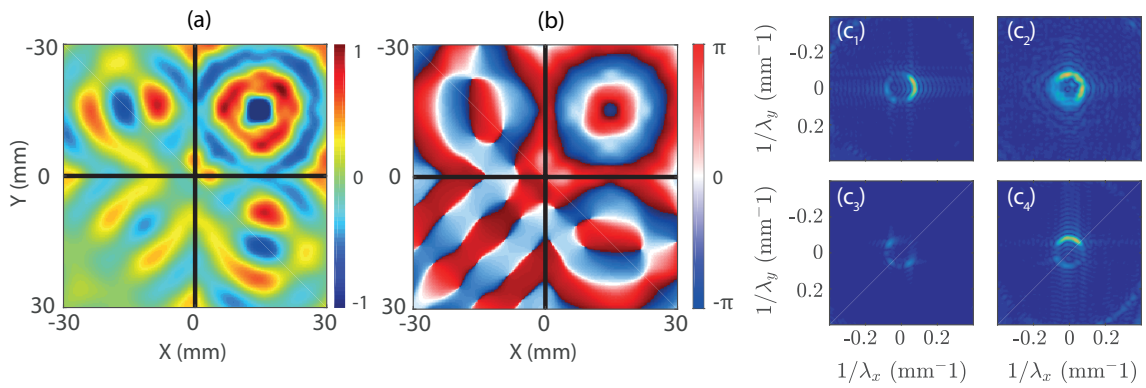


FIGURE 3.20 – (a) Partie réelle du champ de déplacement normal simulé numériquement correspondant à la propagation du mode S_2 autour du coin parfait. (b) Représentation de la phase du champ simulé. (c) Transformée de Fourier spatiale du déplacement normal dans chacun des quadrants à la fréquence de croisement.

du paquet d'onde correspondant est présentée à différents instants en figure 3.21.

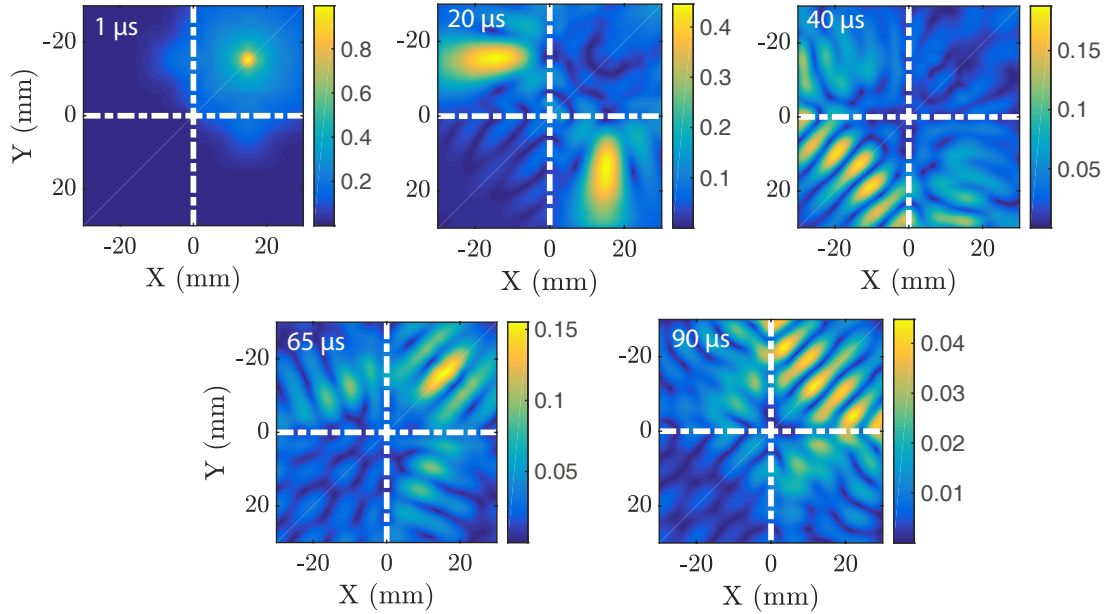


FIGURE 3.21 – Représentation de la propagation d'un paquet d'onde d'une largeur de 0,1 MHz autour de la fréquence $f_c = 3,32$ MHz aux temps

Des images de la source placée dans le quadrant 2 ($t = 0 \mu s$), sont observées dans les quadrant 1 et 4 ($t = 20 \mu s$) puis dans le quadrant 3 ($t = 40 \mu s$). L'onde rejoint le quadrant 2 à nouveau en $t = 65 \mu s$, témoignant du piégeage d'une partie de l'onde autour du double coin. En $t = 90 \mu s$, nous observons que l'onde est toujours piégée autour du coin. En intégrant sur le temps l'énergie autour du point source, nous observons en figure 3.22 que la probabilité de retour de l'onde sur elle-même montre une décroissance bien plus lente à la fréquence de croisement qu'à une fréquence plus élevée ($f = 3,45$ MHz). C'est une autre manière d'illustrer le piégeage de l'onde autour du coin parfait à la fréquence de croisement. A la fréquence $f = 3,45$ MHz, une fraction majeure de l'énergie est réfléchiée aux interfaces et sort rapidement du dispositif.

Malgré les limites du dispositif, comme le fait que le coefficient de transmission soit non optimal et diminue avec l'angle d'incidence limitant alors l'énergie transmise à chaque interface, cette mise en œuvre numérique du double coin pour des ondes de Lamb d'ordre supérieur à 0, permet de refocaliser dans chacun des quadrants et ainsi de piéger l'onde autour du double coin.

3.4.2 Démonstration expérimentale

Le double coin parfait a été réalisé avec Benoît Gerardin par érosion chimique. L'excitation et la mesure du déplacement normal sont effectuées de la même façon que pour la réalisation expérimentale des bandes complémentaires (cf section 3.2). Le dispositif est présenté en figure 3.23. La plaque de duralumin de $200 \times 200 \times 1 \text{ mm}^3$ est érodée chimiquement pour former le

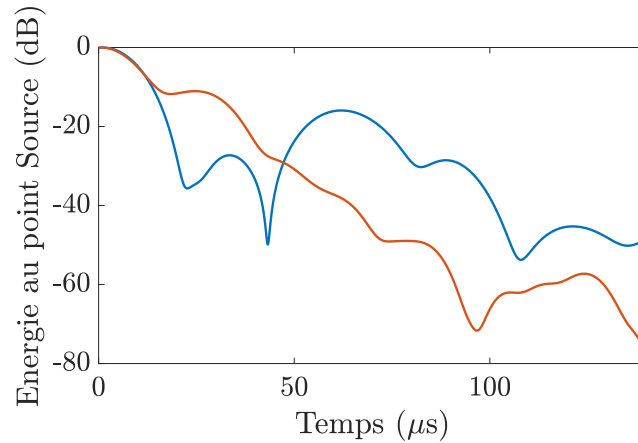


FIGURE 3.22 – Énergie intégrée autour du point source en fonction du temps à la fréquence de croisement $f_c = 3,32$ MHz en bleu, et à la fréquence $f = 3,45$ MHz en orange.

double coin avec les parties d'indice négatif d'épaisseur 0,9 mm. Le signal émis par le transducteur est un chirp de fréquence $[3,1 - 3,60]$ MHz et de durée 5 μ s.

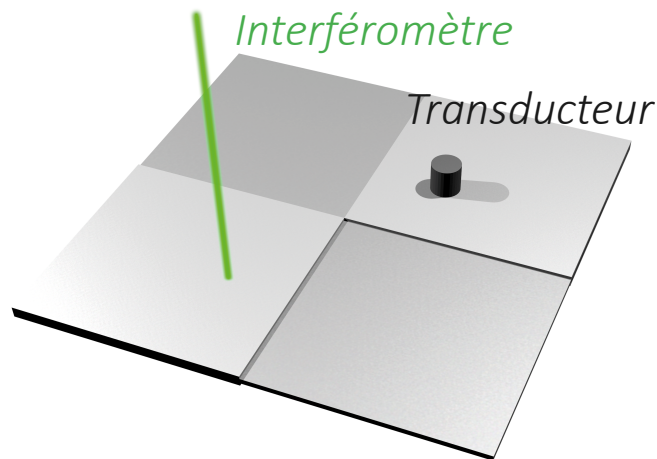


FIGURE 3.23 – Dispositif expérimental du double coin parfait. La génération est assurée avec un transducteur faisant 7 mm de diamètre (Olympus V183-RM) et la mesure du déplacement normal est réalisée en utilisant une sonde interférométrique, la *TEMPO 1D*.

Le contrôle du processus d'érosion chimique étant imparfait, nous réalisons en utilisant la méthode décrite en section 3.3 une mesure de l'épaisseur présentée sur la figure 3.24. L'épaisseur est moyennée dans chacune des zones encadrée en pointillés noir. Le ratio ainsi mesuré entre les deux zones d'épaisseur différentes est $d2/d1 = 0,863$, ce qui implique une fréquence de croisement $f_c = 3,32 \times 0,9/(d2/d1) = 3,462$ MHz.

La partie réelle et la phase du déplacement normal sont montrées à la fréquence $f = 3,46$ MHz sur les figures 3.25(a) et 3.25(b). Comme prédit théoriquement et numériquement, un processus de refocalisation est observé dans chacun des quadrants. Le champ obtenu présente

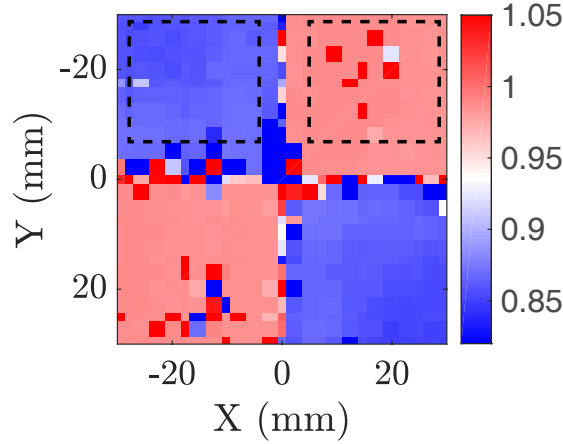
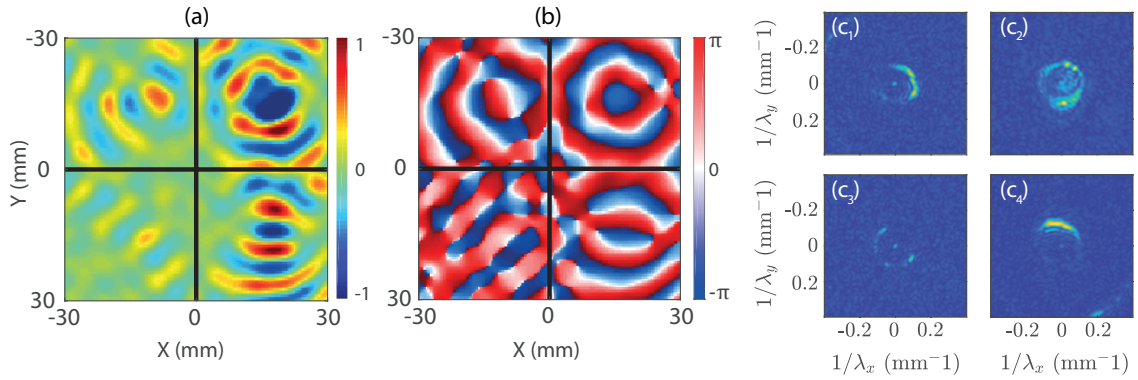


FIGURE 3.24 – Fréquences de résonance ZGV normalisées par la fréquence mesurée au point source.

une allure proche de celle obtenue numériquement avec les PML (cf figures 3.20(a) et (b)). Les réflexions en bord de plaque ont donc un rôle limité dans l'expérience. Une autre différence est la longueur d'onde des modes de Lamb qui diffère entre l'étude numérique (cf figure 3.20(a)) et l'expérience (cf figure 3.25(a)) : 10 mm expérimentalement vs 12 mm numériquement. Cela s'accompagne de fréquences de croisement différentes : $f_c = 3,46$ Mhz expérimentalement au lieu de $f_c = 3,32$ MHz numériquement.


 FIGURE 3.25 – (a) Représentation dans l'espace réel du champ mesuré expérimentalement correspondant à la propagation du mode S_2 autour du coin parfait. (b) Représentation de la phase du champ mesuré expérimentalement. (c) Transformée de Fourier spatiale du déplacement normal dans chacun des quadrants à la fréquence de croisement.

La transformée de Fourier spatiale du déplacement normal dans chacun des quadrants à la fréquence de croisement est présenté sur la figure 3.25(c). Nous y observons de nouveau la réfraction négative dans les quadrants 1 et 4 (figures 3.25(c₁) et (c₄)) ainsi que la perte de résolution angulaire dans le quadrant 3 (figure 3.25(c₃)). En plus de ces pertes inhérentes au dispositif, nous observons sur la repropagation d'un paquet d'onde d'une largeur de bande de 0,1 MHz autour de f_c (cf Figure 3.26) que l'onde est mal piégée autour du coin. En effet, l'onde émise ($t = 2 \mu s$) se refocalise certes dans les quadrants 1 et 4 ($t = 20 \mu s$) mais nous notons que le déplacement est deux fois plus faible dans le quadrant 1 que dans le quadrant 4. Cela

témoigne d'un coefficient de transmission réduit par rapport aux prédictions théoriques. Ceci est probablement lié aux aspérités de la marche mis en évidence par la figure 3.24. A $t = 40 \mu\text{s}$ l'onde atteint le quadrant 3. Aux temps supérieurs le signal désormais trop faible est noyé dans le bruit.

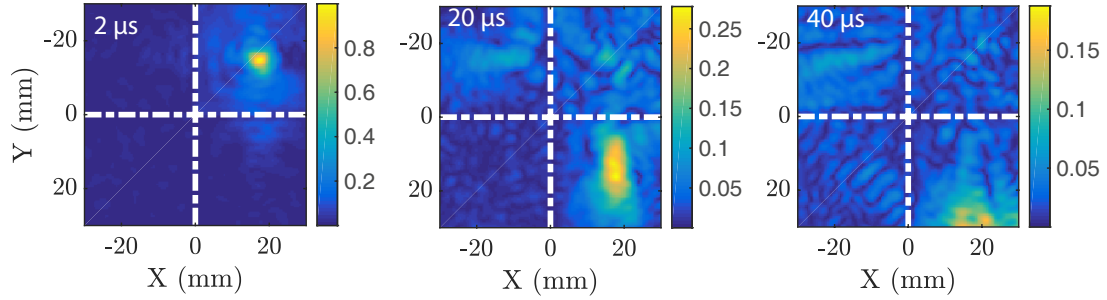


FIGURE 3.26 – Représentation de la propagation d'un paquet d'onde d'une largeur de 0,1 Mhz autour de la fréquence $f_c = 3,46$ MHz aux temps

Cette mise en œuvre expérimentale du double coin pour des ondes élastiques est une première preuve de concept. L'onde est bien refocalisée dans chacun des quadrants, et une meilleure maîtrise de l'épaisseur de la partie érodée devrait permettre d'y observer le piégeage des ondes. La refocalisation n'est toutefois pas parfaite car les composantes évanescentes du champ ne sont pas réfractées négativement. Dans la fin de ce chapitre, nous nous intéressons à cette partie évanescence du champ. Nous examinons les différents mécanismes pour imager les détails sub-lambda d'un objet en tirant profit de la réfraction négative.

3.5 Vers une lentille parfaite pour les ondes de Lamb

Nous avons précédemment étudié numériquement et expérimentalement différents dispositifs permettant un contrôle du mode de Lamb S_2 à l'aide du phénomène de réfraction négative et de la notion de milieux complémentaires. Toutefois, ces effets spectaculaires n'ont été observés que pour la partie propagative du champ alors que la proposition initiale de Pendry s'appliquait également aux composantes évanescentes du champ [1]. Pour cela nous avons suivi la stratégie suivante : l'utilisation d'une métalentille [7, 8] afin de convertir le champ évanescent en champ propagatif et réciproquement au niveau des plans objet et image de la lentille respectivement (cf figure 3.27(a)) .

Par rapport à la lentille parfaite imaginée par Pendry [1], la lentille plate étudiée au chapitre 2 souffre de plusieurs limites. D'une part, le coefficient de conversion entre modes prograde et rétrograde diminue aux grands angles d'incidence (cf figure 2.9(b)). D'autre part, le champ évanescent associé aux détails sub-longueur d'onde de la source semble décroître exponentiellement comme en espace libre. La lentille plate étudiée jusqu'à maintenant a donc un pouvoir de résolution limité par la diffraction ($> \lambda/2$). En utilisant une métalentille, Lemoult *et al* parviennent à "focaliser" les composantes évanescentes du champ dans le cas des ondes électro-

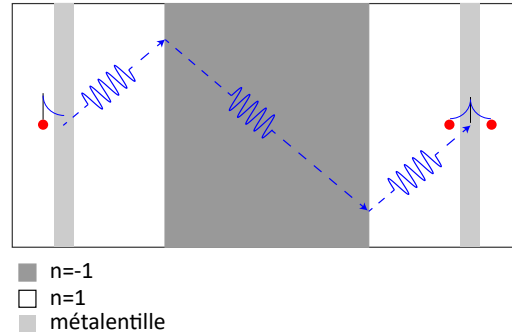


FIGURE 3.27 – Schéma de principe de l'utilisation d'une métalentille afin de convertir le champ évanescent en champ propagatif et réciproquement au niveau des plans objet et image de la lentille.

magnétiques [7] et acoustiques [8]. Pour cela, le champ évanescent est converti par la métalentille en champ propagatif (cf figure 3.28(a)). Après retournement temporel, la métalentille joue alors le rôle réciproque et convertit ce champ propagatif retourné temporellement en champ évanescent permettant de refocaliser les ondes sur la source (avec une résolution $\ll \lambda/2$) (cf figure 3.28(b)).

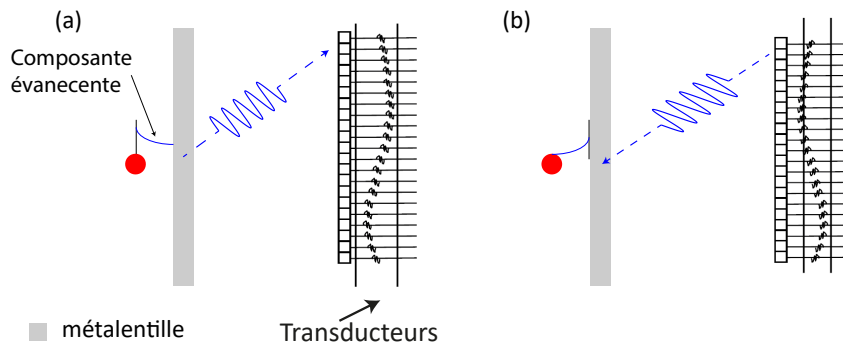


FIGURE 3.28 – (a) Le champ évanescent est converti par la métalentille en champ propagatif se propageant jusqu'aux transducteurs. (b) Les signaux sont émis après retournement temporel. La métalentille joue alors le rôle réciproque et convertit le champ propagatif en champ évanescent, permettant une refocalisation sur la source.

Nous reprenons ici cette idée en remplaçant l'opération de retournement temporel par le phénomène de réfraction négative qui devrait nous permettre de reconstruire une image sub-lambda de la source, en plaçant le symétrique de la métalentille dans le plan image de la lentille à réfraction négative (cf figure 3.27(a)). L'idée est ici de concevoir une métalentille pour le mode S_2 . En s'inspirant des travaux passés, celle-ci doit être constituée de diffuseurs sub-lambda et résonants afin de garantir une bonne conversion du champ évanescent en ondes propagatives. Pour cela nous avons considéré des trous borgnes résonants [22]. La géométrie des trous borgnes a été choisie de façon à maximiser la réflexion du mode S_2 en lui-même. Les trous doivent être symétriques (cf figure 3.29(a)) pour éviter une conversion en des modes de Lamb anti-symétriques. Le choix de leur profondeur a été guidé par l'étude analytique du cha-

pitre 2. La figure 3.29(b) montre les coefficients de réflexion et de transmission pour un mode S_2 incident sur une marche symétrique en fonction du ratio d'épaisseur, à la fréquence de croisement de la lentille plate. Le coefficient de réflexion r_{S_2} est optimal pour un ratio d'épaisseur de 0,76. Nous avons donc choisi ce ratio pour optimiser le pouvoir diffusant des trous borgnes. Le rayon des trous est fixé à $r = 2$ mm afin d'être inférieur à la longueur d'onde. Il faut toutefois noter que nous extrapolons un modèle de réflexion sur une interface plane à un trou dont les dimensions sont inférieures à la longueur d'onde. Ceci peut être discutable mais nous permet cependant d'obtenir une réflexion significative du mode S_2 par les diffuseurs. La faible distance entre la source et la métalentille permet alors un meilleur couplage de leur champ proche respectifs.

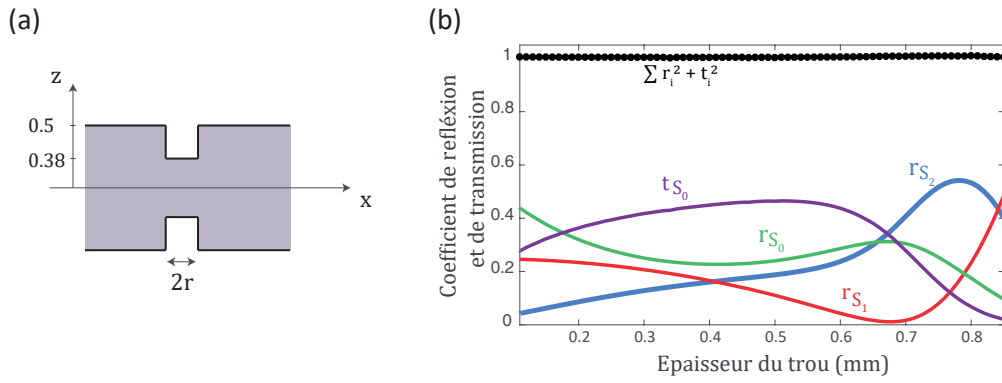


FIGURE 3.29 – (a) Géométrie du trou borgne. (b) Étude des coefficients de réflexion et de transmission en incidence normale du mode S_2 en fonction du ratio d'épaisseur dans une plaque de duralumin de 1 mm d'épaisseur à la fréquence de croisement $f_c = 3,31$ MHz. On note que pour obtenir une réflexion maximale du mode S_2 en lui même il faut un ratio de 0,76.

La simulation est réalisée avec le logiciel *Simsonic* [10] pour une plaque de duralumin de $150 \times 50 \times 1$ mm³. La zone d'indice négatif d'une largeur $d = 50$ mm composant la lentille plate est d'épaisseur 0,92 mm. Le pas du maillage est $\delta x = 0,04$ mm. Des conditions de PML sont appliquées aux bords de la plaque. La source ponctuelle située à 30 mm de la lentille émet un chirp comme dans la section 3.2.

La propagation est calculée pour trois configurations présentées sur la figure 3.30 : (a_1) sans diffuseur, (a_2) avec un rangée de diffuseurs placés à une distance $d/2$ avant la lentille afin d'observer l'influence des diffuseurs sur la source. (a_3) avec deux rangées de diffuseurs identiques et placées avant et après la lentille. Les deux premières configurations servent de référence. La troisième correspond à l'association de méta-lentilles susceptible de transporter les détails sub-longueur d'onde de la source.

Dans les trois cas, le déplacement normal à la surface de la plaque est enregistré sur 100 μ s puis, après transformée de Fourier temporelle, observé à la fréquence de croisement $f_c = 3,31$ MHz. Un filtrage spatial est ensuite appliqué afin de ne garder que les composantes correspondant aux modes S_2 et S_{2B} , soit les fréquences spatiales inférieures à $0,25$ mm⁻¹. La partie réelle et le module du déplacement normal sont présentés sur les figures 3.30(c_i) et (d_i). La

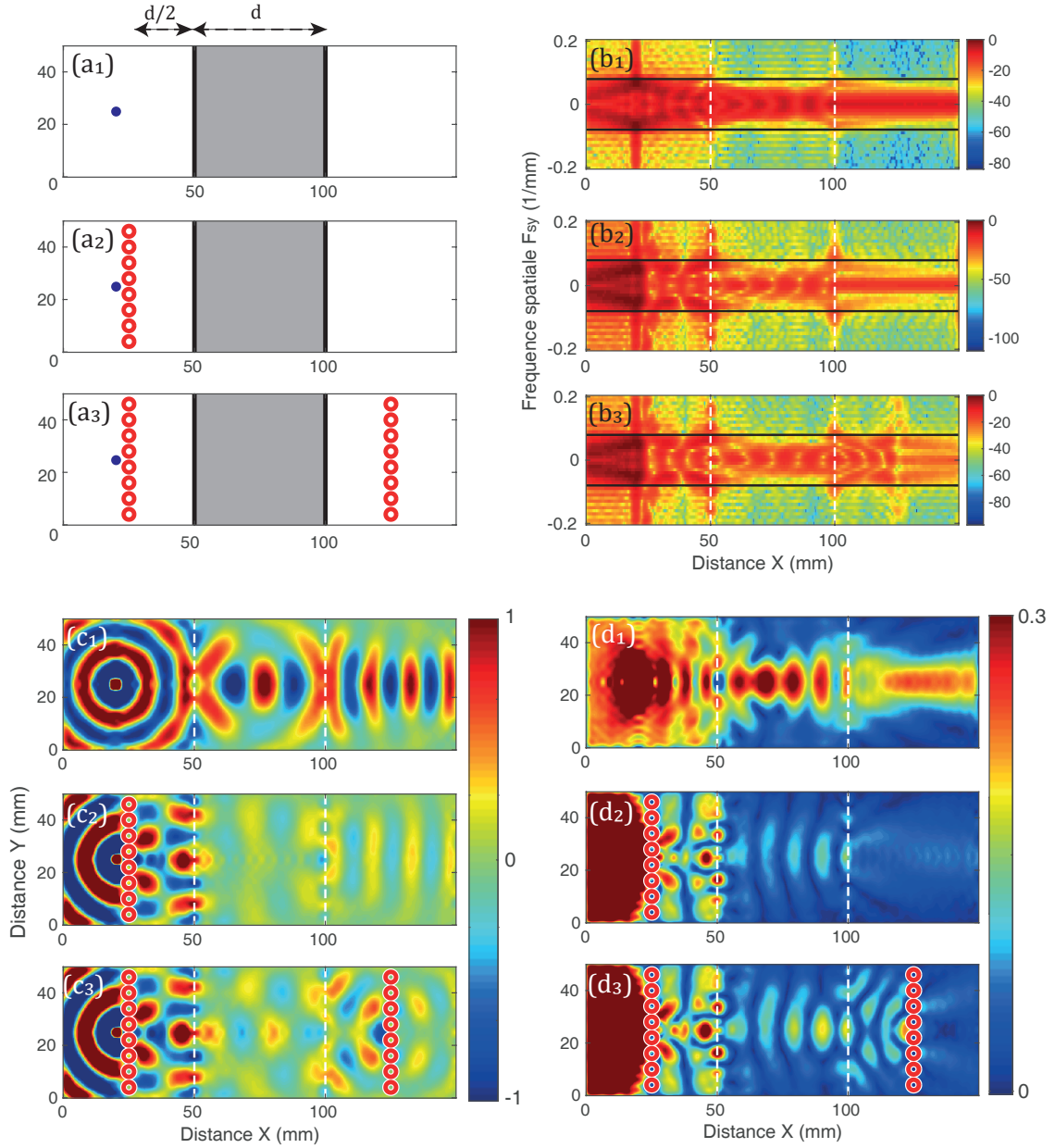


FIGURE 3.30 – Simulations numériques de la lentille plate (1), avec l'ajout de diffuseurs avant la lentille (2) et avec l'ajout de diffuseurs avant et après la lentille (3). (a_i) Schéma des plaques simulées. (b_i) Transformée de Fourier spatiale selon la direction parallèle à l'interface. (c_i) Partie réelle du déplacement normal à la surface de la plaque. (d_i) Module du déplacement normal à la surface de la plaque.

refocalisation de l'onde par la lentille plate (cf figures 3.30(c₁) et (d₁)) est limitée par la diffraction. Nous notons, en ajoutant la métalentille en amont de la lentille, l'apparition de modes sub-lambda le long de la première interface (cf figures 3.30(c₂) et (d₂)). Il n'y a cependant pas de refocalisation en sortie sans la métalentille en aval. L'ajout d'une métalentille en aval de la lentille plate, permet la refocalisation à 5 mm de la métalentille (cf figures 3.30(c₃) et (d₃)). Nous notons que la résolution est améliorée avec l'ajout des deux métalentilles, car la largeur à -3 dB au point de focalisation ($x = 120$ mm) est de 11,2 mm pour la lentille seule (cf figure 3.31(a)), 15,2 mm avec l'ajout de la métalentille en amont (cf figure 3.31(b)) et 6,6 mm avec l'ajout des métalentilles en amont et en aval (cf figure 3.31(c)).

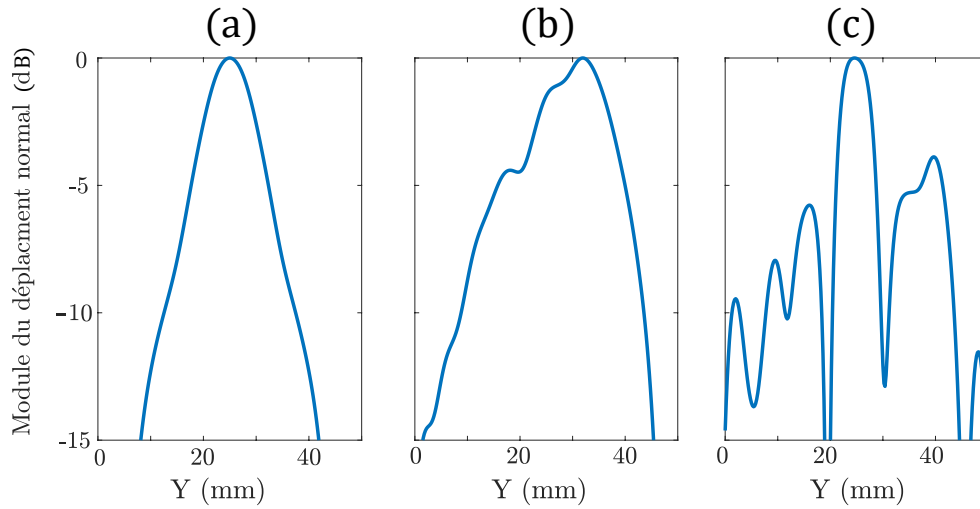


FIGURE 3.31 – Module du déplacement normal en dB à la surface de la plaque selon Y au point de refocalisation $x = 120$ mm à la fréquence de croisement $f_c = 3,31$ MHz dans les configuration (a) sans diffuseurs, (b) avec les diffuseurs en amont de la lentille et (c) avec les diffuseurs en amont et en aval de la lentille

Pour comprendre les phénomènes en jeu et déterminer si la partie évanescence du champ est impliquée, nous effectuons la transformée de Fourier spatiale du champ de déplacement normal (dont la partie réelle est présentée en figure 3.30(c)) selon l'axe Y pour chaque x. Nous la représentons en figure 3.30(b). Le champ y est normalisé par le maximum du module sur les trois configurations confondues. Le champ évanescence excité au niveau de la source, décroît en l'absence de métalentille (cf figure 3.30(b₁)). En sortie de la lentille, le spectre angulaire est inférieur à la fréquence spatiale $F_{s0} = 0,08 \text{ mm}^{-1}$ du mode propagatif S_2 (cf figure 3.32(a)), ce qui est en accord avec la résolution bien supérieur à la demi longueur d'onde (cf figure 3.31(a)). L'introduction de la métalentille à proximité de la source engendre l'excitation de modes sub-lambda résonants au niveau de la première interface (cf figure 3.30(b₂)). En ajoutant la deuxième métalentille en aval de la lentille, le champ évanescence est reconstruit au niveau du plan source image (cf figure 3.30(b₃) et 3.32(b)). Cela explique l'amélioration de la résolution (cf figure 3.31(c)) au niveau du plan image. Cette résolution est de 6,6 mm, ce qui est de l'ordre de la limite de diffraction ($\lambda/2 = 6,25$) atteignable avec une lentille dont l'ouverture numérique serait infini. La comparaison entre les figures 3.32(a) et 3.32(b) montrent les bien-

faits des méta-lentilles sur le champ évanescents. Une partie de ce dernier est transférée via le processus de réfraction négative et participe donc à la formation de l'image dans le pan focal.

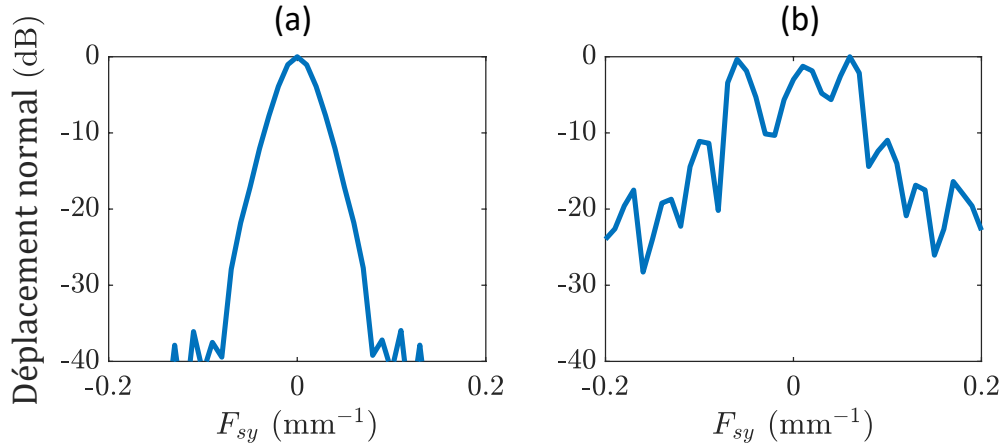


FIGURE 3.32 – Transformée de Fourier spatiale selon l'axe Y au point image ($x = 120$ mm) à la fréquence de croisement $f_c = 3,31$ MHz dans les configuration (a) sans diffuseurs et (b) avec les deux rangées de diffuseurs.

Ces simulations constituent une première preuve de concept de métalentille pour les ondes de Lamb. Une étude plus approfondie de la métalentille permettrait peut être de l'optimiser afin d'atteindre une résolution inférieure à la limite de diffraction. L'optimisation concerne tout d'abord la taille des diffuseurs et leurs dispositions. En vue d'une réalisation expérimentale, l'influence d'une dissymétrie des métalentilles devra être étudiée numériquement. Ensuite, la réalisation expérimentale pourra être envisagée, présentant tout de même la difficulté de réaliser des trous borgnes de façon reproductibles [22].

Toutefois, l'ajout de la métalentille à proximité de la source engendre une exaltation du champ évanescents à proximité de l'interface de la lentille plate (cf figure 3.30(b_2)). En effet en traçant le déplacement normal pour la fréquence spatiale $k_y/(2\pi) = 0,11$ mm⁻¹ à la fréquence $f = 3,31$ MHz en figure 3.33 nous observons au niveau de la première interface une augmentation du champ. De plus l'ajout de diffuseurs proches de la source (Fig 3.33.(a_2) et (a_3)) augmentent le champ évanescents au niveau de l'interface. Il semblerait y avoir un effet permettant d'obtenir des composantes évanescents de la source dans le champ lointain. Cela rappelle l'utilisation des plasmons de surface en électromagnétisme qui sont des modes sub-lambda résonants à la surface des métaux et qui ont permis l'implémentation d'une superlentille pour les ondes électromagnétiques [23].

Il reste alors à comprendre l'origine de l'exaltation du champ observé numériquement aux marches d'épaisseur de la lentille plate pour envisager d'utiliser de tels modes afin de réaliser une lentille parfaite. En effet, ces modes sub-lambda aux marches pourraient être exploités pour amplifier le champ évanescents de l'objet, la lentille jouant le rôle d'un résonateur Fabry Pérot. L'étude de la lentille parfaite de Pendry a été effectuée numériquement dans le domaine des ondes acoustiques fluides [24, 25]. Il serait intéressant d'appliquer ces études aux ondes de

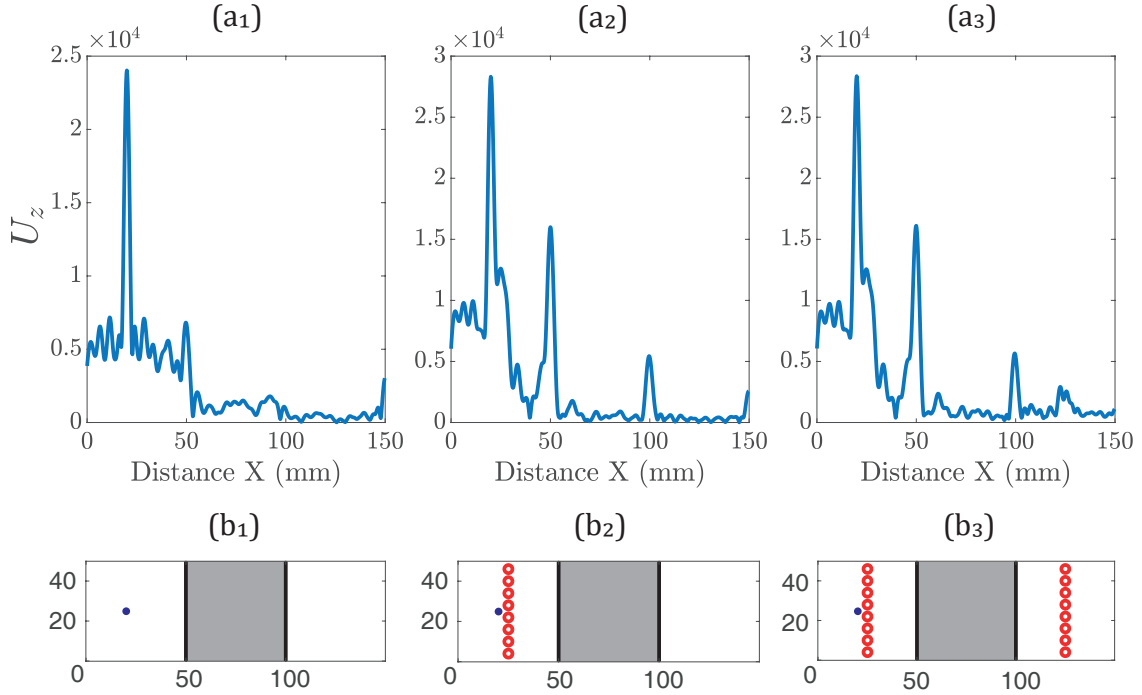


FIGURE 3.33 – (a_i) Déplacement normal à la surface de la plaque à la fréquence $f = 3,31$ MHz, pour $k_y/(2\pi) = 0,11$ mm⁻¹. (b_i) Schéma des plaques simulées pour les cas (1) sans métalentille, (2) avec métalentille avant la lentille et (3) avec métalentille avant et après la lentille.

Lamb. Cependant, le fonctionnement d'une lentille parfaite est intrinsèquement monochromatique. Il serait donc plus approprié d'utiliser des outils numériques de type éléments finis plutôt que de résoudre dans le domaine temporel les équations de l'élastodynamique [26].

3.6 Conclusion et perspectives

Grâce à l'optimisation de la réfraction négative des ondes de Lamb effectuée au chapitre précédent, nous avons pu réaliser l'application expérimentale et numérique de la réfraction négative sur des exemples mettant en jeu la notion de milieux complémentaires. En effet, l'agencement de milieux complémentaires a permis d'observer l'annulation de la propagation d'ondes émises en dehors de ces milieux. Ce principe est ensuite étendu au concept d'*anti-objet*, permettant de camoufler un diffuseur. Le piégeage d'une onde située au sein d'un système composé de milieux complémentaires est aussi observé. Le couplage des concepts de métalentille et de réfraction négative constitue une première étape en vue de la réalisation d'une superlentille capable d'imager le champ évanescent d'un objet avec un pouvoir de résolution proche de la demi-longueur d'onde. Nous avons mis également en évidence numériquement des modes sub-longueur d'onde se propageant le long des marches d'épaisseur. De tels modes pourraient permettre en théorie le transport du champ évanescent d'un objet à travers la lentille à indice négatif.

Ce chapitre a permis d'implémenter expérimentalement et numériquement les concepts

de milieux complémentaires et de lentille parfaite via la réfraction négative des ondes de Lamb. Il s'agit de la première application de ces idées dans le domaine des ondes élastiques. Toutefois, dans cette étude, nous sommes restés limités par l'aspect temporel du dispositif ultrason-laser existant au laboratoire et des simulations numériques aux différences finies dans le domaine temporel –ou *Finite Differences in Time Domain*– (FDTD) sous Simsonic. Or le phénomène de réfraction négative et les notions qui en découlent se produisent dans des domaines de fréquences où la dispersion des modes est très importante, il est donc très intéressant de pouvoir les observer en régime monochromatique. Au cours de cette thèse, je me suis donc attaqué à ce problème en montant un nouveau dispositif expérimental utilisant une source laser continue modulable par électroabsorption et un modulateur spatial de lumière permettant une illumination structurée. Cette modulation fréquentielle et spatiale de l'effet thermoélastique permettra à l'avenir d'étudier la réfraction négative des ondes de Lamb dans le domaine monochromatique avec toutes les possibilités qui en découleront pour l'implémentation d'une lentille parfaite par exemple. Dans le cadre de ma thèse, je me suis avant tout intéressé à une autre propriété unique et remarquable des ondes de Lamb : le point de vitesse de groupe nulle résultant de l'interaction entre modes à vitesse de phase positive et négative, et les branches inhomogènes (évanescences) associées qui surviennent sous ce point.

3.7 Références

- [1] J B Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85(18) :3966, 2000. 54, 74
- [2] JB Pendry and S Anantha Ramakrishna. Focusing light using negative refraction. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 15(37) :6345, 2003. 54, 68
- [3] John B Pendry. Negative refraction. *Contemporary Physics*, 45(3) :191–202, 2004. 54, 57, 62, 63, 68
- [4] Masaya Notomi. Negative refraction in photonic crystals. *Optical and Quantum Electronics*, 34(1-3) :133–143, 2002. 54, 68
- [5] Benoit Gérardin. *Manipulation et contrôle d'ondes élastiques guidées en milieux complexes*. PhD thesis, Sorbonne Paris Cité, 2016. 54, 69
- [6] David R Smith, David Schurig, Marshall Rosenbluth, Sheldon Schultz, S Anantha Ramakrishna, and John B Pendry. Limitations on subdiffraction imaging with a negative refractive index slab. *Applied Physics Letters*, 82(10) :1506–1508, 2003. 54
- [7] Fabrice Lemoult, Geoffroy Lerosey, Julien de Rosny, and Mathias Fink. Resonant meta-lenses for breaking the diffraction barrier. *Physical review letters*, 104(20) :203901, 2010. 54, 74, 75

- [8] Fabrice Lemoult, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. Acoustic resonators for far-field control of sound on a subwavelength scale. *Physical Review Letters*, 107(6) :064301, 2011. 54, 74, 75
- [9] William L Barnes, Alain Dereux, and Thomas W Ebbesen. Surface plasmon subwavelength optics. *nature*, 424(6950) :824, 2003. 54
- [10] Emmanuel Bossy. “simsonic”. <http://simsonic.fr/>, 2012. 56, 64, 76
- [11] Michele Brun, Sébastien Guenneau, and Alexander B Movchan. Achieving control of in-plane elastic waves. *Applied physics letters*, 94(6) :061903, 2009. 62
- [12] Mohamed Farhat, Sebastien Guenneau, and Stefan Enoch. Ultrabroadband elastic cloaking in thin plates. *Physical review letters*, 103(2) :024301, 2009. 62
- [13] Nicolas Stenger, Manfred Wilhelm, and Martin Wegener. Experiments on elastic cloaking in thin plates. *Physical Review Letters*, 108(1) :014301, 2012. 62, 68
- [14] Yabin Jin, Daniel Torrent, Yan Pennec, Yongdong Pan, and Bahram Djafari-Rouhani. Gradient index devices for the full control of elastic waves in plates. *Scientific reports*, 6 :24437, 2016. 63, 68
- [15] Virendra N Mahajan. Strehl ratio for primary aberrations : some analytical results for circular and annular pupils. *JOSA*, 72(9) :1258–1266, 1982. 64
- [16] C Prada, O Balogun, and TW Murray. Laser-based ultrasonic generation and detection of zero-group velocity lamb waves in thin plates. *Appl. Phys. Lett.*, 87(19) :194109, 2005. 65
- [17] Andrea Alù and Nader Engheta. Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings. *Physical Review E*, 72(1) :016623, 2005. 68
- [18] Graeme W Milton and Nicolae-Alexandru P Nicorovici. On the cloaking effects associated with anomalous localized resonance. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 462(2074) :3027–3059, 2006.
- [19] David Schurig, Jack J Mock, BJ Justice, Steven A Cummer, John B Pendry, Anthony F Starr, and David R Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science*, 314(5801) :977–980, 2006. 68
- [20] Sébastien Guenneau, Boris Gralak, and JB Pendry. Perfect corner reflector. *Optics letters*, 30(10) :1204–1206, 2005. 68
- [21] S Guenneau, M Farhat, and S Enoch. Perfect lenses and corners for flexural waves. *Physica B : Condensed Matter*, 405(14) :2947–2949, 2010. 68
- [22] Marc Dubois. *Contrôle des ondes de flexion dans les plaques*. PhD thesis, Université Paris Diderot-Paris 7-Sorbonne Paris Cité, 2014. 75, 79

- [23] Nicholas Fang, Hyesog Lee, Cheng Sun, and Xiang Zhang. Sub-diffraction-limited optical imaging with a silver superlens. *Science*, 308(5721) :534–537, 2005. 79
- [24] Jensen Li and Che Ting Chan. Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E*, 70(5) :055602, 2004. 79
- [25] Muralidhar Ambati, Nicholas Fang, Cheng Sun, and Xiang Zhang. Surface resonant states and superlensing in acoustic metamaterials. *Physical Review B*, 75(19) :195447, 2007. 79
- [26] S Anantha Ramakrishna. Physics of negative refractive index materials. *Reports on progress in physics*, 68(2) :449, 2005. 80

Chapitre 4

Génération monochromatique et spatialement structurée des modes de Lamb au voisinage du point ZGV

Sommaire

4.1	Introduction	87
4.2	Rappels sur les modes ZGV	87
4.2.1	Caractérisation de structures planes isotropes à l'aide des modes ZGV	87
4.2.2	Caractérisation de structures planes anisotropes à l'aide des modes ZGV	89
4.3	Génération du ZGV avec une onde continue modulée : Dispositif expérimental	90
4.3.1	Source laser continue	91
4.3.2	Lentille $f\theta$	92
4.3.3	Mesure du déplacement à la surface de la plaque - Détection synchrone	92
4.4	Étude fréquentielle des modes de Lamb autour du point ZGV dans une plaque d'épaisseur homogène	93
4.4.1	Génération et mesures ponctuelles des ondes de Lamb dans une plaque de duralumin	93
4.4.2	Modes évanescents et propagatifs au voisinage du point ZGV dans une plaque d'acier	96
4.5	Illumination spatialement structurée pour contrôler l'excitation des modes de Lamb	100
4.5.1	Façonnage de la source laser : Aperçu de l'état de l'art	100
4.5.2	Dispositif expérimental	100
4.5.3	Prédictions théoriques	102
4.6	Excitation annulaire dans une plaque d'épaisseur homogène	103
4.7	Modes de Lamb supportés par une plaque rugueuse au voisinage du point ZGV	106
4.7.1	Mesures : excitation annulaire	106
4.7.2	Mesures de variation d'épaisseur : Excitation sur une surépaisseur	108

*CHAPITRE 4. GÉNÉRATION MONOCHROMATIQUE ET SPATIALEMENT STRUCTURÉE DES
MODES DE LAMB AU VOISINAGE DU POINT ZGV*

4.7.3	Excitation en dehors de la surépaisseur	112
4.8	Conclusion et perspectives	115
4.9	Références	116

4.1 Introduction

Les chapitres précédents ont montré comment le phénomène de réfraction négative permettait de contrôler certaines ondes de Lamb de manière inusuelle en permettant, par exemple, leur focalisation, l'annulation de leur diffraction ou leur piégeage autour d'un coin parfait. Toutefois, les expériences ultrasons-laser menées jusqu'ici dans un régime impulsionnel ont montré certaines limites du fait : (i) de l'extrême sensibilité du phénomène de réfraction négative aux imperfections de la plaque ; (ii) du caractère purement monochromatique des notions de milieux complémentaires ou de lentille parfaite.

Dans ce chapitre, nous présentons un nouveau dispositif expérimental qui permet, au contraire, d'exploiter cette extrême sensibilité fréquentielle. A cette fin, une excitation laser continue modulée temporellement par électro-absorption est mise en place. Elle permet : (i) une étude approfondie de l'interaction entre modes progrades et rétrogrades à proximité d'un point à vitesse de groupe nulle –ou *Zero Group Velocity*– (ZGV) ; (ii) une mise en évidence expérimentales des branches évanescences sous un point ZGV ; (iii) une mesure extrêmement fine de l'anisotropie des matériaux sondés (ici le duralumin et l'acier).

Dans une seconde partie, le dispositif est couplé à un modulateur spatial de lumière afin de structurer spatialement l'illumination du laser continu. La génération d'une source annulaire sur une plaque d'acier d'épaisseur homogène permet de sonder précisément un point ZGV. Une expérience menée ensuite sur une plaque rugueuse de titane démontre l'existence de modes ZGV localisés et piégés par les aspérités de surface de la plaque. Dans les deux cas, les branches évanescences sous le point ZGV semblent jouer un rôle primordial.

4.2 Rappels sur les modes ZGV

Comme présenté dans la section 1.5, un mode ZGV résulte de la répulsion entre deux résonances d'épaisseur transverse et longitudinale. Ce point ZGV est situé à la jonction de deux branches de vitesse de phase opposés, celles des modes prograde et rétrograde dont nous avons parlé dans les chapitre précédents. Les champs de déplacement et de contraintes de ces modes étant strictement identiques au point ZGV, leur interférence donne lieu à une onde stationnaire qui constitue le mode ZGV [1]. Contrairement aux résonances d'épaisseur, les résonances ZGV n'existent pas pour tout les matériaux [2].

Elles sont toutefois précieuses pour un grand nombre d'applications, notamment pour l'élaboration des capteurs, du fait de leur extrême sensibilité vis à vis des caractéristiques du matériaux ainsi qu'aux aspérités de la plaque par exemple [3–5]

4.2.1 Caractérisation de structures planes isotropes à l'aide des modes ZGV

Les résonances ZGV sont utilisées pour évaluer localement les propriétés élastiques ou l'épaisseur de plaque [3]. Pour ce faire, deux résonances ZGV sont mesurées. Dans le cas du duralumin ce sont les fréquences $f_{S_1S_2}$ et $f_{S_3S_6}$, c'est-à-dire les résonances associées aux points

respectivement entre les branches S_1 et S_{2b} et entre les branches S_3 et S_{6b} .

Le rapport des deux fréquences de résonances ZGV fournit le coefficient de Poisson, ce qui permet d'obtenir une des vitesses des ondes volumiques si l'on connaît l'autre. L'épaisseur peut alors être déterminée de façon absolue.

Si l'on considère les propriétés élastiques du matériau comme homogènes, une variation relative de l'épaisseur entre deux points peut tout de même être évaluée sans qu'aucune des vitesses ne soit connues. En effet, comme indiqué dans le chapitre 1, $f_{ZGV} \times d$ est constant pour un mode fixé. Les variations $\Delta d/d$ sont alors opposées aux variations relatives de la fréquence $\Delta f_{ZGV}/f_{ZGV}$

$$\frac{\Delta d}{d} = -\frac{\Delta f_{ZGV}}{f_{ZGV}} \quad (4.1)$$

Le facteur de qualité spectaculaire associé à une résonance ZGV ($\sim 10^4$ [6]) peut ainsi rendre la mesure d'épaisseur d'une plaque extrêmement précise. Clorennec *et al.* ont par exemple mesuré des variations d'épaisseurs inférieures au micron dans une plaque de duralumin d'épaisseur de 490 μm comportant trois zones corrodées. Cette importante sensibilité permet aussi à Cès *et al.* d'étudier l'influence de la température sur la résonance ZGV et mesure un décalage de la fréquence ZGV de 0,02% par Kelvin [7].

En plus de cette extrême sensibilité, la méthode de mesure de l'épaisseur basée sur la résonance ZGV présente également une résolution spatiale bien en deçà des limites usuelles imposées par la diffraction. En balayant une surépaisseur de forme triangulaire (Fig. 4.1), Cès *et al.* ont mis en évidence une résolution inférieure à $\lambda/5$ [7]. Les raisons de cette très bonne résolution ne sont pas claires. Une hypothèse envisagée est l'implication des modes de Lamb inhomogènes dont le nombre d'onde est complexe et qui surgissent sous le point ZGV (cf figure 2.2). Ces modes et leur possible implication dans cette super-résolution seront discutés dans la suite de ce chapitre.

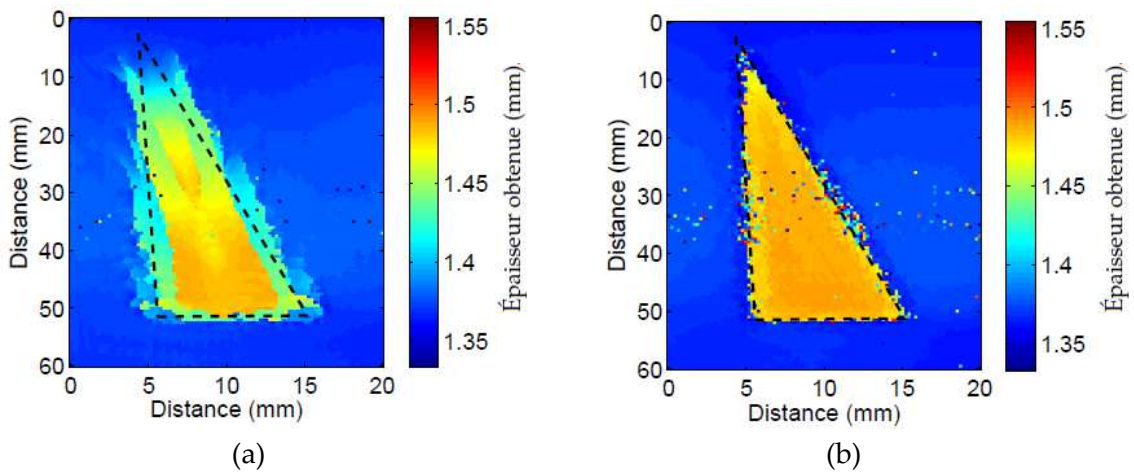


FIGURE 4.1 – Figures tirées de la thèse de Maximin Cès [7]. Cartographie d'épaisseur obtenue à partir de la résonance ZGV : S_1S_2 (a); S_3S_6 (b). Les traits pointillés figurent l'emplacement du triangle. Les longueurs d'onde des modes zgv sont $\lambda_{S_1S_2} \approx 3,9d$ et $\lambda_{S_3S_6} \approx 3,3d$ (où $d = 1,50 \text{ mm}$).

4.2.2 Caractérisation de structures planes anisotropes à l'aide des modes ZGV

Une plaque de matériau anisotrope est également susceptible de supporter des résonances ZGV. Celles-ci dépendent alors de la direction de propagation. Par exemple, Prada *et al.* ont montré que la fréquence de résonance d'un mode ZGV engendré dans un disque de silicium varie avec la direction de propagation [8, 9]. Le spectre d'un signal enregistré sur un tel disque ($d = 0,525$ mm) est montré sur la figure 4.2(a). On y distingue les résonances des modes A_0 , S_1 et A_2 . Sur l'agrandissement du spectre du mode S_1 , trois résonances sont observées. Les deux premières (7,71 et 7,76 MHz) correspondent aux modes ZGV pour les deux directions principales, la troisième (8,03 MHz) est la résonance d'épaisseur. En utilisant une ligne source, le spectre de la première résonance ZGV est alors mesuré en tournant la source de 360° (cf figure 4.2(b)). La ligne source est obtenue par l'utilisation combinée d'un agrandisseur de faisceau et d'une lentille cylindrique, elle même montée sur une platine de rotation afin de changer l'orientation de la ligne source. La fréquence de résonance oscille alors avec une période de 90° (entre 7,7 et 7,8 MHz), indiquant alors les deux directions privilégiées associées aux deux pics du mode ZGV. La fréquence de coupure associée à la résonance d'épaisseur (8,03 MHz) est indépendante de l'orientation de la ligne source.

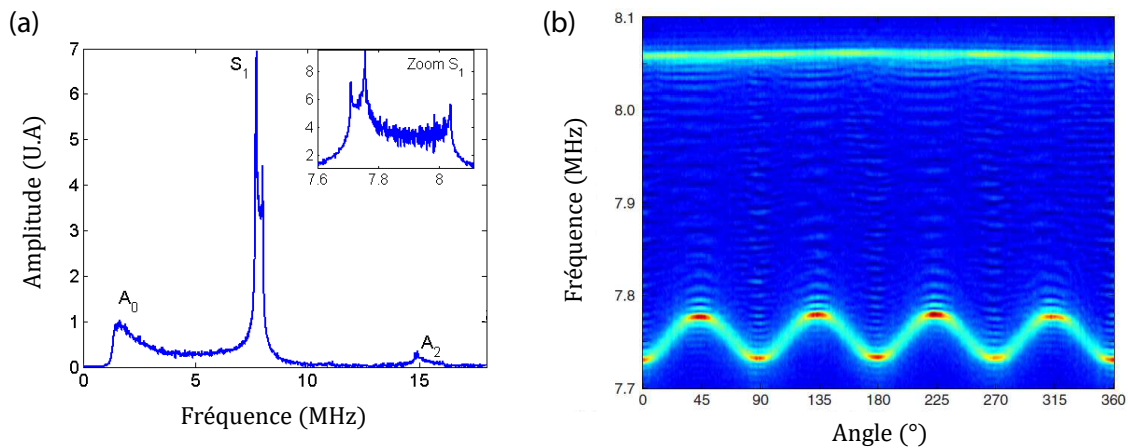


FIGURE 4.2 – Figures tirées de [9]. (a) Spectre du déplacement mesuré et agrandissement du premier mode ZGV . (b) Spectre mesuré dans un disque de silicium selon l'orientation de la ligne source.

La mesure de la fréquence de résonance du premier mode ZGV en fonction de l'angle a aussi été effectuée dans des plaques laminées d'épaisseur 0,5 mm d'acier et de duralumin. Le maximum et le minimum de fréquence se situent respectivement pour les angles (0 et 90°), i.e dans des directions parallèle et perpendiculaire au laminage. Les mesures indiquent un écart relatif des fréquences extrêmes de 1,9 % dans l'acier (cf figure 4.3(a)) et de 0,25 % dans le duralumin nettement moins anisotrope (cf figure 4.3(b)).

La génération et la détection par laser des résonances ZGV en un seul point mettent en évidence l'anisotropie de la plaque. Dans la suite de la thèse, nous utilisons des plaques de duralumin et d'acier excitées par une source ponctuelle. Il faut donc garder à l'esprit ces possibles effets d'anisotropie.

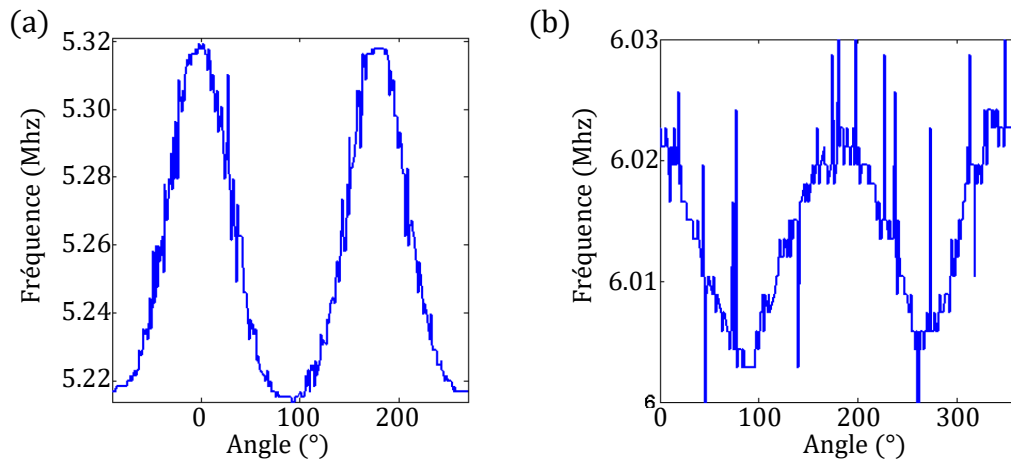


FIGURE 4.3 – Figures tirées de [9]. Variation de la première fréquence de résonance ZGV en fonction de l'orientation de la ligne source dans une plaque d'épaisseur 0,5 mm (a) d'acier (b) de duralumin.

4.3 Génération du ZGV avec une onde continue modulée : Dispositif expérimental

Les dispositifs expérimentaux utilisés précédemment au cours de cette thèse n'ont pas permis d'étudier le phénomène de réfraction négative avec une résolution fréquentielle suffisante. Afin d'être sélectif en fréquence et en particulier améliorer l'étude des modes de Lamb prograde et rétrograde au voisinage du point ZGV, nous utilisons, dans ce chapitre, un laser continu modulé temporellement pour générer les ondes de Lamb par effet thermo-élastique [10]. Le dispositif expérimental correspondant est présenté sur la figure 4.4 et est décrit en détail ci dessous.

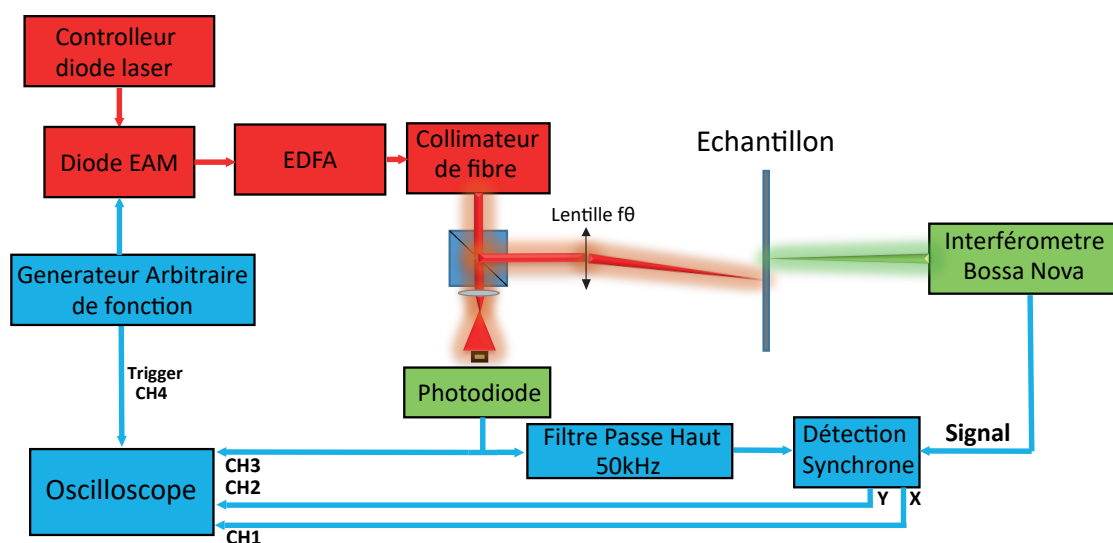


FIGURE 4.4 – Dispositif expérimental pour une excitation monochromatique de la plaque.

4.3.1 Source laser continue

Dans ce montage, la source laser est générée par une diode laser à modulation par électro-absorption –ou *Electro-Absorption Modulator*– (EAM) associée à un amplificateur à fibre dopée à l’erbium –ou *Erbium-Doped Fiber Amplifier*– (EDFA).

Diode EAM

Une diode EAM est un semiconducteur utilisé pour moduler l’intensité lumineuse d’un laser en contrôlant la tension aux bornes de la diode. Un changement dans le spectre d’absorption est alors créé par l’application d’un champ électrique. Nous utilisons une diode laser (Optilab, *DFB-1550-EAM-12*) dont la longueur d’onde est de 1550 nm et la puissance de sortie est de 5 mW maximum. Un contrôleur de diode laser (Newport, *ILX Lightwave LDC-3700C*) permet de s’assurer que la température reste constante et de contrôler divers paramètres comme le courant alimentant la diode.

La modulation électrique est pilotée par un générateur arbitraire de fonction (Tektronix, *AFG3101C*) émettant le signal désiré.

Amplificateur EDFA

La puissance en sortie de la diode étant trop faible pour réussir à exciter la plaque par thermoélasticité, celle-ci est augmentée grâce à un amplificateur à fibre dopée (Keopsys, *CEFA-C-PB-HP*) fonctionnant à la manière d’un laser et permettant une puissance en sortie de 5 W maximum, toujours inférieure au seuil d’ablation qui est de $2 \cdot 10^5 \text{ W} \cdot \text{mm}^{-2}$ [11]. La portion de fibre dopée est pompée optiquement avec un laser plaçant les ions de dopage dans un état excité. Quand un signal lumineux passe alors à travers ce morceau de fibre optique, il désexcite les ions par effet laser en produisant un photon en tout point identique au photon incident. Le signal lumineux a donc été doublé. Ensuite, par effet d’avalanche, l’amplification du signal se fait jusqu’à la sortie de la section dopée de la fibre optique.

Contrôle de la modulation

Après amplification optique, le laser conserve la modulation temporelle imposée par le générateur de fonction (cf figure 4.5(a)). Pour contrôler et optimiser la modulation, le signal laser en sortie de l’amplificateur est mesuré à l’aide d’une photodiode (Thorlabs, *PDA05CF2*). La modulation d’amplitude du faisceau laser est étudiée en fonction de deux paramètres du signal pilote appliqué à la diode laser : la tension pic à pic et sa composante continue. La figure 4.5(b) représente le rapport entre l’amplitude crête à crête et la moyenne de l’intensité mesurée par la photodiode en fonction de ces deux paramètres dans les limites imposées par le constructeur de la diode EAM. Une tension de 2,75 Volt pic à pic, et une composante continue –2 V sont les paramètres nécessaires pour obtenir la modulation optimale.

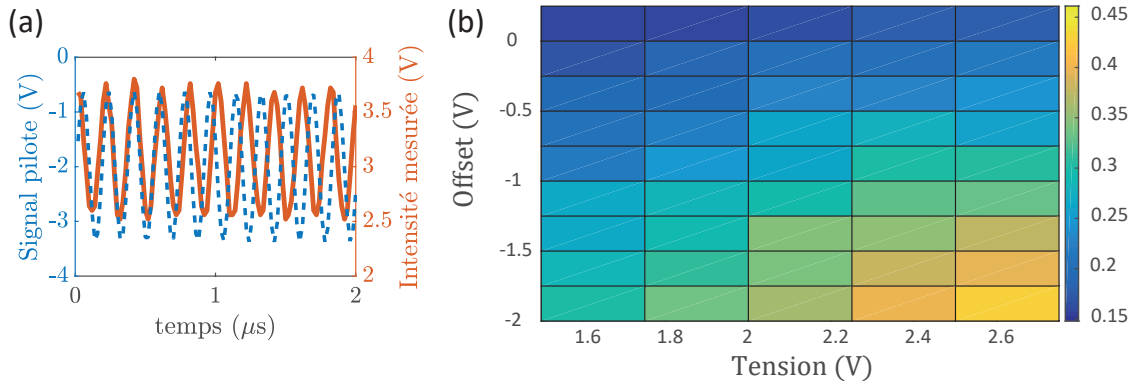


FIGURE 4.5 – (a) Signal pilote appliqué aux bornes de la diode EAM (bleu) et intensité mesurée sur la photodiode (orange) en fonction du temps à la fréquence $f = 5,5$ MHz. (b) Rapport entre l’amplitude crête à crête et la moyenne de l’intensité du laser mesurée à l’aide de la photodiode en fonction des deux paramètres du signal pilote, la tension pic à pic, et le biais de composante continue.

4.3.2 Lentille $f\theta$

Le laser collimaté passe ensuite à travers un diviseur de faisceau (cf figure 4.4). La partie réfléchiée du faisceau est focalisée sur la plaque au moyen d’une lentille $f\theta$ (Ronar-Smith, *SL-1550-100-160*). Cette lentille est conçue pour compenser les aberrations sphériques afin de focaliser sur un plan et non selon une sphère comme indiqué en figure 4.6. Elle présente une distance focale de 160 mm et permet un balayage du faisceau sur une zone de 100×100 mm². En changeant l’angle θ d’incidence du faisceau sur la lentille, on décale alors le point de $\theta \times f$, f étant la distance focale de la lentille. Pour changer l’angle d’incidence du faisceau nous utilisons un système sur 2 axes avec un galvanomètre (Thorlabs, *GVS-012*) supportant des miroirs.

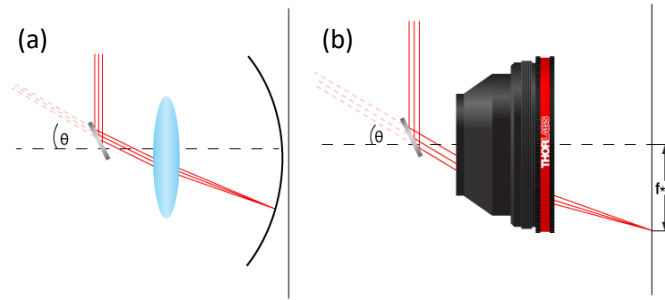


FIGURE 4.6 – Figures issues de [12]. Représentation schématique de l’utilisation d’une lentille $f\theta$. (a) Une lentille sphérique permet de focaliser sur une surface sphérique alors qu’une lentille $f\theta$ (b) permet de focaliser sur un plan. En changeant l’angle d’incidence du faisceau sur la lentille, on déplace le point focal d’une distance $f \times \theta$ sur le plan focal, f étant la distance focale.

4.3.3 Mesure du déplacement à la surface de la plaque - Détection synchrone

Le déplacement normal à la surface de la plaque est mesuré, comme dans le chapitre 3, à l’aide de l’interféromètre photoréfractif (Sound&Bright, *TEMPO 1D*). Cependant, le signal mesuré est ici trop faible pour se détacher convenablement du bruit. Nous utilisons alors un am-

plificateur à détection synchrone (Princeton applied research, 5202). La détection synchrone est une méthode permettant d'extraire des signaux de faible amplitudes, mais à bande spectrale étroite, noyés dans un bruit large bande. Cela est réalisé par la multiplication du signal en sortie de l'interféromètre u_s par un signal porteur u_c à la fréquence f_c qui peut être soit le signal pilote appliqué à la diode, soit le signal en sortie de la photodiode. Elle utilise la propriété d'orthogonalité des fonctions sinusoïdales. On considère un signal de la forme

$$u_s(t) = U_s \exp(i2\pi f_s t - \Theta), \quad (4.2)$$

où f_s est la fréquence du signal et Θ est le déphasage entre le signal et la porteuse. Cette dernière a pour expression :

$$u_c(t) = U_c \exp(i2\pi f_c t). \quad (4.3)$$

En intégrant le produit de ces deux signaux sur une période T suffisamment longue on obtient :

$$U_{out} = \int_T dt u_s(t) u_c^*(t) = U_c U_s \exp(-i\Theta) \delta(f_s - f_c), \quad (4.4)$$

où δ est la distribution de Dirac. Les parties réelle et imaginaire de U_{out} sont ensuite transférées à l'ordinateur via un oscilloscope (Tektronix, MDO4104-6). Le temps d'intégration choisi est de 100 ms ce qui permet d'accéder à une résolution fréquentielle de 10 Hz suffisamment fine pour étudier des phénomènes à des fréquences de l'ordre du MHz tout en diminuant au maximum la durée d'acquisition.

4.4 Étude fréquentielle des modes de Lamb autour du point ZGV dans une plaque d'épaisseur homogène

Les modes de Lamb sont étudiés autour du point ZGV à l'aide du nouveau dispositif expérimental (cf figure 4.4) dans une plaque d'épaisseur homogène.

4.4.1 Génération et mesures ponctuelles des ondes de Lamb dans une plaque de duralumin

La première mesure est réalisée sur une plaque de duralumin de 0,48 mm d'épaisseur. En utilisant le dispositif expérimental précédemment présenté (cf figure 4.4), nous générons les ondes de Lamb en un point et réalisons une mesure du déplacement de la plaque en ce même point. La mesure du déplacement normal en un point de la plaque à une fréquence donnée dure environ 1 s. Le balayage est donc effectué sur un intervalle restreint autour de la fréquence ZGV. Le déplacement normal est mesuré avec un pas de 100 Hz de 6,1 à 6,15 MHz et de 500 Hz sur le reste du spectre (cf Fig.4.7).

De manière inattendue, ce spectre présente un multiplet de résonance à proximité du point ZGV alors que l'on pouvait s'attendre à une seule résonance $f_{ZGV} = 6,127$ MHz dans une plaque isotrope, ce qui constitue un premier indicateur de la présence d'anisotropie dans la plaque (cf

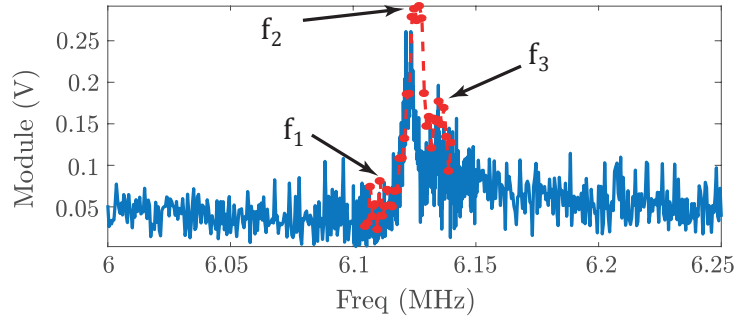


FIGURE 4.7 – En bleu : Spectre de la réponse enregistrée en un point de la plaque de duralumin autour de la fréquence $f_{zgv} = 6,127$ MHz. En rouge : Spectre obtenu au centre du balayage spatial.

section 4.2). Par ailleurs, le signal ZGV surplombe un continuum incohérent associé aux ondes d'ordre inférieur (A_0 , S_0 , A_1) pour $f < f_{ZGV}$ ainsi qu'aux ondes propagatives (S_2 et S_1) au delà de f_{ZGV} .

Pour mieux comprendre la complexité du spectre autour du point ZGV, un balayage spatial du champ a donc ensuite été réalisé aux fréquences comprises entre 6,105 et 6,14 MHz avec un pas de 0,2 mm et de 1 kHz indiquées par des points rouges sur la figure 4.7. Nous notons une différence entre les valeurs du déplacement normal pour la mesure fine et pour celle réalisée au même point lors du balayage spatial. Comme indiqué dans la section 4.2, ces fluctuations peuvent être expliquées par les variations importantes de températures (plusieurs degrés Celsius) entre la mesure du spectre et le balayage spatial. Les figures 4.8(a_i) présentent la valeur absolue du déplacement normal mesuré à la surface de la plaque aux fréquences $f_1 = 6,117$, $f_2 = 6,127$ et $f_3 = 6,135$ MHz. Ces trois fréquences sont marquées par des flèches sur le spectre de la figure 4.7. Alors que la première est en bordure du multiplet de résonances, les deux autres sont associées aux deux résonances principales du spectre de la figure 4.7. Comme attendu, le champ à la fréquence f_1 est faible car on se situe avant le point ZGV. Aux fréquences f_2 et f_3 , nous notons que le champ présente une direction de propagation privilégiée. Ceci est un indicateur supplémentaire d'une anisotropie de la plaque. Pour confirmer ce fait, une transformée de Fourier spatiale du champ est réalisée à chacune de ces fréquences. Le résultat est montré sur la figure 4.8(b). Les champs obtenus montrent bien une prédominance au nombre d'onde attendu pour le mode ZGV ($1/\lambda_{ZGV} \sim 0,5$). En revanche, la génération du mode ZGV se fait bien suivant des directions privilégiées différentes suivant la fréquence considérée. En effectuant une transformée de Fourier inverse sur les fréquences spatiales inférieures à $0,6 \text{ mm}^{-1}$, nous remarquons nettement ces directions privilégiées (cf figure 4.8(c)). En effet, à la fréquence f_2 , la transformée de Fourier indique une répartition angulaire du champ dipolaire orientée selon l'axe y alors qu'elle est orientée selon l'axe x à la fréquence f_3 . Comme indiqué dans la section 4.2, ces variations de direction de propagations en fonction de la fréquence révèlent l'anisotropie de la plaque [13]. L'écart relatif des fréquences de résonances dans cette plaque de duralumin est de 0,29 %, traduisant donc une faible anisotropie proche de celle mesurée dans une précédente étude sur le duralumin (0,25 % [9]). A la fréquence $f_1 = 6,117$ MHz

$< f_{zgv}$, la répartition quadripolaire du champ est associée à un mode dont le nombre d'onde est $1/\lambda \sim 0,5 \text{ mm}^{-1}$. L'existence d'un mode sous le point ZGV peut s'expliquer par la présence des modes de Lamb inhomogènes issus du point ZGV.

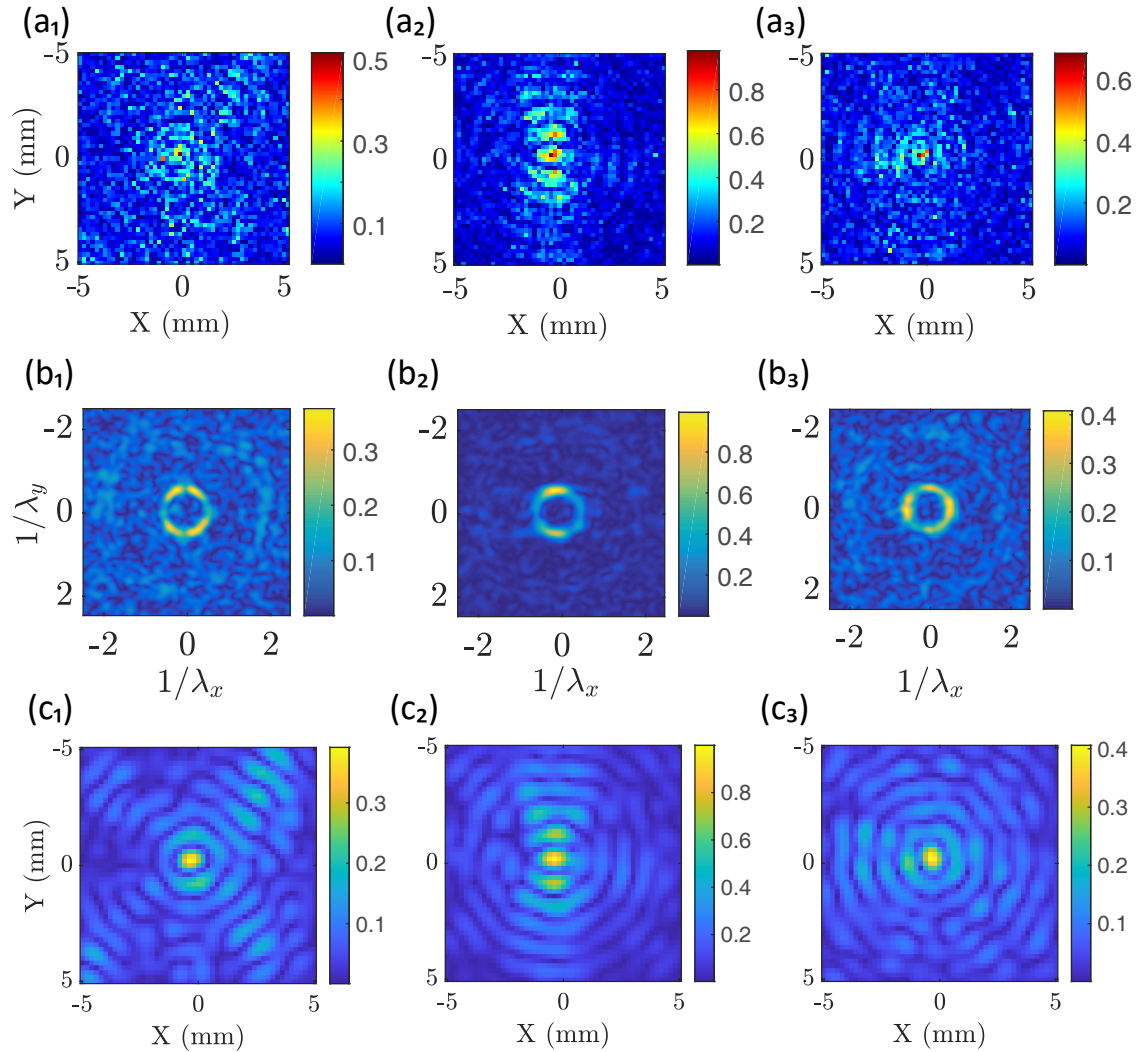


FIGURE 4.8 – Déplacement normal mesuré à la surface de la plaque aux fréquences $f_1 = 6,117 \text{ MHz}$, $f_2 = 6,127 \text{ MHz}$ et $f_3 = 6,138 \text{ MHz}$. (a) Module du champ. (b) Transformée de Fourier spatiale. (c) Module du champ associé au mode ZGV après filtrage.

Ces premières mesures effectuées dans une plaque de duralumin présentent cependant un rapport signal à bruit (SNR) plutôt faible ($\text{SNR} = 5$) par rapport à la littérature [14]. La limitation en puissance déposée imposée par le laser et le diviseur de faisceaux ($12,5 \text{ mW} \cdot \text{mm}^{-2}$) est en effet bien inférieure à la limite d'ablation de $2 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{mm}^{-2}$ [11]. Pour pallier ce problème de rapport signal à bruit, nous considérerons dans la suite de l'étude des plaques plus minces [15]. La fréquence ZGV sera en revanche plus élevée et le coefficient d'absorption plus important.

4.4.2 Modes évanescents et propagatifs au voisinage du point ZGV dans une plaque d'acier

Nous étudions maintenant les modes de Lamb à proximité du point ZGV d'une plaque d'acier de 250 μm d'épaisseur et de dimensions $300 \times 50 \text{ mm}^2$. La fréquence ZGV attendue est $f_{zgv} \sim 11 \text{ MHz}$. Le spectre mesuré en un point dans l'acier (cf figure 4.9) avec un pas de 4 kHz présente une seule fréquence de résonance $f_2 = 11,044 \text{ MHz}$ ce qui peut permettre de considérer la plaque comme isotrope dans un premier temps.

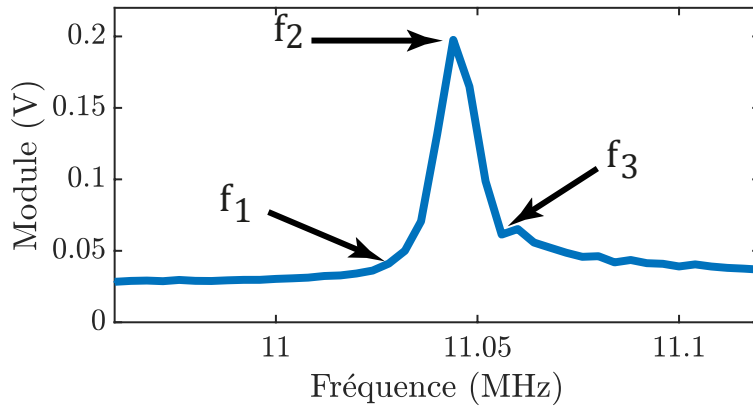


FIGURE 4.9 – (a_i) Spectre mesuré autour de la fréquence ZGV $f_{zgv} = 11,044$ dans une plaque d'acier de 250 μm d'épaisseur.

Pour s'assurer de l'homogénéité de la plaque, nous réalisons dans la plaque d'acier un balayage spatial autour de la source ($4 \times 4 \text{ mm}^2$) avec un pas de 0,05 mm pour les fréquences comprises entre 10,96 et 11,12 MHz. La figure 4.10 présente le champ mesuré à la surface de la plaque (Fig. 4.10(a_i)) et sa transformée de Fourier spatiale (Fig. 4.10(b_i)) aux fréquences $f_1 = 11,028 \text{ MHz}$, $f_2 = 11,044 \text{ MHz}$ et $f_3 = 11,056 \text{ MHz}$. Contrairement à l'expérience précédente dans le duralumin, le SNR est meilleur comme cela était attendu (SNR = 8). Nous mettons également en évidence un champ anisotrope à la fréquence ZGV f_2 , alors qu'il semble omnidirectionnel à la fréquence f_3 . Toutefois il est difficile de conclure ici quant au caractère anisotrope de la plaque car il peut être aussi bien lié à l'effet d'un léger gradient d'épaisseur auquel le mode ZGV peut être particulièrement sensible [6]. Nous notons également sur la figure 4.10(b) la présence, bien que faible, de modes de Lamb d'ordre inférieur ($1/\lambda = 3,1 \text{ mm}^{-1}$ et $1/\lambda = 3,9 \text{ mm}^{-1}$ dans l'acier) correspondant respectivement aux modes S_0 et A_0 .

Le résultat le plus surprenant ici est l'allure du champ mesuré à la fréquence f_1 (figure 4.10(a_i)) dont l'énergie reste localisée à proximité du point source, contrairement aux mesures réalisées à f_2 et f_3 . Cela peut s'expliquer par le fait que la fréquence f_1 soit inférieure à la fréquence du point ZGV. Notre hypothèse est donc que ce champ est associé aux branches inhomogènes dont l'existence sous le point ZGV avait déjà été mentionnée au chapitre 2 (figure 2.2). Ces dernières sont représentées sur les courbes de dispersion théoriques dans l'acier tracées en figure 4.11(a) en considérant une absorption de l'acier arbitraire de 20 dB/m. Cette absorption entraîne la séparation des deux branches au niveau du point ZGV. Pour vérifier l'influence de

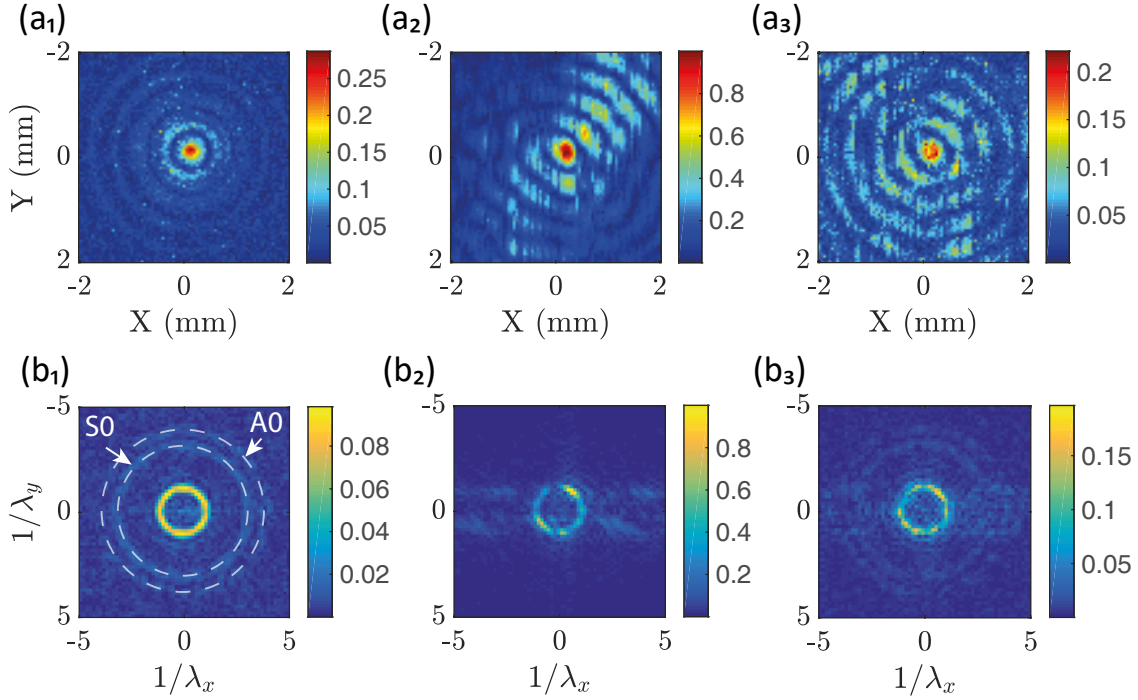


FIGURE 4.10 – (a_i) Champ mesuré à la surface de la plaque d'acier de 250 μm d'épaisseur normalisé par le module maximum aux fréquences $f_1 = 11,028$ MHz, $f_2 = 11,044$ MHz et $f_3 = 11,056$ MHz. (b_i) Transformée de Fourier spatiale du Champ normalisée.

ces modes inhomogènes, nous cherchons désormais à retrouver les courbes de dispersion associées au champ mesuré expérimentalement à chaque fréquence. Pour cela, nous filtrons le champ mesuré en ôtant les fréquences spatiales supérieures à $1,5 \text{ mm}^{-1}$ afin d'isoler la contribution des modes au voisinage du point ZGV. Nous cherchons à chaque fréquence le nombre d'onde complexe k maximisant le coefficient de corrélation entre le champ filtré et le champ théorique Φ correspondant à la fonction de Green en deux dimensions d'une source ponctuelle centré au point (x_0, y_0) [16] :

$$\Phi = -iH_0(\Re(k)) \exp(-\Im(k)r), \quad (4.5)$$

où H_0 est la fonction de Hankel d'ordre 0 et $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$. Les courbes de dispersion ainsi obtenues sont tracées en figure 4.11(b). Les points orange correspondent à la branche *prograde* ($\Re(k) > 0$ et $\Im(k) > 0$) et les points bleu à la branche *rétrograde* ($\Re(k) < 0$ et $\Im(k) > 0$). Les nombres d'ondes associés aux fréquences inférieures à la fréquence $f_{zgv} = 11,044$ MHz présentent une partie imaginaire non nulle ce qui explique la décroissance exponentielle du champ sur la figure 4.10(a_1). L'atténuation du matériau est cependant difficilement isolable et est donc comprise dans la partie imaginaire du nombre d'onde. Toutefois cette dernière est de $0,01 \text{ mm}^{-1}$ pour les modes propagatifs. Le poids de l'atténuation du matériau est donc négligeable par rapport à la partie imaginaire des modes inhomogènes.

L'utilisation d'un laser continu modulé temporellement nous permet d'accéder aux modes inhomogènes souvent négligés dans l'état de l'art. En structurant spatialement l'illumination, nous allons maintenant voir le rôle qu'ils peuvent jouer dans l'établissement de résonances

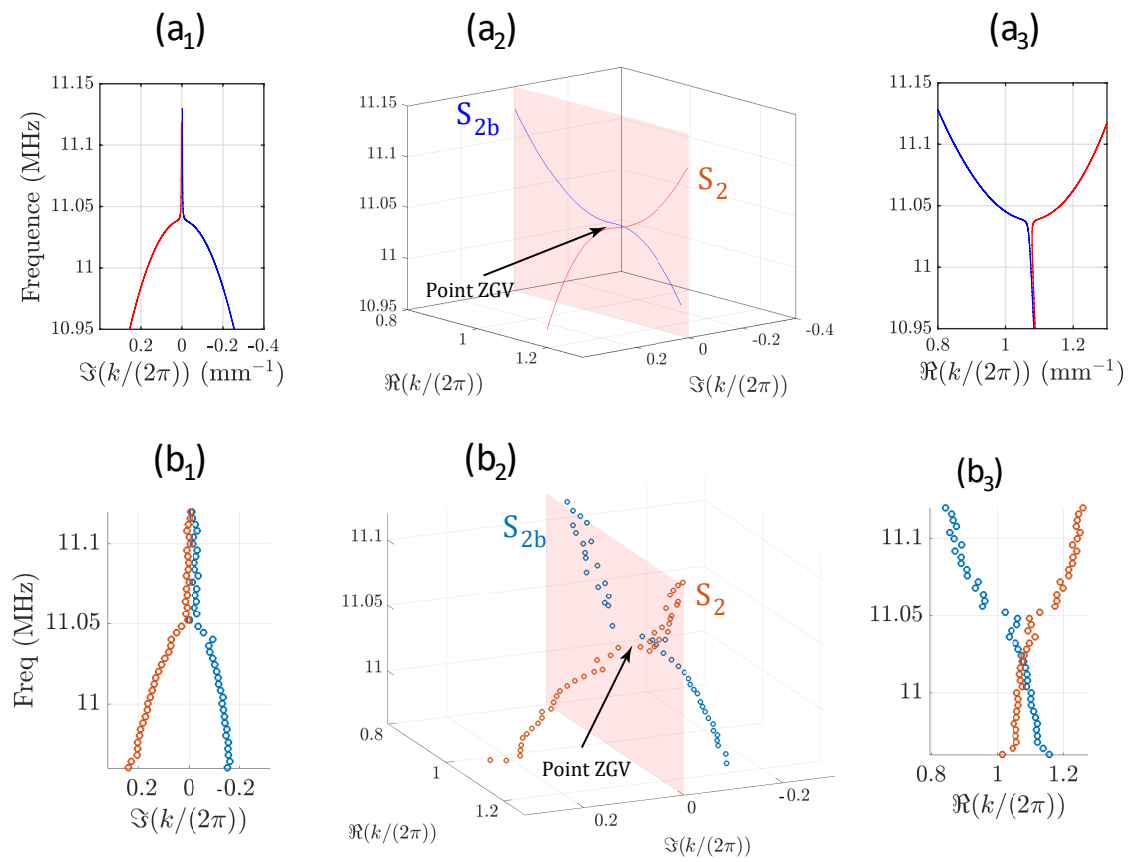


FIGURE 4.11 – Courbes de dispersion (a) théoriques et (b) expérimentales autour du point ZGV dans la plaque d'acier. Pour plus de lisibilité, nous avons tracé en bleu l'opposée de la branche *rétrograde* S_{2b} .

ZGV spatialement localisées.

4.5 Illumination spatialement structurée pour contrôler l'excitation des modes de Lamb

Après un bref état de l'art présentant les méthodes utilisées pour façonner une source laser, nous présentons notre dispositif expérimental avec le modulateur spatial de lumière –ou *Spatial Light Modulator*– (SLM). Puis nous indiquons l'expression théorique du déplacement normal pour la source annulaire utilisée dans la suite.

4.5.1 Façonnage de la source laser : Aperçu de l'état de l'art

Afin de transmettre le maximum d'énergie dans le mode de Lamb ZGV et parfois de s'affranchir de problèmes d'ablation limitant l'énergie déposé par unité de surface, plusieurs méthodes proposées dans la littérature, ont consisté à façonner le faisceau laser incident. Certaines études proposent d'utiliser plusieurs sources laser synchronisées avec un retard approprié afin d'imiter un système à retard de phase [17, 18]. Pour se limiter à une seule source laser les ondes de surfaces ont été générées efficacement en utilisant des motifs d'interférences [19] ou en divisant un faisceau en plusieurs lignes sources espacées régulièrement à l'aide d'un réseau de diffraction [20]. En utilisant un système composé d'une lentille axiconique, le faisceau laser peut être projeté sur la surface de la plaque sous la forme d'un anneau [21]. Dans des travaux théoriques et expérimentaux, Bruno *et al.* ont montré qu'une source annulaire permettait d'augmenter l'amplitude du mode ZGV généré à énergie surfacique déposée constante [11]. En outre, ils ont également montré qu'une répartition spatiale de l'énergie sous forme de crêpeaux était la plus efficace.

En utilisant un SLM et une source laser modulée en intensité, Grunsteidl *et al.* ont ajusté spatialement l'excitation en suivant des lignes sources parallèles. Ceci couplé à un contrôle fréquentiel de la source leur permet alors une génération efficace et sélective de modes spécifiques [22]. Plus récemment, ils ont aussi façonné des sources annulaires à l'aide d'un SLM [23]. Ils ont ainsi pu déterminer l'épaisseur d'une plaque ainsi que les célérités des ondes élastiques transverses et longitudinales du matériau. En modifiant le rayon de l'anneau d'excitation le SLM permet de mesurer précisément les longueurs d'onde des modes ZGV supportés par la plaque et en déduire les paramètres sus-mentionnés.

Dans la suite de cette thèse, le SLM permet également de façonner une source annulaire mais, cette fois, pour étudier l'influence des modes inhomogènes au voisinage du point ZGV.

4.5.2 Dispositif expérimental

L'idée est ici d'ajouter un SLM au dispositif décrit en section 4.3. Le SLM vient donc s'intégrer entre le diviseur de faisceau et la lentille $f\theta$, comme indiqué en figure 4.12.

Le SLM utilisé (Holoeye, *PLUTO-TELCO-013*) est un modulateur spatial de phase qui fonctionne pour des longueurs d'onde comprises entre 1400 et 1700 nm. Il présente 1920×1080 pixels, dont la taille est 8 μm , et l'espace entre eux occupe 7% de la surface. La densité surfacique maximale d'énergie supportée par le SLM est de $\sim 2 \text{ W/cm}^2$. Le déphasage induit par

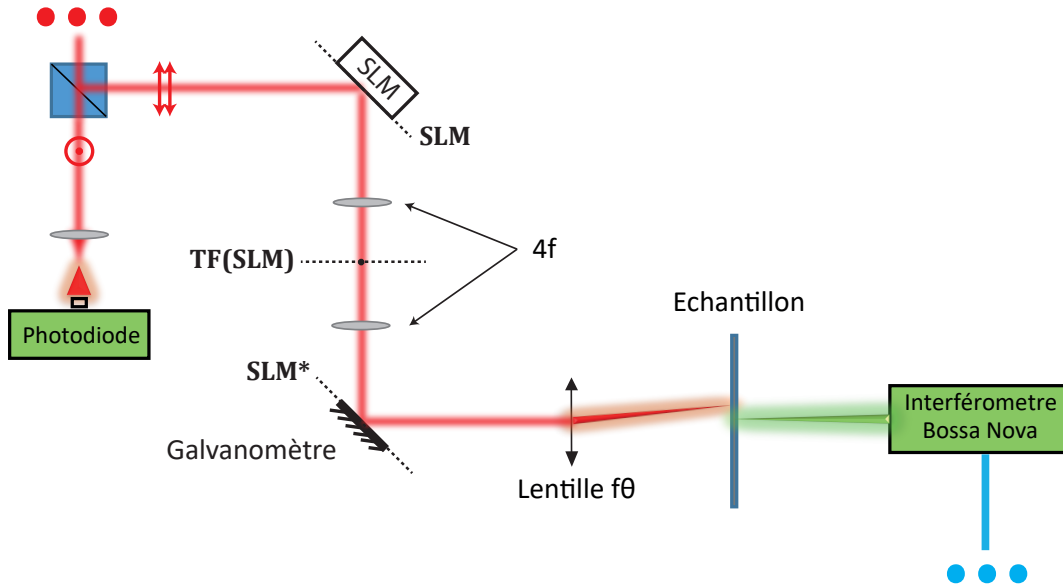


FIGURE 4.12 – Dispositif expérimental pour une excitation monochromatique de la plaque avec un SLM. **TF(SLM)** indique le plan de Fourier présentant la transformée de Fourier du champ lumineux issu du SLM. **SLM*1** le plan conjugué reproduisant le champ lumineux issu du SLM.

un pixel du SLM n'est pas continu. En effet, il est contrôlé par la tension appliquée aux bornes du pixel, elle même contrôlée par la valeur d'indice qui lui est adressée. Celle-ci est discrète et codée sur 8 bit, soit comprise entre 0 et 255. Une calibration nécessaire décrite en annexe A.4 permet de s'assurer que la correspondance entre la valeur du pixel et le déphasage soit bien linéaire.

La surface du SLM est conjuguée au moyen d'un montage $4f$ avec les miroirs du galvanomètre. Le faisceau de lumière est ensuite projeté dans le plan focal de la lentille $f\theta$, i.e sur la surface de la plaque. Cette dernière est donc dans un plan réciproque par rapport à la surface du SLM. Le faisceau d'excitation correspond donc à l'intensité de la transformée de Fourier spatiale du motif de phase appliqué sur le SLM. L'idée est ensuite de connaître le masque de phase à appliquer sur le SLM pour obtenir le faisceau désiré sur la plaque.

Pour façonner la source laser selon un motif choisi, il faut appliquer une modulation de phase adéquate sur le SLM. Pour ce faire, nous utilisons l'algorithme de Grechberg-Saxton [24]. Cet algorithme itératif permet de retrouver la distribution de phase qui après transformation de Fourier donne la modulation d'intensité désirée. L'algorithme est détaillé en Annexe A.5.

A l'aide d'une caméra infra-rouge (Scintacor, *CamIR1550*), nous vérifions que nous générons bien le motif désiré sur la plaque. Par exemple, le motif obtenu sur la figure 4.13 est un anneau de rayon 1 mm et de demi-épaisseur 0,15 mm comme désiré. Nous sommes cependant contraints de saturer l'image pour bien observer l'anneau.

La figure 4.13 met en évidence également la présence au milieu de l'anneau d'un point lumineux. Celui-ci est lié à la fraction du faisceau non modulée par le SLM et qui représente 7% de la surface de ce dernier. Toutefois, nous décidons de tirer profit de ce point central et

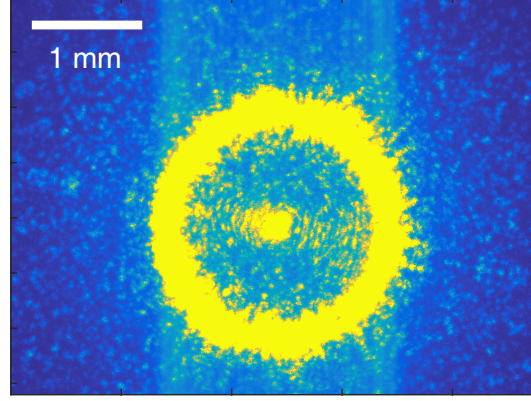


FIGURE 4.13 – Image de la source laser annulaire enregistrée sur la caméra. Le point au centre est dû à la partie non modulée du faisceau. L'image est saturée pour bien voir l'anneau.

d'étudier l'interférence entre les modes de Lamb produits par l'anneau et ceux générés par ce point.

4.5.3 Prédictions théoriques

En s'inspirant de travaux passés [11, 15, 25], nous pouvons écrire théoriquement le profil que suit le déplacement normal mesuré au point central en fonction du rayon de l'anneau. Dans le cas d'une source axisymétrique, le déplacement normal U_z à la plaque au centre de la source est proportionnel à la transformée de Hankel E^{H_0} de la distribution d'énergie absorbée $E(r)$ [11] :

$$U_z(k) \propto E^{H_0}(k) = \int_0^\infty E(r) J_0(kr) r dr. \quad (4.6)$$

Dans le cas d'un anneau avec un disque au centre dont les profils d'énergie sont des fonctions créneau, nous avons :

$$E(r) = \left[\Pi\left(\frac{r}{R_0 + w}\right) - \Pi\left(\frac{r}{R_0 - w}\right) \right] \frac{(1 - \tau)E_{tot}}{4\pi R_0 w} + \Pi\left(\frac{r}{R_d}\right) \frac{E_{tot}\tau}{\pi R_d^2}, \quad (4.7)$$

où le premier terme est associé à l'anneau et le second au point centrale, avec R_0 est le rayon de l'anneau, w sa demi-épaisseur, E_{tot} l'énergie totale déposée, R_d le rayon du disque central, τ le pourcentage de l'énergie totale contenue dans ce dernier et $\Pi(r)$ la fonction porte. La transformée de Hankel est alors :

$$U_z(k) \propto \frac{(1 - \tau)E_{tot}}{4\pi R_0 w k^2} \{ (R_0 + w)k J_1[(R_0 + w)k] - (R_0 - w)k J_1[(R_0 - w)k] \} + \frac{E_{tot}\tau J_1(kR_d)}{\pi k R_d}, \quad (4.8)$$

où J_1 est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1, et k le nombre d'onde. On peut écrire pour le terme U_z^{an} concernant l'anneau dans la limite d'un anneau fin :

$$\lim_{w \rightarrow 0} U_z^{an}(k) = \frac{(1 - \tau)E_{tot}}{2\pi R_0 k^2} \frac{\partial}{\partial w} \{ (R_0 + w)k J_1[(R_0 + w)k] \}, \quad (4.9)$$

$$\lim_{w \rightarrow 0} U_z^{an}(k) = \frac{(1 - \tau)E_{tot}}{2\pi} J_0(R_0 k). \quad (4.10)$$

Et dans le cas limite d'un rayon du disque tendant vers zero nous écrivons le terme U_z^d concernant le disque central :

$$U_z^d(k) = \frac{E_{tot}\tau J_1(kR_d)}{\pi k R_d}. \quad (4.11)$$

La limite est alors obtenue grâce au développement limité à l'ordre 1 en zéro de J_1 :

$$\lim_{R_d \rightarrow 0} U_z^d(k) = \frac{E_{tot}\tau}{\pi} \frac{1}{2} (J_0(0) - J_2(0)) = \frac{E_{tot}\tau}{2\pi}. \quad (4.12)$$

Dans le cas limite d'un anneau fin et d'un point central, le déplacement normal au centre s'exprime en fonction du rayon R_0 de l'anneau de la manière suivante

$$\lim_{\substack{w \rightarrow 0 \\ R_d \rightarrow 0}} U_z(k, R_0) = \frac{E_{tot}}{2\pi} [\tau + (1 - \tau)J_0(R_0 k)]. \quad (4.13)$$

Nous pouvons voir le second terme comme l'interférence d'une onde convergente $(1 - \tau)H_0^*$ induite par l'anneau suivie de l'onde divergente $(1 - \tau)H_0$ comme dans une expérience de retournement temporel [26]. Il en résulte une onde stationnaire $(1 - \tau)J_0$ se superposant à la fraction τ non modulée du laser au point central. Cette expression est intéressante car elle nous permet de déterminer la courbe de dispersion des modes au voisinage du point ZGV en ne mesurant le champ qu'en un point et en faisant varier le rayon de l'anneau. C'est une méthode plus rapide que le balayage 2D pour mesurer la courbe de dispersion puisque nous intégrons directement le signal sur tout les angles [23]. Dans le cadre de cette thèse, nous allons utiliser cette expression pour ajuster l'amplitude de la résonance ZGV en fonction du rayon de la source annulaire.

4.6 Excitation annulaire dans une plaque d'épaisseur homogène

A l'aide du SLM, nous générons une source annulaire sur la plaque d'acier présentée précédemment (cf section 4.4.2). La demi épaisseur de l'anneau est fixée à 0,015 mm, afin de considérer celui comme fin. Le rayon de l'anneau varie de 0 à 2 mm. Comme discuté précédemment, une partie du faisceau est non modulée et induit également un point source au centre de ce dernier.

La figure 4.14(a) représente le module du déplacement normal au centre de l'anneau en fonction de la fréquence et du rayon de l'anneau. Nous remarquons que la fréquence de résonance augmente très légèrement avec le rayon de l'anneau ($\sim 0,1\%$). Un phénomène analogue avait été observé pour des mesures impulsionnelles et attribué à la contribution des modes propagatifs juste au dessus point ZGV [6]. S'agissant d'une excitation monochromatique, il faut probablement chercher une autre explication. Il est possible que l'échauffement dû à la source laser dépende du diamètre de l'anneau. Ceci pourrait avoir une incidence sur la fréquence de la résonance ZGV qui augmente lorsque la température baisse [15]. Pour confirmer cette hypothèse, il serait souhaitable d'imager le champ de température à la surface de la plaque et de

réaliser une simulation du champ thermique en fonction du diamètre de l'anneau, ce qui n'as pas été fait faute de temps.

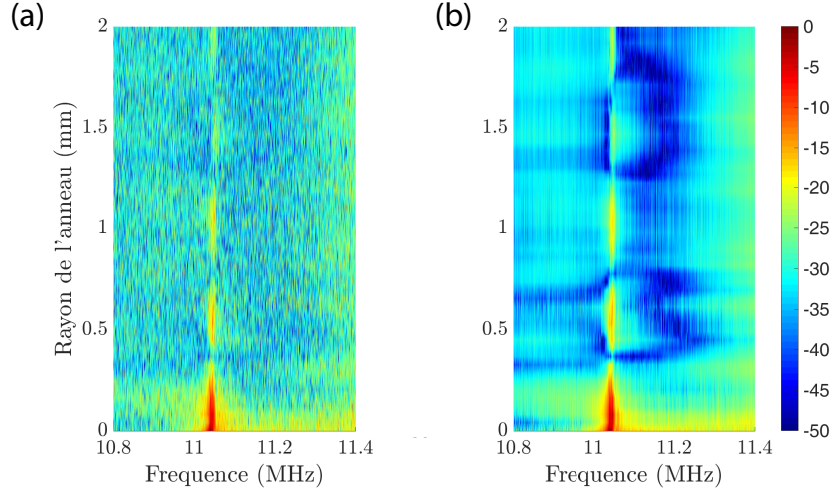


FIGURE 4.14 – Mesure du module de l'amplitude du déplacement normal au centre de l'anneau en fonction de la fréquence et du rayon de l'anneau (a) avant et (b) après filtrage par SVD.

Nous souhaitons étudier l'évolution de l'amplitude de la résonance ZGV en fonction du rayon de la source annulaire. Un premier problème pour extraire cette observable est lié au bruit de mesure. Afin de s'en affranchir, une décomposition en valeurs singulières—ou *Singular Value Decomposition*—(SVD) de la matrice de données $\mathbf{U}_z = [\mathbf{U}_z(f, R)]$ représentée sur la figure 4.14 peut être effectuée. La SVD a la propriété de décomposer une matrice de données en deux sous espaces :

- un sous espace signal associé aux plus grandes valeurs singulières caractérisé par des corrélations importantes entre ses lignes et/ou colonnes,
- un sous espace bruit associé aux plus petites valeurs singulières.

Ici le signal que nous cherchons à extraire (la contribution du mode ZGV) présente une grande corrélation suivant le rayon de l'anneau ($J_0(kr)$, cf Eq. (4.13)), la SVD permet d'extraire cette contribution en ne conservant que les valeurs singulières les plus importantes (ici, les 5 premières qui se détachent des valeurs propres du bruit, cf figure 4.15(a)). Nous obtenons alors :

$$\mathbf{U}_z = \sum_{p=1}^{N=5} \sigma_p \mathbf{U}_p \mathbf{V}_p^\dagger, \quad (4.14)$$

avec σ_p les valeurs singulières et $\mathbf{U}_p, \mathbf{V}_p$ les vecteurs singuliers de la matrice de données. Le champ obtenu est représenté en figure 4.14(b). Nous distinguons désormais les troisième et quatrième lobes de la résonance en fonction du rayon de l'anneau.

Le second problème auquel nous sommes confrontés est le haut facteur de qualité de la résonance ZGV : la mesure n'est pas suffisamment résolue fréquemment pour que le maximum du spectre mesuré puisse directement indiquer l'amplitude de la résonance ZGV. Pour l'estimer, nous traçons chaque spectre de déplacement vertical dans le plan complexe. Le tracé

correspondant pour la mesure avec un anneau de rayon $R = 1,51$ mm avant (cf Fig.4.15(b)) et après filtrage (cf Fig.4.15(c)) par SVD, illustre également l'intérêt du filtrage par SVD. Le signal présente la forme d'une boucle induite par la résonance [27]. Cette boucle n'est pas centrée en 0 car la résonance se superpose à un champ incohérent résultant du continuum de modes de Lamb stationnaires d'ordre inférieur. Comme expliqué précédemment peu de points expérimentaux décrivent la boucle de résonance. Grâce à la représentation complexe, on peut toutefois ajuster ces points de mesure par un cercle dont le diamètre nous donne une estimation de l'amplitude la résonance ZGV.

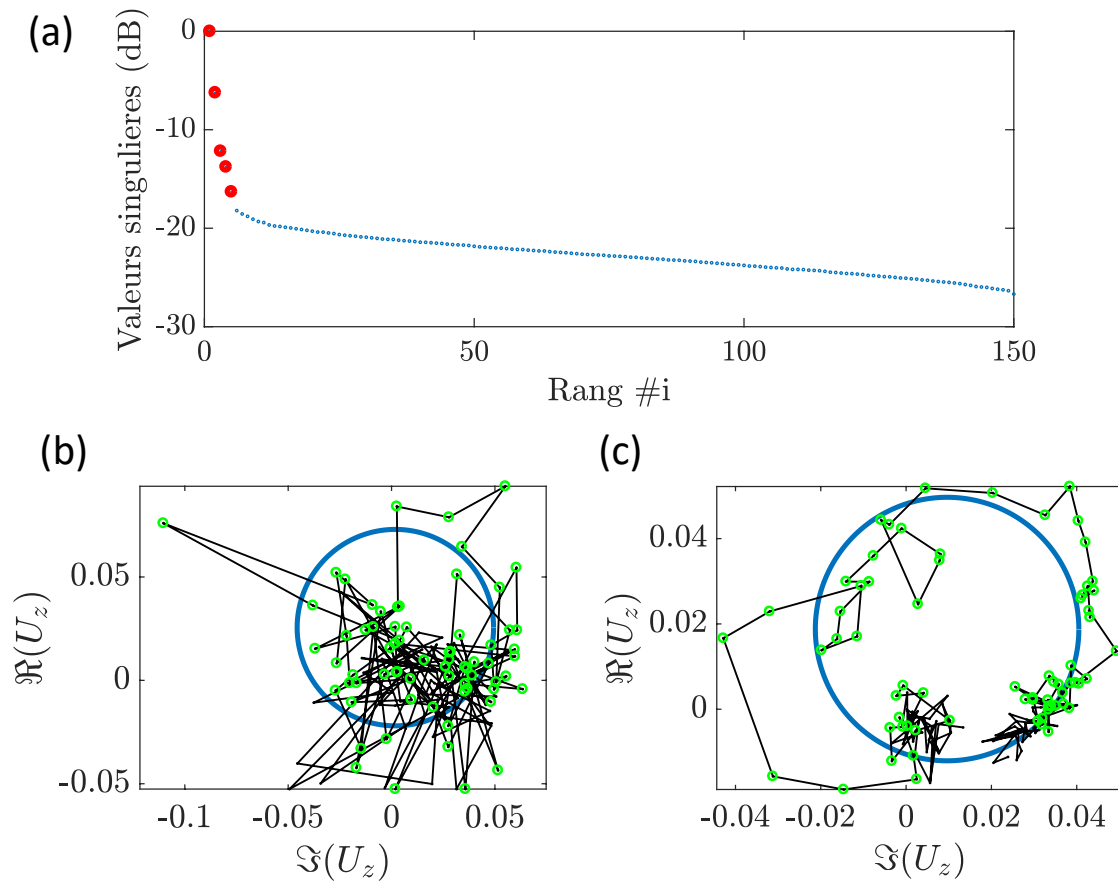


FIGURE 4.15 – Traitement du déplacement normal à la surface de la plaque par SVD. (a) Représentation des valeurs singulières, seules les 5 premières sont conservées. Représentation dans le plan complexe de la résonance mesurée pour un rayon de 1,51 mm (b) avant et (c) après traitement par SVD. Les points utilisés pour l'ajustement par le cercle bleu sont indiqués en vert.

Le processus décrit ci-dessus est répété pour chaque rayon de la source annulaire. L'amplitude de la résonance ZGV est tracée en fonction de ce rayon sur la figure 4.16. La courbe expérimentale devrait être ajustée par l'équation (4.13) mais un terme d'atténuation exponentiel supplémentaire est observé expérimentalement, tel que

$$U_z(R_0) = \frac{\tau + (1 - \tau)J_0(kR_0)}{2\pi} e^{(-\alpha R_0)}, \quad (4.15)$$

où $\tau = 0,07$ (valeur donnée dans les spécifications du constructeur du SLM), $\alpha = 0,5 \text{ mm}^{-1}$ et $k = 2\pi/0,904 \text{ mm}^{-1}$ est le nombre d'onde associé au mode ZGV.

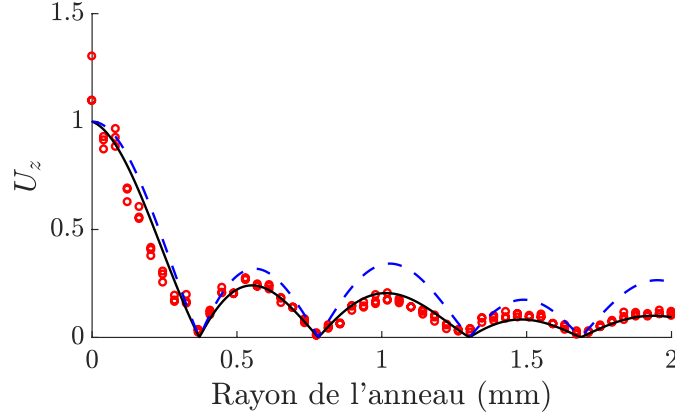


FIGURE 4.16 – Amplitude du déplacement normal maximum en fonction du rayon de l'anneau pour trois mesures réalisées dans l'acier. La courbe noire représente la prédiction théorique de l'équation (4.15), et la courbe bleue celle de l'équation (4.13).

Cette décroissance exponentielle de l'onde semble indiquer un nombre d'onde complexe alors que nous sommes à la résonance. D'après les courbes de dispersion théoriques calculées autour du point ZGV en section 4.4.2 (cf figure 4.11), même pour une atténuation intrinsèque de 20 dB/m, la partie imaginaire des modes est inférieure à $0,1 \text{ mm}^{-1}$ au voisinage du point ZGV. La décroissance observée ici est cinq fois supérieure, elle pourrait être due au gradient de température crée par le laser et évoqué plus haut. La fonction de Green entre le point central et l'anneau ferait alors intervenir des modes inhomogènes. Ceci reste néanmoins à démontrer. Une autre explication à ces modes piégés pourrait simplement être les faibles variations d'épaisseur ou la rugosité de surface dans la zone excitée.

Dans la suite, nous nous attachons à observer plus précisément l'effet de faibles variation d'épaisseur sur les modes ZGV.

4.7 Modes de Lamb supportés par une plaque rugueuse au voisinage du point ZGV

Le dispositif expérimental de la figure 4.12 est maintenant utilisé pour sonder les résonances ZGV d'une plaque rugueuse. La plaque utilisée est une plaque de titane de $220 \text{ }\mu\text{m}$ d'épaisseur et de dimensions $50 \times 70 \text{ mm}^2$.

4.7.1 Mesures : excitation annulaire

En premier lieu nous effectuons la mesure avec une excitation annulaire à l'aide du SLM comme en section 4.6. La demi épaisseur de l'anneau est fixée à $0,015 \text{ mm}$ comme pour l'expérience dans l'acier.

La figure 4.17 représente le déplacement normal au centre de l'anneau en fonction de la fréquence et du rayon de l'anneau en différents endroits de la plaque. Nous indiquons dans la suite du chapitre la mesure représentée en figure 4.17(a) comme étant la mesure A et celle représentée en figure 4.17(b) est la mesure B effectuée effectuée à 4,2 mm de la mesure A. Il apparait que la fréquence du mode ZGV varie fortement en fonction du rayon de l'anneau. Plusieurs hypothèses peuvent être émises. La première est l'influence du gradient de température sur la génération de modes inhomogènes (comme pour la plaque d'acier en section 4.6). Cependant le décalage en fréquence est ici beaucoup plus important ($\sim 1\%$ dans le titane contre $\sim 0,1\%$ dans l'acier). Une deuxième hypothèse est que comme la plaque n'est pas homogène en épaisseur, le rayon de l'anneau augmentant, ce dernier peut recouvrir une zone d'épaisseur variable. De plus sur la figure 4.17(a) nous notons la présence de deux pics de résonance très proches, ce qui peut être l'indicateur d'une certaine anisotropie dans la plaque (cf section 4.2).

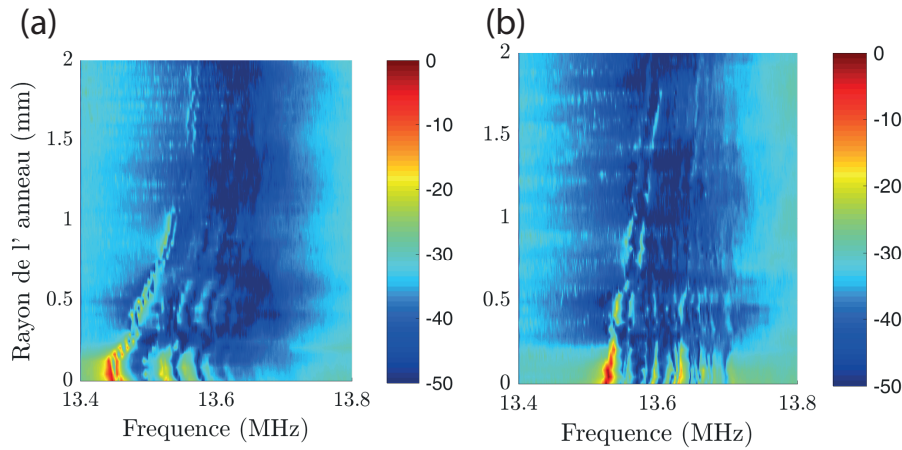


FIGURE 4.17 – Mesure du module de l'amplitude du déplacement normal au centre de l'anneau en fonction de la fréquence et du rayon de l'anneau pour 2 position différentes sur la plaque : (a) Mesure A : $(x, y) = (0, 0)$. (b) Mesure B : $(x, y) = (3, 3)$. Les figures sont normalisées par le module maximum des mesures.

Nous pouvons toutefois chercher la résonance pour laquelle le déplacement est maximal en procédant comme en section 4.6. Les figures 4.18(a) et (b) représentent respectivement la mesure de déplacement normal pour un rayon de 0,5 mm et pour un rayon nul. La figure 4.18(c) représente l'amplitude du déplacement U_z à la résonance ZGV en fonction du rayon de l'anneau pour les mesures A et B.

Le calcul théorique du déplacement en fonction du rayon de l'anneau développé en équation (4.13) est ajusté aux points expérimentaux sur la figure 4.18(c). De nouveau, un terme d'atténuation $\alpha = 1,4 \text{ mm}^{-1}$ est nécessaire pour ajuster correctement les données expérimentales alors que le nombre d'onde optimal est donné par $k = 2\pi/0,780 \text{ mm}^{-1}$. La décroissance exponentielle s'explique ici aussi par le fait que le mode serait en partie évanescent. Cependant, la présence de ces modes inhomogènes est ici principalement causée par un gradient d'épaisseur. En effet, si au niveau de l'anneau l'épaisseur est moins importante qu'au centre de l'anneau, alors la fréquence de résonance ZGV est plus élevée qu'au centre.

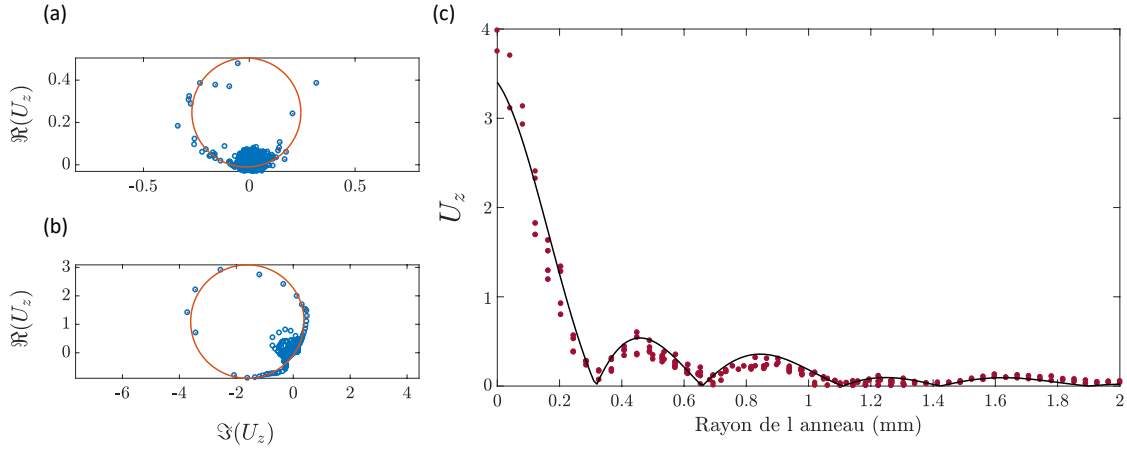


FIGURE 4.18 – (a,b) Représentation dans le plan complexe de la mesure A pour un rayon de 0,5 mm et de la mesure B pour un rayon nul respectivement. (c) Amplitude du déplacement normal maximum en fonction du rayon de l’anneau pour les mesures A (rouge). La courbe noir représente la prédiction théorique (4.15).

Comme indiqué au début de la section, cette plaque présente une épaisseur irrégulière, ce qui complique les mesures du nombre d’onde avec le SLM. Pour étudier l’influence de ces variations d’épaisseur, nous utilisons le dispositif expérimental de la section 4.4 sur cette plaque de titane.

4.7.2 Mesures de variation d’épaisseur : Excitation sur une surépaisseur

Une cartographie de l’épaisseur est réalisée par la méthode de mesure de la résonance ZGV en *coïncidence* présentée au chapitre 3, [3] en utilisant cette fois ci le dispositif expérimental présenté en figure 4.4. Nous notons sur la cartographie 4.19 la présence d’une zone en surépaisseur ainsi qu’un défaut abrupte.

Une première mesure est effectuée en excitant la plaque à l’origine (point B) dans la gamme de fréquences $f \in [13,474 - 13,586]$ MHz. D’après la cartographie (cf figure 4.19) ce point correspond à un maximum d’épaisseur. Le champ de déplacement normal induit par cette excitation est mesuré sur une zone de $2 \times 2 \text{ mm}^2$ avec un pas spatial de $75 \text{ }\mu\text{m}$. Les figure 4.20(a), (b), (c) et (d) représentent le module du déplacement normal mesuré à la surface de la plaque respectivement aux fréquences $f = 13,498 \text{ MHz}$, $f = 13,514 \text{ MHz}$, $f = 13,53 \text{ MHz}$, $f = 13,566 \text{ MHz}$.

Nous observons alors que la zone résonante dépend de la fréquence. Comme si, en excitant sur la surépaisseur, la résonance y est piégée. Les courbes de dispersion de la plaque dépendent en effet de son épaisseur : pour un matériau donné, le produit $f_{zgv}d$ est constant. Il est alors possible de prédire l’évolution de la fréquence de résonance pour une plaque d’épaisseur variable. Quand l’excitation a lieu à un maximum d’épaisseur, le mode excité se propage jusqu’à la zone d’épaisseur $d' = f_{zgv}d/f$ pour laquelle le mode ZGV localisé existe à la fréquence f . L’onde y est stoppée du fait de la vitesse de groupe nulle au point ZGV. Ceci est illustré figure

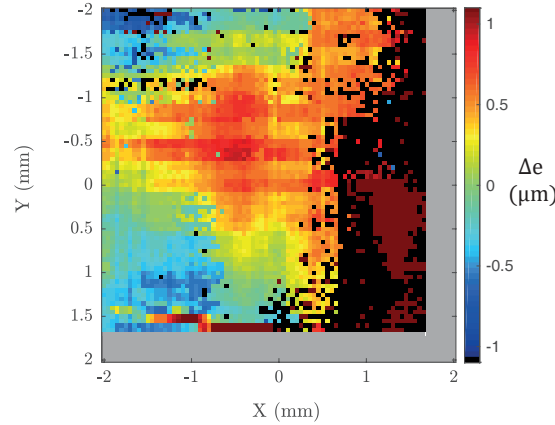


FIGURE 4.19 – Variations d'épaisseur déduite des fréquences de résonance mesurées en *coïncidence* (source et détecteur au même point) par rapport à une fréquence de résonance de 13,56 MHz pour une épaisseur de 220 μm . Les points en noirs sont les points pour lesquels le pics de résonance n'est pas identifié (trop faible ou bien non présent au fréquence scannées).

4.21 où sont tracées les courbes de dispersion du titane pour une épaisseur d quelconque autour du point ZGV. Pour f fixée, en augmentant l'épaisseur on se déplace sur les courbes en suivant le tracé en rouge, jusqu'à atteindre le point ZGV où la vitesse de groupe s'annule.

A partir de la fréquence de résonance ZGV en chacun des points, nous traçons une cartographie des variations relatives d'épaisseur de la plaque ($\Delta d/d = -\Delta f_{\text{ZGV}}/f_{\text{ZGV}}$). Contrairement à la mesure de l'épaisseur par coïncidence, la source est ici immobile; elle ne suit pas le détecteur. La figure 4.22 présente le résultat de cette nouvelle cartographie. Les points pour lesquels la fréquence de résonance n'a pas pu être identifiée sont représentés en noir. Nous retrouvons bien la présence d'une zone en surépaisseur ainsi qu'un défaut abrupte. Cette cartographie semble présenter une résolution supérieure à la mesure en coïncidence (0,05 vs 0,1 mm en coïncidence). Les différences entre ces deux méthodes peuvent s'expliquer en partie par le fait que pour la mesure en coïncidence la plaque est déplacée, les moteurs peuvent alors générer des vibrations parasites. Pour la mesure présentée en figure 4.22 seul le point source est déplacé, évitant alors ces vibrations. De plus les interféromètres utilisés pour les deux mesures sont différents (*Bossa Nova 1D* pour la mesure représentée en figure 4.22 et *Bossa Nova 2D* pour la mesure en coïncidence). De plus, l'échauffement au point de mesure n'est pas le même pour la mesure en coïncidence où l'on excite au point où nous mesurons et la mesure du champ. Ceci peut en partie expliquer la différences entre les cartes de variations d'épaisseurs 4.19 et 4.22.

Ces mesures à proximité du point ZGV sur une plaque d'épaisseur inhomogène nous ont permis d'observer un phénomène de piégeage du mode ZGV lorsque la source est placée au sein de la surépaisseur. Les différentes composantes spectrales de l'onde sont stoppées aux endroits où l'épaisseur de la plaque correspond à la résonance ZGV associée. Cette effet nous rappelle le phénomène de tonotopie qui explique la répartition des fréquences le long de la cochlée [28, 29]. Des phénomènes similaires permettant de piéger l'onde à différents endroits en

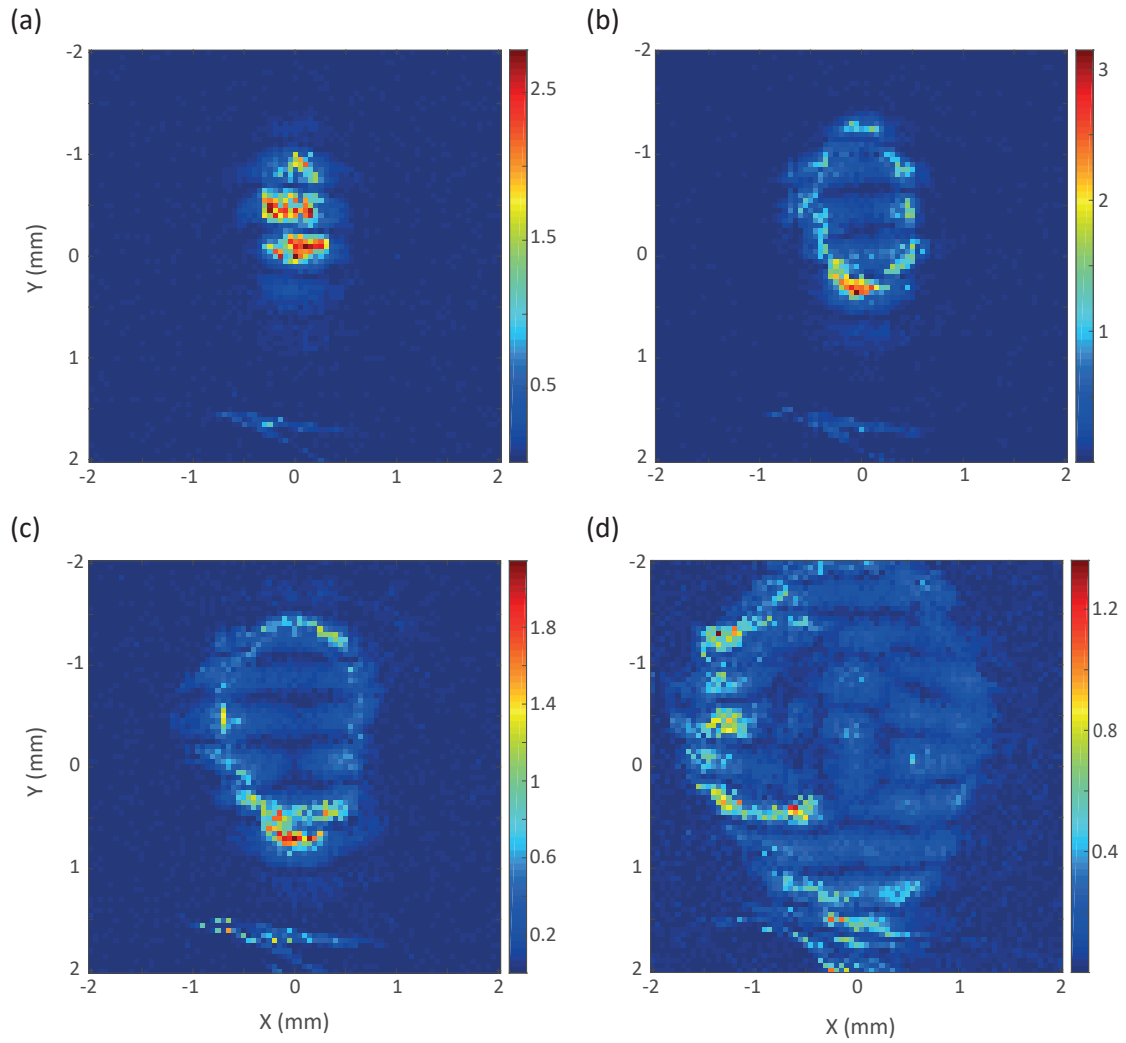


FIGURE 4.20 – Module du champ de déplacement normal à la surface de la plaque mesuré avec un pas spatial de 0,05 mm aux fréquences (a) $f = 13,498$ MHz, (b) $f = 13,514$ MHz, (c) $f = 13,53$ MHz, (d) $f = 13,566$ MHz.

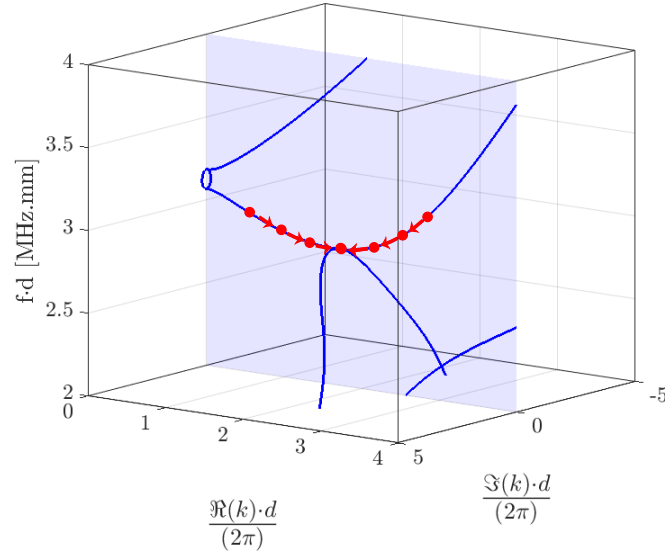


FIGURE 4.21 – Courbes de dispersion du titane tracées pour une épaisseur d quelconque autour du point ZGV. En rouge : Évolution sur les courbes de dispersion de la fréquence quand d varie jusqu'à atteindre le point ZGV.

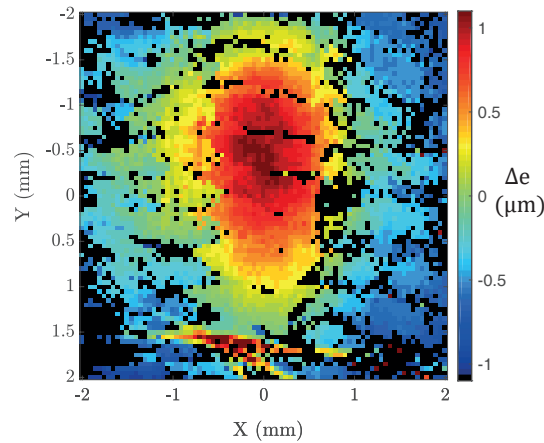


FIGURE 4.22 – Variations d'épaisseur déduite des fréquences de résonance mesurées présentées en figure 4.20 par rapport à une fréquence de résonance de 13,56 MHz pour une épaisseur de 220 μm . Les points en noirs sont les points pour lesquels le pic de résonance n'est pas identifié (trop faible ou bien non présent au fréquence scannées).

fonction de la fréquence ont été observés pour les ondes élastiques. En effet, Krylov *et al.* ont montré que les modes de flexion dont la vitesse varie avec l'épaisseur peuvent alors être piégés [30] permettant l'analogie d'un *trou noir* acoustique. Plus récemment, Climente *et al.* ont utilisé cette idée pour confiner une source large bande omnidirectionnelle d'ondes de flexion [31].

La méthode présentée dans cette section nous a permis d'observer qualitativement les variations d'épaisseur de la plaque. Cependant cette mesure ne peut pas à elle seule donner l'épaisseur. En effet, dans le cas d'une plaque d'épaisseur constante, le mode ZGV ne peut pas atteindre le détecteur car sa vitesse de groupe est nulle. Le détecteur mesure alors le signal associé aux modes propagatifs proches du point ZGV, la fréquence est donc légèrement plus élevée biaisant alors la mesure.

4.7.3 Excitation en dehors de la surépaisseur

Nous nous demandons ensuite ce qu'il en est si l'excitation est cette fois effectuée en dehors de la surépaisseur. Intuitivement nous pourrions nous attendre à ce que la résonance ZGV ne puisse pas être excitée par une source placée à un endroit de la plaque pour lequel l'épaisseur est plus fine. La fréquence de la source est en effet alors inférieure à la fréquence ZGV locale. Et pourtant c'est bien ce qui va être observé ici. Dans cette section, nous montrons dans un premier temps les résultats surprenants de cette campagne de mesures puis nous proposerons un mécanisme empruntant une nouvelle fois aux branches inhomogènes liant le point ZGV aux fréquences inférieures.

Le faisceau laser incident est translaté en dehors de toute surépaisseur et le champ de déplacement normal induit est enregistré sur une zone de $1,5 \times 1,5 \text{ mm}^2$ autour de celle-ci avec un pas de $50 \text{ }\mu\text{m}$. Les figures 4.23(a_i) représentent le module du déplacement normal à la surface de la plaque aux fréquences $f_1 = 13,478 \text{ MHz}$, $f_2 = 13,49 \text{ MHz}$ et $f_3 = 13,51 \text{ MHz}$. Nous observons que le champ mesuré contient deux contributions. La première est celle du terme source au centre de la plaque, elle est associée aux modes de Lamb inhomogènes sous le ZGV (cf section 4.4.2). La seconde est celle due à un champ extrêmement localisé aux endroits dont l'épaisseur correspond à la résonance ZGV à la fréquence d'excitation. De manière surprenante, ce champ est localisé sur des dimensions bien inférieures à la longueur d'onde. Les coupes du champ aux fréquences f_2 et f_3 sur les figures 4.24(a) et (b) indiquent que cette localisation s'effectue sur un point de mesure ($50 \text{ }\mu\text{m}$). La résonance s'effectue donc sur une dimension bien inférieure à la longueur d'onde du mode ZGV ($\lambda_{zgv} = 740 \text{ }\mu\text{m}$) et 2 fois inférieure à la longueur d'onde minimum des ondes pouvant se propager dans le milieu, c'est à dire les modes de cisaillement ($\lambda_T/2 = 125 \text{ }\mu\text{m}$).

A partir de la résonance ZGV observée en chaque point de mesure, une carte d'épaisseur peut être dressée, comme décrit précédemment à la section 4.7.2. Le résultat est montré sur la figure 4.25. La surépaisseur est bien imagée dans la partie inférieure de la zone inspectée alors que l'excitation est effectuée en dehors de cette surépaisseur. Les points pour lesquels aucune résonance n'est observée aux fréquences mesurées sont tracés en noir. Ils correspondent à une

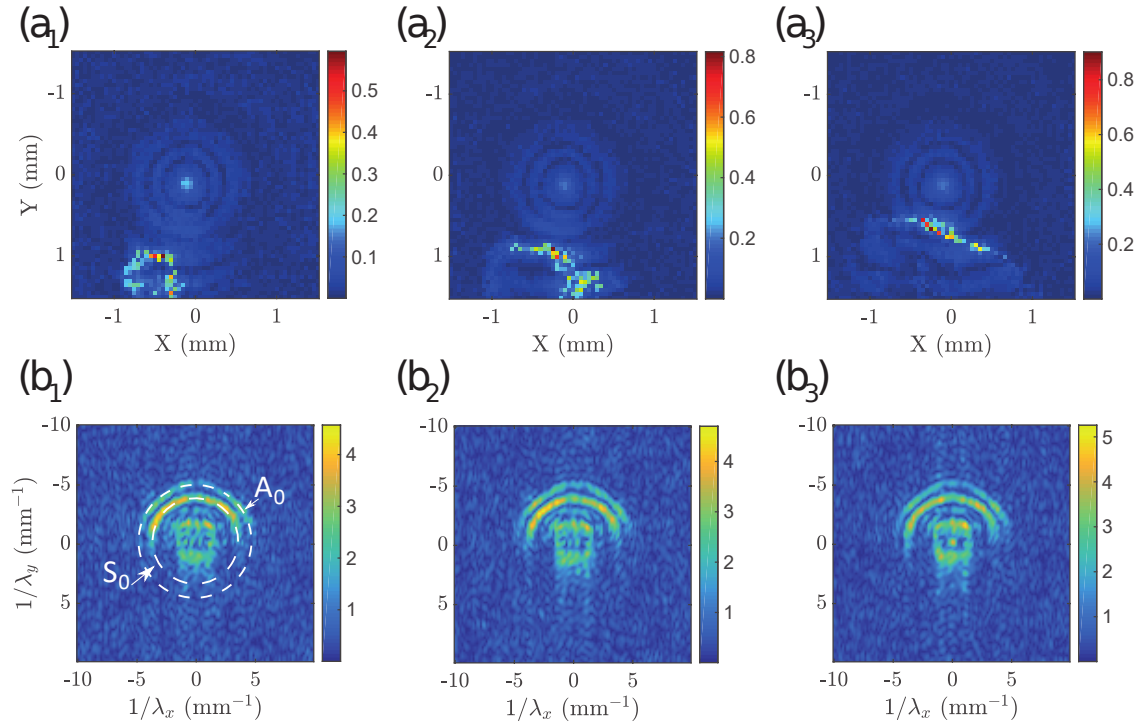


FIGURE 4.23 – (a_i) Module du champ de déplacement normal à la surface de la plaque mesuré avec un pas spatial de 0,05 mm aux fréquences $f_1 = 13,478$ MHz, $f_2 = 13,49$ MHz, $f_3 = 13,51$ MHz. (b_i) Transformée de Fourier spatiale effectuée sur la moitié supérieure du champ à la fréquence f_i .

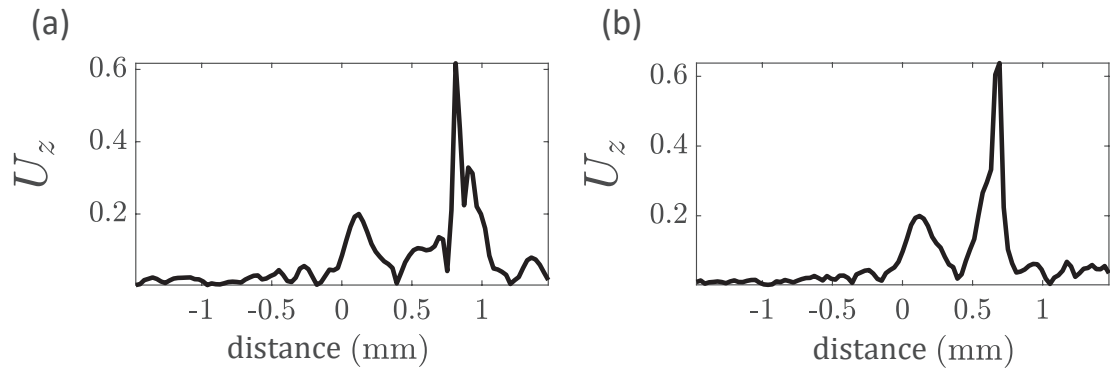


FIGURE 4.24 – Coupes à travers le champ localisé aux fréquences (a) $f_2 = 13,49$ MHz et (b) $f_3 = 13,51$ MHz.

zone de plus faible épaisseur.

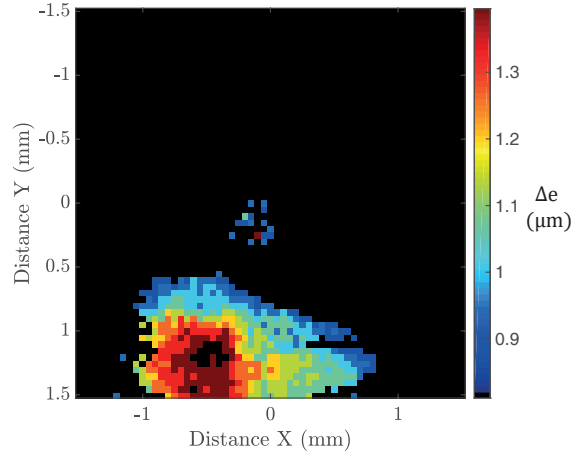


FIGURE 4.25 – Variations d'épaisseur déduite des fréquences de résonance de la mesure présentée en figure 4.20. En noir, les points pour lesquels le pics de résonance n'est pas identifié (trop faible ou bien non présent au fréquence scannées).

Pour déterminer le mécanisme d'excitation des résonances ZGV à distance, une transformée de fourier spatiale du champ est réalisée sur la partie supérieure du champ de vision ($y < 0$). Celle-ci ne présente pas de variations d'épaisseur et peut donc nous indiquer l'ensemble des modes excités par la source. Les transformées de Fourier spatiales correspondant aux parties supérieures ($y < 0$) des champs montrés sur la figure 4.23(a_i) sont représentées sur les figures 4.23(b_i). Elles montrent la présence des deux modes fondamentaux S_0 et A_0 mais également l'occurrence d'un mode d'ordre supérieur bien que l'on soit en dessous de la fréquence ZGV au point source. Il s'agit en fait de la contribution des deux modes inhomogènes. Sur la figure 4.21, les branches des deux modes inhomogènes apparaissant en dessous du point ZGV sont représentées. En augmentant la fréquence pour une épaisseur fixée sur la partie indiquée en vert, nous nous rapprochons du point ZGV. Un mode de Lamb inhomogène excité dans la zone mince se propage jusqu'à atteindre une épaisseur de plaque donnant lieu à une résonance ZGV à la fréquence d'excitation. Nous aurions donc ici affaire à un effet tunnel entre la source et la zone de surépaisseur, les mode de Lamb inhomogènes jouant le rôle de support à ce mécanisme. Notons que celui-ci ne peut pas être lié aux modes A_0 et S_0 car ces modes sont peu dispersifs et donc presque insensibles à une variation d'épaisseur de 0,4%.

Afin de valider cette hypothèse, nous traçons sur la figure 4.26(a) la coupe du champ en $Y = 0$ à la fréquence $f = 13,49$ MHz. Le champ a été préalablement filtré pour ne conserver que les fréquences spatiales $1/\lambda < 2 \text{ mm}^{-1}$. Un tel filtre permet d'éliminer la contribution des modes fondamentaux A_0 et S_0 tout en ne gardant que les modes inhomogènes. Les points noirs représentent les valeurs expérimentales. Le champ de déplacement du mode ZGV théorique suit une fonction de Bessel J_0 de première espèce d'ordre 0 qui est tracée en bleu. Une pondération de cette courbe théorique par une exponentielle décroissante (Eq 4.16) est nécessaire pour ajuster les mesures et déterminer le nombre d'onde complexe des modes à la fréquence

étudiée :

$$U_z = J_0(k_r r) e^{(-k_i r)}, \quad (4.16)$$

avec $k_r = 8,5 \text{ mm}^{-1}$ la partie réelle du nombre d'onde, et $k_i = 1,7 \text{ mm}^{-1}$ la partie imaginaire. Nous traçons alors cette fonction en rouge sur la figure 4.26.

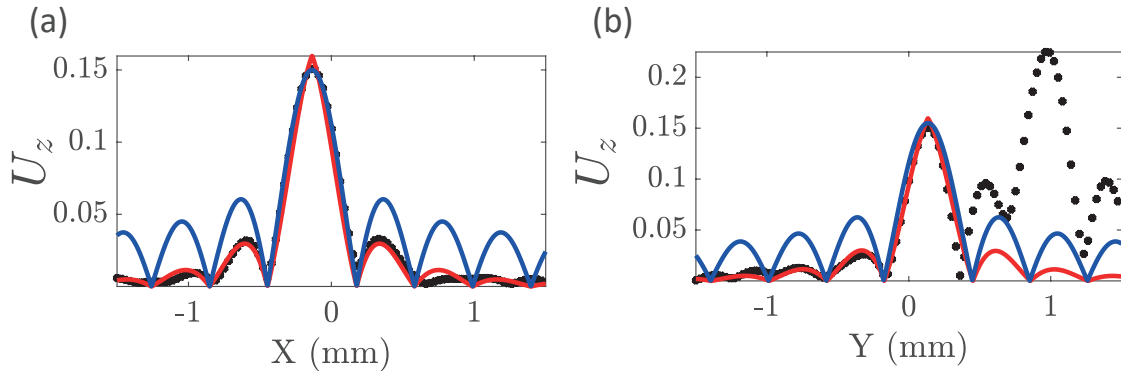


FIGURE 4.26 – Coupes selon (a) x et (b) y du champ à $f = 13,49 \text{ MHz}$ filtré en ne gardant que la contribution des $\lambda > 2$. Le champ mesuré (points noirs) décroît en suivant la fonction (4.16) (courbe rouge) et non une fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 (courbe bleue). On note sur la figure (b) la présence de la résonance dans la zone en surépaisseur.

La figure 4.26(b) montre la coupe du champ en $X = 0$. Le profil du champ est alors totalement différent puisque nous observons une brusque amplification du déplacement au niveau de la surépaisseur. Cette figure prouverait l'effet tunnel qui semble s'opérer entre la source et la surépaisseur via les modes inhomogènes. En 1973, Auld présentait ce transfert d'énergie par couplage des modes inhomogènes conjugués [32]. Le transfert d'énergie de la source vers la surépaisseur se ferait donc par l'interaction entre ces modes inhomogènes. Nous pouvons y voir une analogie avec la lentille parfaite de Pendry [33], basée sur un mécanisme similaire d'amplification d'un champ évanescent.

4.8 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons présenté un nouveau dispositif expérimental pour réaliser une étude approfondie des modes de Lamb au voisinage du point ZGV. En effet, l'ajout d'un système d'excitation laser continue modulée nous a permis d'augmenter la sélectivité fréquentielle de la source. Nous avons ainsi mis en lumière des phénomènes intéressants, tel que le piégeage des modes de Lamb par les aspérités de la plaque. Des modes localisés semblent être excités à distance par un effet tunnel supporté par les branches de modes inhomogènes existant sous le point ZGV.

Dans la suite, il serait intéressant d'effectuer les mesures dans une plaque d'épaisseur continuellement variable calibrée afin de mieux étudier l'implication des modes inhomogènes dans la super-résolution des cartes d'épaisseur ZGV. De même, il faudrait étudier la génération de ces modes en imposant un gradient de température maîtrisé.

D'un point de vue pratique, nous désirons utiliser le dispositif avec le SLM afin de mesurer l'anisotropie de la plaque à l'aide de lignes sources. En effet le SLM permettrait de faire tourner les lignes sources et mesurer la variation de la fréquence ZGV en fonction de l'angle, permettant une mesure plus flexible que celle réalisée avec une lentille cylindrique par Maximin Cès [7]. Une autre piste de recherche envisagée est la génération sélective d'un mode propagatif dans une plaque présentant un milieu désordonné et d'essayer de reproduire, pour les ondes élastiques, l'expérience de façonnage du front d'onde de Vellekoop et Mosk [34] en optimisant itérativement le motif d'excitation.

4.9 Références

- [1] M Germano, A Alippi, M Angelici, and A Bettucci. Self-interference between forward and backward propagating parts of a single acoustic plate mode. *Physical Review E*, 65(4) :046608, 2002. 87
- [2] Claire Prada, Dominique Clorennec, and Daniel Royer. Local vibration of an elastic plate and zero-group velocity lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 124(1) :203–212, 2008. 87
- [3] D Clorennec, C Prada, and D Royer. Local and noncontact measurements of bulk acoustic wave velocities in thin isotropic plates and shells using zero group velocity lamb modes. *Journal of applied physics*, 101(3) :034908, 2007. 87, 108
- [4] M Cès, D Royer, and C Prada. Characterization of mechanical properties of a hollow cylinder with zero group velocity lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(1) :180–185, 2012.
- [5] Sylvain Mezil, Francois Bruno, Samuel Raetz, Jérôme Laurent, Daniel Royer, and Claire Prada. Investigation of interfacial stiffnesses of a tri-layer using zero-group velocity lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(5) :3202–3209, 2015. 87
- [6] D Clorennec, C Prada, D Royer, and T W Murray. Laser impulse generation and interferometer detection of zero group velocity lamb mode resonance. *Applied physics letters*, 89(2) :024101, 2006. 88, 96, 103
- [7] Maximin Cès. *Etude théorique et expérimentale des résonances mécaniques locales de modes guidés par des structures complexes*. Theses, Université Paris-Diderot - Paris VII, September 2012. 88, 116
- [8] C Prada, D Clorennec, T W Murray, and D Royer. Influence of the anisotropy on zero-group velocity lamb modes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(2) :620–625, 2009. 89
- [9] D Royer, D Clorennec, and C Prada. Caractérisation de plaques et de tubes par modes de lamb à vitesse de groupe nulle. *I2M-Méthodes innovantes en CND*, 2010. 89, 90, 94

- [10] SG Pierce, B Culshaw, and Q Shan. Laser generation of ultrasound using a modulated continuous wave laser diode. *Applied physics letters*, 72(9) :1030–1032, 1998. 90
- [11] François Bruno, Jérôme Laurent, Paul Jehanno, Daniel Royer, and Claire Prada. Laser beam shaping for enhanced zero-group velocity lamb modes generation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 140(4) :2829–2838, 2016. 91, 95, 100, 102
- [12] Thorlabs. “ftheta lens tutorial”. <https://www.thorlabs.com/>, 2019. 92
- [13] Nicolas Bochud, Jérôme Laurent, François Bruno, Daniel Royer, and Claire Prada. Towards real-time assessment of anisotropic plate properties using elastic guided waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 143(2) :1138–1147, 2018. 94
- [14] J Laurent, D Royer, and C Prada. Temporal behavior of laser induced elastic plate resonances. *Wave Motion*, 51(6) :1011–1020, 2014. 95
- [15] Oluwaseyi Balogun, Todd W Murray, and Claire Prada. Simulation and measurement of the optical excitation of the s 1 zero group velocity lamb wave resonance in plates. *Journal of Applied Physics*, 102(6) :064914, 2007. 95, 102, 103
- [16] Kazumi Watanabe and K Watanabe. *Integral transform techniques for green's function*. Springer, 2014. 97
- [17] Marie-Hélène Noroy, D Royer, and Mathias Fink. The laser-generated ultrasonic phased array : Analysis and experiments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(4) :1934–1943, 1993. 100
- [18] J Scott Steckenrider, Todd W Murray, James W Wagner, and John B Deaton Jr. Sensitivity enhancement in laser ultrasonics using a versatile laser array system. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(1) :273–279, 1995. 100
- [19] G Cachier. Optical excitation of high-amplitude surface waves. *Applied Physics Letters*, 17(10) :419–421, 1970. 100
- [20] Jin Huang, Sridhar Krishnaswamy, and Jan D Achenbach. Laser generation of narrow-band surface waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(5) :2527–2531, 1992. 100
- [21] P Cielo, F Nadeau, and M Lamontagne. Laser generation of convergent acoustic waves for materials inspection. *Ultrasonics*, 23(2) :55–62, 1985. 100
- [22] Clemens Grünsteidl, István A Veres, Jürgen Roither, Peter Burgholzer, Todd W Murray, and Thomas Berer. Spatial and temporal frequency domain laser-ultrasound applied in the direct measurement of dispersion relations of surface acoustic waves. *Applied Physics Letters*, 102(1) :011103, 2013. 100

- [23] Clemens Grünsteidl, Thomas Berer, Mike Hettich, and István Veres. Determination of thickness and bulk sound velocities of isotropic plates using zero-group-velocity lamb waves. *Applied Physics Letters*, 112(25) :251905, 2018. 100, 103
- [24] Ralph W Gerchberg. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35 :237–246, 1972. 101
- [25] A Cheng, TW Murray, and J D Achenbach. Simulation of laser-generated ultrasonic waves in layered plates. *the Journal of the Acoustical society of America*, 110(2) :848–855, 2001. 102
- [26] Mathias Fink, Julien de Rosny, Geoffroy Lerosey, and Arnaud Tourin. Time-reversed waves and super-resolution. *Comptes Rendus Physique*, 10(5) :447–463, 2009. 103
- [27] Harry Nyquist. Regeneration theory. *Bell system technical journal*, 11(1) :126–147, 1932. 105
- [28] Luis Robles and Mario A Ruggero. Mechanics of the mammalian cochlea. *Physiological reviews*, 81(3) :1305–1352, 2001. 109
- [29] M Rupin, G Lerosey, J de Rosny, and F Lemoult. Mimicking the cochlea with an active acoustic metamaterial. *New Journal of Physics*, 21(9) :093012, 2019. 109
- [30] VV Krylov and FJBS Tilman. Acoustic ‘black holes’ for flexural waves as effective vibration dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 274(3-5) :605–619, 2004. 112
- [31] Alfonso Climente, Daniel Torrent, and José Sánchez-Dehesa. Omnidirectional broadband insulating device for flexural waves in thin plates. *Journal of Applied Physics*, 114(21) :214903, 2013. 112
- [32] Bertram Alexander Auld. *Acoustic fields and waves in solids*. John Wiley and Sons, 1973. 115
- [33] J B Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 85(18) :3966, 2000. 115
- [34] Ivo M Vellekoop and AP Mosk. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media. *Optics letters*, 32(16) :2309–2311, 2007. 116

Conclusion générale

Au cours de cette thèse nous avons étudié le contrôle de la trajectoire et la focalisation des ondes de Lamb. Pour ce faire nous avons utilisé le phénomène de réfraction négative des ondes de Lamb pour explorer les concepts de milieux complémentaires et de lentille parfaite qui en découlent. La réfraction négative étant un phénomène par essence monochromatique et monomode, nous avons ensuite mis en place un dispositif ultrasons-laser avec un contrôle spatio-temporel de l'effet thermoélastique afin de permettre une génération sélective et monochromatique des ondes de Lamb.

Nous avons tout d'abord développé un modèle semi-analytique afin d'étudier le couplage des différents modes de Lamb au passage d'un saut d'épaisseur. L'utilisation de ce modèle nous a permis de déterminer les différents paramètres physiques gouvernant la conversion entre modes prograde et rétrograde et, ainsi, d'optimiser le processus de réfraction négative dans les plaques. Ce modèle permet de calculer, pour tous les modes de Lamb, les coefficients de transmission et de réflexion au passage d'une marche mais aussi pour un changement de matériaux. Il pourra être utilisé pour étudier systématiquement la conversion d'un mode prograde en un mode rétrograde à un changement de matériaux dans le but de trouver une configuration plus optimale qu'une marche d'épaisseur.

Une fois le processus de réfraction négative maîtrisé, le chapitre 3 a présenté les études numériques et expérimentale de phénomènes remarquables en découlant. L'agencement de milieux complémentaires a permis d'observer l'annulation de la propagation d'ondes émises en dehors de ces milieux. En étendant ce principe au concept *d'anti-objet*, nous avons pu camoufler un diffuseur. Le piégeage d'une onde située au sein d'un système composé de milieux complémentaires est aussi observé. Nous avons ensuite étudié numériquement l'association des concepts de métalentille et de réfraction négative. Ces travaux pourraient dans la suite permettre de réaliser une superlentille capable d'imager le champ évanescent d'un objet avec un pouvoir de résolution inférieur à la demi-longueur d'onde.

Dans le dernier chapitre, nous avons développé un nouveau dispositif expérimental permettant une excitation très monochromatique et structurée spatialement. Celui-ci comprend une source laser continue modulée par électroabsorption et d'un modulateur spatial de lumière permettant une illumination contrôlée. A l'aide de ce dispositif, nous nous sommes avant tout

intéressés à une autre propriété remarquable des ondes de Lamb : les modes à vitesse de groupe nulle (ZGV) et les modes évanescents et/ou inhomogènes associés. Nous avons pu mesurer précisément la dispersion au voisinage du premier mode ZGV. De plus, les mesures monochromatiques ont permis de mesurer précisément l'anisotropie de plaques et de mettre en lumière des phénomènes nouveaux, tel que le piégeage du mode ZGV dans un gradient d'épaisseur. Nous avons ainsi réalisé une cartographie d'épaisseur de la plaque d'une résolution bien inférieure à la longueur d'onde du mode ZGV tout en excitant en un seul point de la plaque.

Dans la suite de ces travaux, le dispositif pourrait nous permettre d'étudier expérimentalement de façon plus approfondie le phénomène de réflexion négative dans le cas d'une génération monochromatique dans une cavité réverbérante (cf Annexes A.6). Il sera alors possible d'observer l'annulation prévue du champ précisément à la fréquence ZGV. En continuité, nous pourrions étudier expérimentalement les dispositifs décrits dans le chapitre 3 précisément à la fréquence de croisement entre le mode prograde et le mode rétrograde. D'un point de vue plus pratique, les modes ZGV sont très utiles dans le domaine du Contrôle Non Destructif. La mesure de l'anisotropie des plaques étudiées à l'aide d'une ligne source facilement obtenue avec un SLM sera très intéressante notamment pour séparer les effets dus à l'anisotropie intrinsèque du matériau de ceux liés aux gradients d'épaisseur. Enfin, ce dispositif expérimental laisse entrevoir la possibilité d'appliquer aux ondes élastiques guidées l'expérience de façonnage du front d'onde de Vellekoop et Mosk. Le défi majeur sera de déterminer le protocole adéquat afin d'optimiser la propagation des ondes de Lamb à travers le milieu désordonné. En effet, contrairement à l'approche de Vellekoop, le SLM ne permet pas de moduler spatialement que l'intensité de la source thermoélastique. Les réponses entre pixels du SLM et points de mesure des vibrations sur la plaque sont donc non-linéaires. L'optimisation itérative sera donc à repenser dans ce cadre mais une illumination laser structurée ouvre de grandes perspectives pour une manipulation flexible des ondes élastiques guidées

Annexe A

Annexes

A.1 Méthode de Muller

Afin de trouver les solutions de l'équation de Rayleigh-Lamb (Eq. (2.26)) nous utilisons la méthode dite de Muller [1]. Cette méthode consiste en une interpolation d'une fonction f avec un polynôme d'ordre 2 prenant les valeurs $f(x_{i-2})$, $f(x_{i-1})$, $f(x_i)$ respectivement aux points x_{i-2} , x_{i-1} , x_i . La parabole $P(x)$ est alors construite afin de passer par les trois points $(x_{i-2}, f(x_{i-2}))$, $(x_{i-1}, f(x_{i-1}))$ et $(x_i, f(x_i))$, on l'écrit alors ainsi :

$$P(x) = f(x_i) + (x - x_i)f[x_i, x_{i-1}] + (x - x_i)(x - x_{i-1})f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}], \quad (\text{A.1})$$

où $f[.]$ indique les différences divisées, définies par (A.2).

$$f[x_0, x_1, \dots, x_k] = \frac{f[x_1, \dots, x_k] - f[x_0, x_1, \dots, x_{k-1}]}{x_k - x_0}. \quad (\text{A.2})$$

Dans l'algorithme, le point x_{i+1} est obtenu comme un des zéros de $P(x)$ étant le plus proche de x_i . On peut alors récrire $P(x)$ en utilisant :

$$(x - x_i)(x - x_{i-1}) = (x - x_i)^2 + (x - x_i)(x_i - x_{i-1}), \quad (\text{A.3})$$

et obtenir

$$P(x) = f(x_i) + (x - x_i)C_i + (x - x_i)^2 f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}], \quad (\text{A.4})$$

avec

$$C_i = f[x_i, x_{i-1}] + (x_i - x_{i-1})f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}]. \quad (\text{A.5})$$

Nous pouvons ainsi écrire :

$$x_{i+1} = x_i + \frac{-2c}{\max(b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})}, \quad (\text{A.6})$$

avec

$$\begin{cases} a = f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}], \\ b = C_i, \\ c = f(x_i). \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

L'algorithme suivant est obtenu en choisissant x_0 , x_1 et x_2 :

$$\left[\begin{array}{l} h_1 = x_1 - x_0, h_2 = x_2 - x_1 \\ f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{h_1}; f[x_2, x_1] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{h_2} \\ \text{For } i = 2, 3, \dots \\ f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}] = \frac{f[x_i, x_{i-1}] - f[x_{i-1}, x_{i-2}]}{h_{i+1} + h_i}; \\ C_i = f[x_i, x_{i-1}] + h_i f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}]; \\ h_{i+1} = \frac{-2f(x_i)}{\max(C_i \pm \sqrt{C_i^2 - 4f(x_i)f[x_i, x_{i-1}, x_{i-2}]})} \\ x_{i+1} = x_i + h_{i+1} \\ \text{On calcule } f(x_{i+1}) \\ f[x_{i+1}, x_i] = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{h_{i+1}} \\ \text{Stop quand } |x_{i+1} - x_i| < \epsilon |x_{i+1}| \\ \text{ou} \\ |f(x_{i+1})| < \epsilon \\ \text{ou} \\ \text{Quand le nombre maximum d'itérations est atteint.} \end{array} \right. \quad (\text{A.8})$$

A.2 Décomposition modale

Nous décrivons ici la méthode développée par Pagneux [2] permettant d'obtenir une décomposition du champ selon les différents modes de Lamb.

Nous considérons la base formée par l'ensemble des modes de Lamb comme complète [3]. Les composantes u_1 , u_2 , σ_{11} et σ_{12} des champs de déplacement et de contraintes se décomposent sur l'ensemble des modes :

$$\begin{bmatrix} u_1(x_1, x_2) \\ u_2(x_1, x_2) \\ \sigma_{11}(x_1, x_2) \\ \sigma_{12}(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(x_1) \begin{bmatrix} u_1^{(n)}(x_2) \\ u_2^{(n)}(x_2) \\ \sigma_{11}^{(n)}(x_2) \\ \sigma_{12}^{(n)}(x_2) \end{bmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n(x_1) \begin{bmatrix} \tilde{u}_1^{(n)}(x_2) \\ \tilde{u}_2^{(n)}(x_2) \\ \tilde{\sigma}_{11}^{(n)}(x_2) \\ \tilde{\sigma}_{12}^{(n)}(x_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Les relations de symétrie entre les composantes du champ de déplacement,

$$u_1^{(n)} = -\tilde{u}_1^{(n)}, \quad u_2^{(n)} = \tilde{u}_2^{(n)}, \quad (\text{A.10})$$

et celles du champ des contraintes,

$$\sigma_{11}^{(n)} = -\tilde{\sigma}_{11}^{(n)}, \quad \sigma_{12}^{(n)} = \tilde{\sigma}_{12}^{(n)}, \quad (\text{A.11})$$

permettent d'écrire la relation suivante à partir de l'équation (A.2) :

$$\begin{bmatrix} u_1(x_1, x_2) \\ u_2(x_1, x_2) \\ \sigma_{11}(x_1, x_2) \\ \sigma_{12}(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} a_n(x_1) u_1(x_2) \\ b_n(x_1) u_2(x_2) \\ b_n(x_1) \sigma_{11}(x_2) \\ a_n(x_1) \sigma_{12}(x_2) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

où les coefficients $a_n(x)$ et $b_n(x)$, sont définis par :

$$a_n(x) = A_n(x) - B_n(x), \quad (\text{A.13})$$

et

$$b_n(x) = A_n(x) + B_n(x). \quad (\text{A.14})$$

La relation de biorthogonalité introduite dans le chapitre 2 en section 2.3.2 [4–6] permet d'écrire,

$$\mathbf{X} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(x_1) \mathbf{X}_n(x_2), \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{Y} = \sum_{n=1}^{\infty} b_n(x_1) \mathbf{Y}_n(x_2), \quad (\text{A.16})$$

et

$$(\mathbf{X}_m | \mathbf{Y}_n) = P_n \delta_{nm}, \quad (\text{A.17})$$

avec,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} u_1(x_1, x_2) \\ \sigma_{12}(x_1, x_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} -\sigma_{11}(x_1, x_2) \\ u_2(x_1, x_2) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{X}_n = \begin{bmatrix} u_1^{(n)}(x_1, x_2) \\ \sigma_{12}^{(n)}(x_1, x_2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} -\sigma_{11}^{(n)}(x_1, x_2) \\ u_2^{(n)}(x_1, x_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

Le produit scalaire est défini par :

$$(\mathbf{X}_m | \mathbf{Y}_n) = \int_{-h}^h (-u_1 \sigma_{11} + \sigma_{12} u_2) dx_2. \quad (\text{A.20})$$

Il est alors possible de déterminer les coefficients a_n et b_n :

$$a_n P_n = (\mathbf{X} | \mathbf{Y}_n), \quad b_n P_n = (\mathbf{Y} | \mathbf{X}_n). \quad (\text{A.21})$$

A partir des équations (A.2) et (A.2), nous pouvons alors déterminer les coefficients A_n et B_n , soit l'amplitude de chacun des modes se propageant (ou étant atténués) respectivement dans

le sens des x_1 croissants et décroissants.

A.3 Détails concernant la prédiction théorique du champ d'onde en présence d'une lentille à réfraction négative

Dans cette annexe nous précisons les calculs effectués afin de déterminer le champ d'onde théorique présenté en figure 2.12(c).

Dans ce calcul, les faibles réflexions aux interfaces ne sont pas considérées car le découpage des signaux enregistrés sur différentes fenêtres temporelles permet de les éviter expérimentalement. Afin de comparer la théorie et l'expérience, nous calculons la propagation du mode S_2 généré par un point source en entrée de la lentille à réfraction négative. Pour cela, nous effectuons une décomposition en ondes planes du champ. Cela peut être effectué en considérant tout d'abord la transformée de Fourier spatiale du mode S_2 incident le long de x_3 dans le plan source ($x_1 = 0$ mm) :

$$\tilde{u}_n(k_3, x_1 = 0) = \int dx_3 u_n(x_3, x_1 = 25) \cdot \exp(-j k_3 x_3) = \frac{1}{2\sqrt{k_{S_2}^2 - k_3^2}},$$

où $u_n(x_3, x_1)$ est le déplacement normal à la surface de la plaque, $\tilde{u}_n(k_3, x_1)$, sa transformée de Fourier spatiale et k_3 , la composante transverse du vecteur d'onde. Depuis sa valeur dans le plan d'onde, le champ incident peut être déduit dans la partie épaisse gauche de la plaque ($x_1 < D$), tel que

$$\tilde{u}_n(k_3, x_1) = \tilde{u}_n(k_3, 0)H(k_3, x_1), \text{ pour } x_1 < D,$$

où H est l'opérateur de propagation associé au mode S_2 :

$$H(k_3, x_1) = \exp\left(j\sqrt{k_{S_2}^2 - k_3^2}x_1\right).$$

A la première interface ($x_1' = D$), la conversion du mode S_2 vers le mode S_{2b} est obtenue grâce au coefficient de transmission $t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}$,

$$\tilde{u}_n(k_3, x_1 = D^+) = t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}(\theta) \tilde{u}_n(k_3, x_1 = D^-),$$

avec $\theta = \arcsin(k_3/k_{S_2})$, l'angle d'incidence sur la première interface.

La propagation du mode S_{2b} dans la partie mince au centre de la plaque est alors calculée avec l'opérateur

$$H_2(k_3, x_1) = \exp\left(-j\sqrt{k_{S_{2b}}^2 - k_3^2}(x_1 - D)\right).$$

Le signe moins dans l'argument permet de considérer la vitesse de phase négative du mode S_{2b} . Le champ dans la partie mince est alors donné par

$$\tilde{u}_n(k_3, x_1) = \tilde{u}_n(k_3, D^+)H_2(k_3, x_1), \text{ pour } D < x_1 < D + L.$$

A la seconde interface ($x_1 = D + L$), la conversion du mode S_{2b} vers le mode S_2 mode est obtenu par le coefficient de transmission $t_{S_{2b} \rightarrow S_2}$. En se basant sur le principe de réciprocité, le coefficient de transmission $t_{S_{2b} \rightarrow S_2}$, sur une marche montante, est identique au coefficient de transmission $t_{S_2 \rightarrow S_{2b}}$, sur une marche descendante.

$$\tilde{u}_n(k_3, x_1 = (D + L)^+) = t_{S_{2b} \rightarrow S_2}(\theta) \tilde{u}_n(k_3, x_1 = (D + L)^-).$$

Enfin, le mode S_2 transmis dans la partie épaisse de la plaque peut être exprimé ainsi,

$$\tilde{u}_n(k_3, x_1) = \tilde{u}_n(k_3, (L + D)^+) H(k_3, x_1 - (L + D)) \text{ pour } x_1 > D + L.$$

le champ de déplacement normal à la surface de la plaque est alors obtenu par transformée de Fourier inverse de $\tilde{u}(k_3, x_1)$.

A.4 Calibration du SLM

Le déphasage induit par un pixel du SLM n'est pas continu. Il est contrôlé par la tension appliquée aux bornes du pixel, elle même contrôlée par la valeur d'indice qui lui est adressée. Celle ci est discrète et codée sur 8 bit, soit comprise entre 0 et 255. Le but de la calibration est alors de s'assurer que la correspondance entre la valeur du pixel et le déphasage soit bien linéaire. Pour cela nous utilisons la méthode indiquée par P. Balondrade et S. Popoff [7] qui repose sur le fait que les SLM à modulation de phase ne module qu'une polarisation. En effet, ces SLM sont composés de cristaux liquides alignés verticalement (cf Figure A.1(a)). Les cristaux étant biréfringents, la lumière voit alors deux indices optiques : l'indice ordinaire n_o selon la polarisation x et l'indice spécial n_e selon la polarisation y . L'indice n_e est sensible à la tension appliquée au cristal et peut alors être fixé à n_o sans changer l'indice selon la polarisation x (cf Figure A.1(b)).

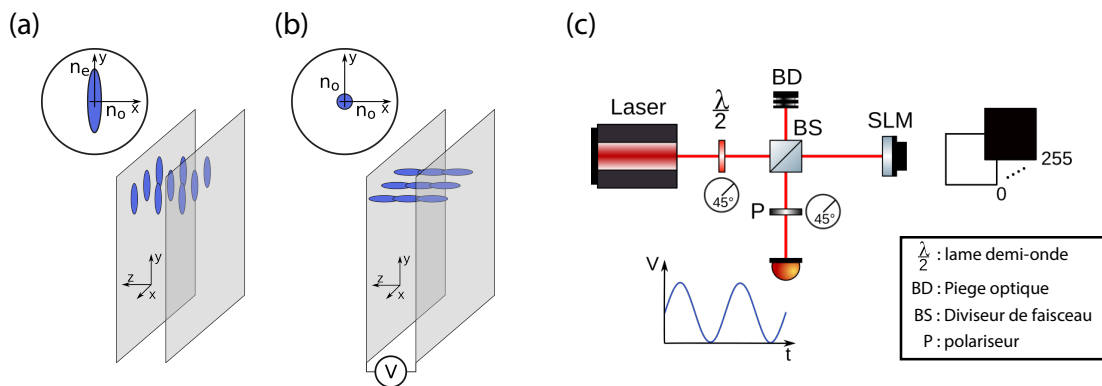


FIGURE A.1 – Figures tirées de [7]. Calibration du SLM. (a) Les cristaux liquides alignés verticalement au repos, présentent des propriétés de biréfringence. (b) Cela disparaît lors de l'application d'une tension aux bornes du cristal. (c) Représentation schématique du dispositif optique.

Le principe du dispositif est indiqué en figure A.1(c). Il repose sur l'observation de l'interfé-

rence entre les deux polarisations, en effet seule la polarisation y est déphasée. Nous tournons la polarisation du laser à 45° par rapport à l'orientation des cristaux liquides à l'aide d'une lame demi-onde. Le champ optique est identique pour les deux polarisations,

$$E_x = E_0/\sqrt{2} \quad \text{et} \quad E_y = E_0/\sqrt{2}, \quad (\text{A.22})$$

avec E_x et E_y les champs optiques selon la polarisation x et y respectivement et E_0 l'amplitude optique initiale. De par la biréfringence, après réflexion sur le SLM où nous affichons un plan uni de même valeur de pixel, les deux polarisations ont accumulé deux phases différentes :

$$E_x^{\text{SLM}} = E_0 e^{ik2en_x} = E_0 e^{i\phi_0}, \quad (\text{A.23})$$

$$E_y^{\text{SLM}} = E_0 e^{ik2en_y(V)} = E_0 e^{i(\phi_0 + \Delta\phi(V))}, \quad (\text{A.24})$$

où e est l'épaisseur du SLM. On peut alors écrire le déphasage :

$$\Delta\phi(V) = k2e[n_y(V) - n_0]. \quad (\text{A.25})$$

Après réflexion sur le diviseur de faisceaux, nous sélectionnons la polarisation à 45° par un polariseur. Les deux composantes de la lumière interfèrent alors et l'intensité résultante sur la photo-diode est modulée selon :

$$I \propto \cos^2\left(\frac{\Delta\phi(V)}{2}\right) \propto \frac{[1 + \cos(\Delta\phi(V))]}{2}. \quad (\text{A.26})$$

Après réglages, l'intensité mesurée en fonction de la valeur indiquée au SLM est tracée en figure A.2. Nous observons que l'intensité évolue bien de manière sinusoïdale ce qui assure que le SLM est suffisamment bien calibré pour les expériences à suivre. Nous notons que un déphasage de 2π correspond à l'indice 254.

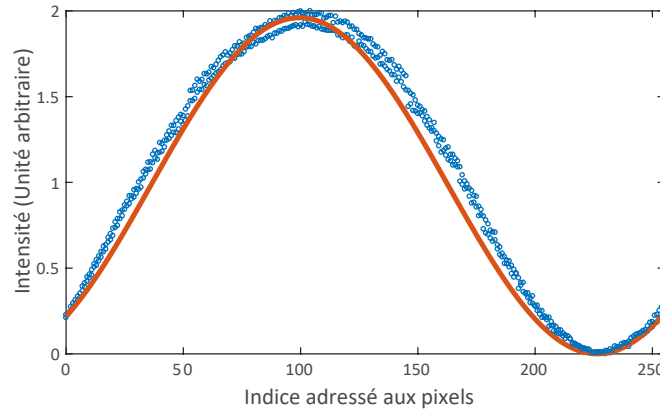


FIGURE A.2 – Mesure de l'intensité sur la photodiode en fonction de l'indice adressé à tous les pixels du SLM (points bleus). L'intensité fluctue bien selon un sinus (ligne orange). On repère qu'un déphasage de 2π correspond à l'indice 254.

A.5 Algorithme de Grechberg-Saxton

L'algorithme utilisé afin de déterminer l'Hologramme de Phase à envoyer sur le SLM est le suivant :

Soit, **FT** indique la Transformée de Fourier, **IFT** la Transformée de Fourier Inverse, Target et Source sont les plans d'amplitude cible et source respectivement. A, B, C et D sont des plans complexes de même dimensions que la source et la cible.

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{l}
 A = \mathbf{IFT}(\text{Target}) \\
 \left[\begin{array}{l}
 \text{Tant que le critère d'erreur n'est pas respecté} \\
 B = |\text{Source}| * \exp(i * \text{Arg}(A)) \\
 C = \mathbf{FT}(B) \\
 D = |\text{Target}| * \exp(i * \text{Arg}(C)) \\
 A = \mathbf{IFT}(D)
 \end{array} \right. \\
 \text{Stop quand le critère d'erreur est respecté} \\
 \text{Hologramme de Phase} = \text{Arg}(A)
 \end{array} \right. \quad (\text{A.27})
 \end{aligned}$$

A.6 Expression théorique du champ induit par la réflexion négative dans une cavité [8]

Dans le cas d'une émission du mode ZGV dans une cavité, nous pouvons observer le phénomène de réflexion négative. Pour exprimer le champ induit par ces réflexions négatives, nous considérons, dans un cas monochromatique, une onde incidente $\phi_0(\mathbf{r})$ donnée par la fonction de Green causal $G_0^+(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$ qui est celle obtenue en espace libre. La première réflexion négative aux limites de la cavité donne lieu à une onde convergente *rétrograde* qui correspond à la fonction de Green anti-causal rétrograde $G_0^{-*}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$. Cette onde, converge au point source initiale $\mathbf{r}_0$ et est suivie d'une onde divergente. Le champ d'onde réfléchi de premier ordre $\phi_1(\mathbf{r})$ présente alors deux fronts d'onde, l'un étant l'opposé conjugué de l'autre :

$$\phi_1(\mathbf{r}) = R[G_0^{-*}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) - G_0^-(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)], \quad (\text{A.28})$$

où le symbole $*$ indique le conjugué de la phase, et R étant le coefficient de réflexion. L'onde divergente $-RG_0^-(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$ est aussi réfléchi négativement, le procédé de réflexion négative est alors réitéré, donnant le champ issu d'un nombre pair de réflexions $\phi_1(\mathbf{r})$:

$$\phi_{2n}(\mathbf{r}) = R^{2n}[G_0^+(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) - G_0^{+*}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)], \quad (\text{A.29})$$

et pour un nombre de réflexions impair :

$$\phi_{2n+1}(\mathbf{r}) = R^{2n+1}[G_0^{-*}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) - G_0^-(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)]. \quad (\text{A.30})$$

A la résonance ZGV, la réflexion est strictement négative et l'on peut noter $G_0^-(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) = G_0^{+*}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)$, permettant alors d'écrire le champ total dans la cavité :

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{i=0}^{\infty} = G_0^+(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) + \frac{R}{1-R} [G_0^+(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0) - G_0^{+*}(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)]. \quad (\text{A.31})$$

Si le coefficient de réflexion R est proche de -1 alors les interférences destructives entre l'onde incidente et celle réfléchie négativement donne lieu à une onde stationnaire qui coïncide avec la partie réelle de la fonction de Green en espace libre. En 2D, ceci implique une singularité de champ au point de la source, et de ce fait une capacité de focalisation très importante, car :

$$\lim_{R \rightarrow -1} \phi(\mathbf{r}) = \Re \{G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)\} = \frac{Y_0(2\pi \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\| / \lambda)}{4}, \quad (\text{A.32})$$

où Y_0 est la fonction de Bessel de seconde espèce à l'ordre zéro.

Au contraire, si le coefficient R est proche de 1, alors les interférences constructives entre l'onde incidente et l'onde réfléchie négativement donnent lieu à une amplification résonante du champ stationnaire proportionnelle à la partie imaginaire de la fonction de Green en espace libre, qui donne :

$$\lim_{R \rightarrow 1} \phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\epsilon} \Im \{G_0(\mathbf{r}|\mathbf{r}_0)\} = \frac{J_0(2\pi \|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0\| / \lambda)}{4}, \quad (\text{A.33})$$

où $R = 1 - \epsilon$ avec $\epsilon \ll 1$ et J_0 est la fonction de Bessel de premier genre à l'ordre zéro. Il n'y a donc pas de singularité, le champ présente une focalisation de taille donnée par la limite de diffraction. L'étude monochromatique de la génération du mode ZGV dans la plaque pourrait permettre d'observer ce phénomène.

A.7 Références

- [1] David E Muller. A method for solving algebraic equations using an automatic computer. *Mathematical tables and other aids to computation*, 10(56) :208–215, 1956. I
- [2] V Pagneux and A Maurel. Lamb wave propagation in inhomogeneous elastic waveguides. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 458(2024) :1913–1930, 2002. II
- [3] P Kirrmann. On the completeness of lamb modes. *Journal of elasticity*, 37(1) :39–69, 1994. II
- [4] Bertram Alexander Auld. *Acoustic fields and waves in solids*. John Wiley and Sons, 1973. III
- [5] WB Fraser. Orthogonality relation for the rayleigh–lamb modes of vibration of a plate. *J. Acoust. Soc. Am.*, 59(1) :215–216, 1976.
- [6] Arief Gunawan and Sohichi Hirose. Reflection of obliquely incident guided waves by an edge of a plate. *Mater. Tran.*, 48(6) :1236–1243, 2007. III

- [7] P Balondrade and S Popoff. <http://wavefrontshaping.net/index.php/component/content/article/57-community/tutorials/spatial-lights-modulators-slms/147-how-to-calibrate-linearly-aligned-nematic-liquid-crystal-based-slms>, 2018. V
- [8] Benoît Gérardin, Jérôme Laurent, François Legrand, C Prada, and Alexandre Aubry. Negative reflection of elastic guided waves in chaotic and random scattering media. *Scientific reports*, 9(1) :2135, 2019. vi, VII

